

บทที่ 2

ทฤษฎี

จากข้อกำหนดของ ASTM Standard for Glass (1945) ได้ให้คำนิยาม แก้ว หรือ Glass ไว้ว่า “Glass is an inorganic product of fusion which has been cooled to a rigid condition without crystallization”⁽⁴⁻⁵⁾ ซึ่งจากคำนิยามดังกล่าวจะใช้ได้กับแก้วที่จัดอยู่ในกลุ่มที่เรียกว่า แก้วดั้งเดิม (Traditional Glass) ที่มีก่เตรียมขึ้นจากสารอนินทรีย์ต่าง ๆ เช่น ทราย โซเดียมคาร์บอเนต หิน ฟินมา บอเรต และ ฟอสเฟส แต่ในปัจจุบันวัสดุโพลีเมอร์บางประเภทสามารถทำให้อยู่ในรูปแบบที่เรียก Glassy organic polymer ได้ ดังนั้นจากคำนิยามข้างต้นจึงมีข้อจำกัด อย่างไรก็ตาม Jones (1956) ได้ให้คำนิยามของแก้วไว้ในลักษณะที่ครอบคลุมกว่าคือ “A glass ... is a materials, formed by cooling from the normal liquid state which has shown no discontinuous change ... at any temperature, but has become more or less rigid through a progressive increase in its viscosity”⁽⁵⁾

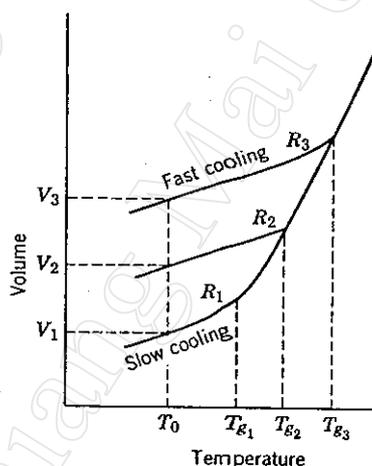
สำหรับแก้วดั้งเดิมนั้น ในทางอุตสาหกรรมการผลิตจะแบ่งเป็น 4 ประเภท ตามชนิดของส่วนประกอบหลักคือ แก้วโซเดียมแคลเซียมซิลิเกต (Sodium-calcium-silicate glass) แก้วบอโรซิลิเกต (Borosilicate glass) แก้วอะลูมิโนซิลิเกต (Aluminosilicate glass) และแก้วตะกั่ว (Lead glass) โดยที่แก้วแต่ละประเภทจะมีปริมาณของส่วนประกอบหลักที่แตกต่างกันไปทำให้มีสมบัติและลักษณะของการนำไปใช้งานแตกต่างกันออกไป ตัวอย่างของแก้วบางประเภทที่เหมาะสมจะนำไปประยุกต์ใช้งานในด้านต่าง ๆ แสดงไว้ในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ส่วนประกอบทางเคมี สมบัติบางประการและการนำไปประยุกต์ใช้งานของแก้วชนิดต่าง ๆ^(๑)

Glass Type	Approximate Composition (wt. %)							Relative thermal Expansion $10^{-7}/^{\circ}\text{C}$	Density (gms/cm ³)	Refractive index	Uses
	SiO ₂	B ₂ O ₃	Al ₂ O ₃	CaO	MgO	PbO	Na ₂ O				
Soda lime	72.6	0.8	1.7	4.6	3.6		15.2		2.47	1.51	Windows, lamps
Pyrex (Borosilicate)	81.0	13.0	2.0				4.0		2.23	1.47	Headlamps, cooking, and labware
Soda borosilicate	68.0	24.0	1.0				7.0		2.24	1.48	Sealing
Alkali lead	77.0			1.0		8	9.0		2.86	1.54	Lamp tubing, sealing
Alkali earth	64.0	4.5	10.4	8.9	10.2		1.3	0.7	2.52	1.53	High temperature
Aluminosilicate											
"E" Fiber glass	55.0	7.0	15.0	21.0			1.0	1.0	2.61	1.55	Fiberglass

แข็งอย่างต่อเนื่องตามแนว CD โดยการลดลงของปริมาตรตามแนว CD ดังกล่าวเกิดจาก Normal thermal contraction เท่านั้น แต่หากว่าอัตราการเย็นตัวของของเหลวจากจุด A เป็นไปอย่างรวดเร็วจะไม่เกิดกระบวนการตกผลึกที่ T_f แต่ปริมาตรของของเหลวจะลดลงอย่างต่อเนื่องไปตามแนว BE (ของเหลวในช่วง BE จะถูกเรียกว่า Supercooled liquid เนื่องจากยังคงมีสภาพเป็นของเหลวอยู่ได้ภายใต้อุณหภูมิต่ำกว่าจุดเยือกแข็ง) จนกระทั่งถึงอุณหภูมิ T_g (Glass transformation temperature) ที่จุด E ณ ตำแหน่ง E นี้จะไม่เกิด Configuration contraction อีกต่อไป และ Supercooled liquid จะกลายสภาพไปอยู่ในสถานะแก้วที่อุณหภูมิต่ำกว่า T_g อย่างไรก็ตาม ถ้าลดอุณหภูมิต่อไปอย่างต่อเนื่อง ปริมาตรของแก้วจะลดลงอย่างต่อเนื่องไปตามแนว EG' ด้วยสาเหตุเช่นเดียวกันกับที่เกิดตามแนว CD

สำหรับตำแหน่งของจุด E ซึ่งสัมพันธ์กับอุณหภูมิ T_g นั้นจะมีการเปลี่ยนแปลง โดยมีค่าขึ้นอยู่กับอัตราการเย็นตัวของของเหลวจากจุด A แสดงดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 Specific volume-temperature diagram แสดงการเกิดแก้วที่มีอัตราการเย็นตัว $R_1 < R_2 < R_3$ ⁽⁷⁾

จากรูปที่ 2.2 อัตราการเย็นตัวของของเหลว ($R_1 < R_2 < R_3$) จะมีอิทธิพลต่อค่าของอุณหภูมิ T_g ($T_{g1} < T_{g2} < T_{g3}$) และค่า Specific volume ($V_1 < V_2 < V_3$) เมื่อพิจารณาแก้วที่อุณหภูมิ T_0 ใด ๆ แก้วนั้นอาจมี Specific volume เป็น V_1 หรือ V_2 หรือ V_3 ก็ได้ขึ้นอยู่กับกระบวนการลดอุณหภูมิเป็น R_1 หรือ R_2 หรือ R_3

2.2 สมมุติฐานการเกิดแก้วในระดับอะตอม (Atomic Hypothesis of Glass Formation)

โดยทั่วไปแล้วธาตุในหมู่ที่ 5 และ 6 สามารถเกิดเป็นแก้วได้ภายใต้สภาวะที่เหมาะสม เช่น Phosphorus Oxygen Sulphur Selenium และ Tellurium นอกจากธาตุที่กล่าวมาแล้วนั้น สารประกอบออกไซด์บางชนิดสามารถเกิดเป็นแก้วได้เช่นกัน ตัวอย่างเช่น B_2O_3 , SiO_2 , GeO_2 และ P_2O_5 และด้วยเหตุที่ว่าสารประกอบออกไซด์บางชนิดเมื่อนำมาผสมเข้าด้วยกันสามารถนำมาทำให้เกิดเป็นแก้วได้ จึงมีการแบ่งส่วนประกอบพื้นฐานในการเกิดเป็นแก้วออกเป็น 3 ประเภท โดยจำแนกตามหน้าที่⁽⁴⁾ คือ

1. Network Former หรือ Glass Former

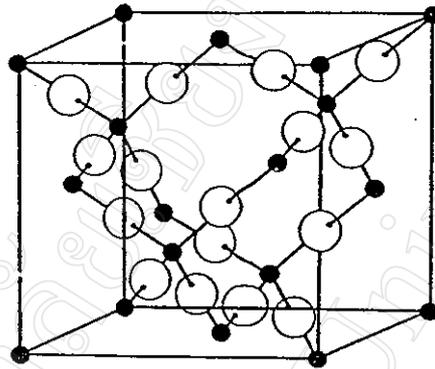
Network Former เป็นกลุ่มของสารประกอบออกไซด์ที่สามารถเกิดเป็นแก้วได้ด้วยตัวเอง ภายใต้เงื่อนไขที่เหมาะสม เช่น SiO_2 , GeO_2 , As_2O_3 , P_2O_5 , B_2O_3 กลุ่มของสารประกอบออกไซด์ที่ทำหน้าที่เป็น Network Former มักมีโครงสร้างเป็น Tetrahedral (ดูรูปที่ 2.3 ตัวอย่างโครงสร้างที่เป็นแบบ Tetrahedral ของ SiO_2) และจะมี Bond strength สูง (Single bond strength > 80 kcal/mol)

2. Network Modifier

Network Modifier จะเป็นกลุ่มของสารประกอบออกไซด์ที่ทำหน้าที่ทำลายความต่อเนื่องของโครงสร้างที่เกิดจากพวก Network Former สารประกอบออกไซด์ในกลุ่มนี้จะมีค่า Bond strength ต่ำ (Single bond strength < 60 kcal/mol) มักเป็นสารประกอบออกไซด์ที่อยู่ในกลุ่มของ Alkali metal oxide เช่น Li_2O , Na_2O , K_2O หรือกลุ่มของ Alkali earth oxide เช่น CaO , MgO เป็นต้น

3. Intermediate

Intermediate จะเป็นกลุ่มของสารประกอบออกไซด์ที่ทำหน้าที่เชื่อมโครงสร้างสารประกอบออกไซด์ที่จัดอยู่ในกลุ่มนี้ เช่น Al_2O_3 , BeO , TiO_2 , ZrO_2 เป็นต้น ซึ่งมักจะเป็นกลุ่มที่มีเวเลนซ์ (valence) ต่ำแต่มีเลขโคออดิเนต (coordination number) สูงกว่าส่วนประกอบพื้นฐาน 2 ประเภทแรก ตัวอย่างของสารประกอบออกไซด์ที่จำแนกเป็น Network Former Network Modifier และ Intermediate แสดงในตารางที่ 2.2

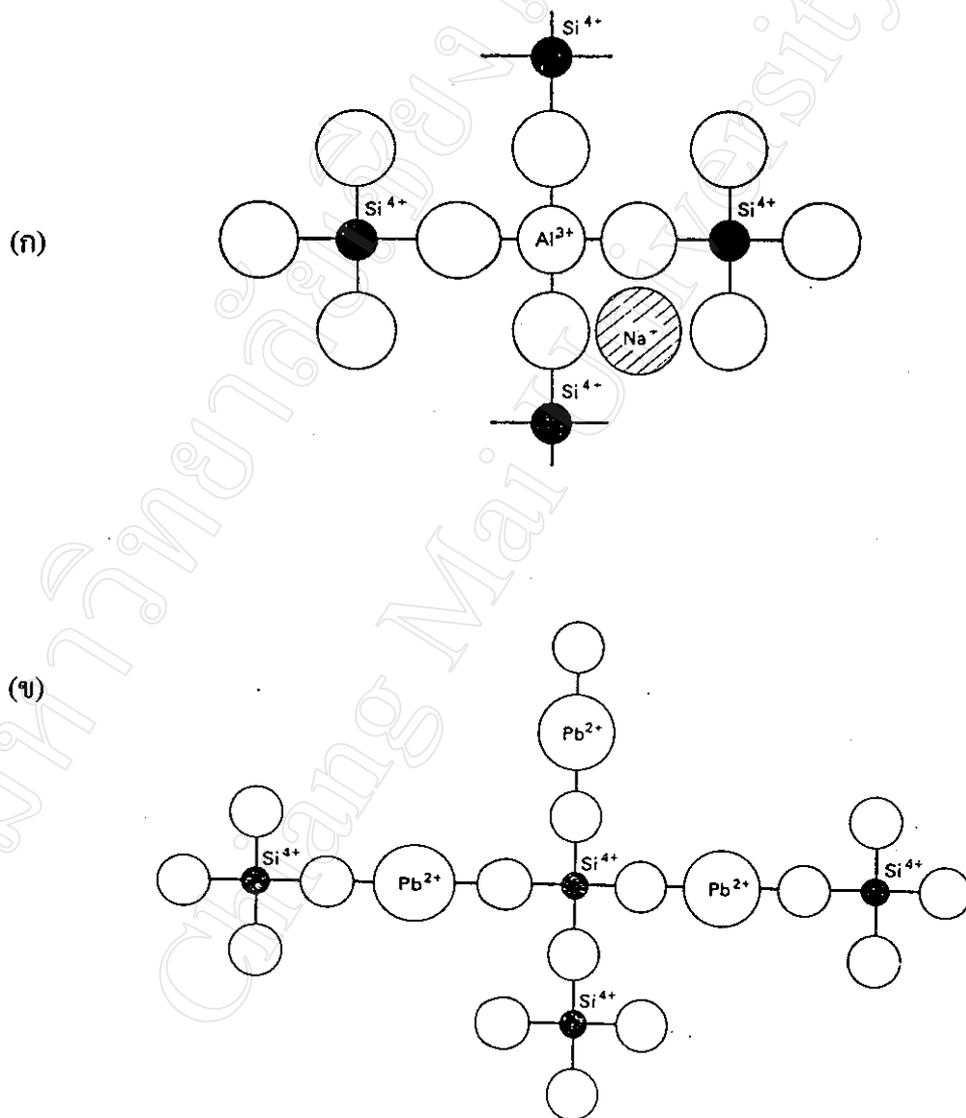


รูปที่ 2.3 โครงสร้างผลึกของ Cristobalite (SiO_2) แสดงความสัมพันธ์ของแต่ละ Tetrahedral unit ซึ่งมีซิลิกอนอะตอมแทนด้วย ● และออกซิเจนอะตอมแทนด้วย ○ ⁽⁵⁾

ตารางที่ 2.2 แสดงเลขโคออดิเนตและความแข็งแรงของพันธะของสารประกอบออกไซด์
ประเภทต่าง ๆ⁽⁸⁾

	M in MO _x	Valence	Dissociation Energy per MO _x (kcal/g-atom)	Coordination Number	Single-Bond Strength (kcal/g-atom)
Glass formers	B	3	356	3	119
	Si	4	424	4	106
	Ge	4	431	4	108
	Al	3	402-317	4	101-79
	B	3	356	4	89
	P	5	442	4	111-88
	V	5	449	4	112-90
	As	5	349	4	87-70
	Sb	5	339	4	85-68
	Zr	4	485	6	81
Intermediates	Ti	4	435	6	73
	Zn	2	144	2	72
	Pb	2	145	2	73
	Al	3	317-402	6	53-67
	Th	4	516	8	64
	Be	2	250	4	63
	Zr	4	485	8	61
	Cd	2	119	2	60
	Sc	3	362	6	60
	La	3	406	7	58
Modifiers	Y	3	399	8	50
	Sn	4	278	6	46
	Ga	3	267	6	45
	In	3	259	6	43
	Th	4	516	12	43
	Pb	4	232	6	39
	Mg	2	222	6	37
	Li	1	144	4	36
	Pb	2	145	4	36
	Zn	2	144	4	36
	Ba	2	260	8	33
	Ca	2	257	8	32
	Sr	2	256	8	32
	Cd	2	119	4	30
	Na	1	120	6	20
	Cd	2	119	6	20
	K	1	115	9	13
	Rb	1	115	10	12
	Hg	2	68	6	11
	Cs	1	114	12	10

ลักษณะของการสร้างพันธะของส่วนประกอบพื้นฐานทั้งสามประเภท (Network Former Network Modifier และ Intermediate) ของแก้วที่มีซิลิกาเป็น Network Former นั้นสามารถแสดงเป็นแบบจำลองได้ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 แสดง (ก) การสร้างพันธะของ Al_2O_3 ใน Silica network และ (ข) การสร้างพันธะของ PbO ใน Silica network ⁽⁴⁾

จากรูปที่ 2.4 (ก) เป็นแบบจำลองโครงสร้างของซิลิกาซึ่งมี Al^{+3} อีออนเข้าไปแทนที่ Si^{+4} อีออน จึงทำให้มีการสร้างพันธะระหว่าง Al^{+3} อีออนและ O^{2-} อีออนเป็น AlO_4 tetrahedron ดังนั้น Al^{+3} อีออนจึงทำหน้าที่เชื่อมระหว่าง SiO_4 tetrahedra แต่เนื่องจากบริเวณของ AlO_4 tetrahedron จะไม่มีความสมดุลย์ทางไฟฟ้าจึงทำให้ Na^+ อีออนมีแนวโน้มที่จะเข้ามาแทรกอยู่ในโครงสร้างตรงบริเวณของ AlO_4 tetrahedron ดังกล่าวเพื่อทำให้บริเวณนั้นมีความเป็นกลางทางไฟฟ้า แต่สำหรับกรณีของ (ข) ซึ่งเป็นแบบจำลองโครงสร้างของแก้วตะกั่ว ในกรณีนี้ Pb^{+2} อีออนที่มีขนาดอีออนใหญ่ (รัศมี Pb^{+2} อีออน 1.20 \AA) ไม่สามารถแทรกเข้าไปใน SiO_4 tetrahedra ได้ (รัศมี Si^{+4} อีออน 0.42 \AA) ดังเช่นในกรณีของ Al^{+3} อีออน (รัศมี Al^{+3} อีออน 0.51 \AA) แต่ Pb^{+2} อีออนจะทำหน้าที่เชื่อมระหว่าง SiO_4 tetrahedra สองกลุ่มเข้าด้วยกันโดย Pb^{+2} อีออนจะสร้างพันธะกับอะตอมของออกซิเจนจึงดูคล้ายกับว่า Pb^{+2} อีออนเข้าไปเป็นส่วนหนึ่งในการทำให้เกิดเป็นโครงสร้างด้วย แม้ว่าจะทำให้กลายเป็นโครงสร้างที่มีลักษณะเปิด (Open structure) มากกว่าเดิมก็ตาม อย่างไรก็ตาม หากพิจารณาค่า Single bond strength แล้ว PbO จะถูกจัดอยู่ในกลุ่มของ Network Modifier

การจัดเรียงตัวในระดับอะตอมของการเกิดเป็นแก้วนั้นจัดเป็นปรากฏการณ์ทาง kinetic อาศัยหลักการที่ว่า ของเหลวใด ๆ สามารถเปลี่ยนสภาพไปเป็นแก้วได้ถ้ามีการทำให้ของเหลวนั้นเย็นตัวลงอย่างรวดเร็ว จนถึงอุณหภูมิที่ต่ำกว่าช่วงของอุณหภูมิที่เรียก Glass transformation temperature (T_g) นอกจากนี้ของเหลวนั้นจะต้องมีอัตราการตกผลึกช้ากว่าอัตราการเย็นตัว จากงานศึกษาที่ผ่านมาได้มีการเสนอสมมุติฐานการเกิดเป็นแก้วหลากหลายรูปแบบ โดยที่แต่ละสมมุติฐานสามารถนำมาอธิบายการเกิดเป็นแก้วได้ แม้ว่าจะยังไม่สามารถอธิบายได้ทุกระบบก็ตาม ทั้งนี้สมมุติฐานของ Zacharisen จัดว่าเป็นสมมุติฐานที่เป็นที่ยอมรับกันอย่างกว้างขวางที่สุด

2.2.1 สมมุติฐานอัตราส่วนรัศมีอะตอมของ Goldschmidt⁽⁷⁻⁸⁾

(Goldschmidt's radius ratio criterion for glass formation)

Goldschmidt ตั้งสมมุติฐานการเกิดเป็นแก้วสำหรับสารประกอบออกไซด์ที่มีรูปแบบ A_mO_n ในแง่ของความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเกิดแก้วกับอัตราส่วนของรัศมีระหว่างอะตอม A กับอะตอมของออกซิเจน (R_A/R_O) โดยเสนอว่าสารประกอบออกไซด์ที่จะสามารถเกิดเป็นแก้วได้นั้นจะต้องมีค่า R_A/R_O อยู่ในช่วง 0.2 ถึง 0.4 ทั้งนี้ในการคำนวณ R_A/R_O จะพิจารณาจากเลขโคออดิเนตและพิจารณากรณีที่โครงสร้างของสารประกอบออกไซด์ A_mO_n เป็นแบบ Closed pack เท่านั้น ผลการคำนวณอัตราส่วน R_A/R_O ของโครงสร้างรูปทรงต่าง ๆ แสดงไว้ในตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 แสดงอัตราส่วนของรัศมีอะตอม (R_A/R_0) ของรูปทรงต่าง ๆ⁽⁷⁾

Polyhedron	Coordination number	Minimum radius ratio
Equilateral triangle	3	0.155
Tetrahedron	4	0.225
Trigonal bipyramid	5	0.414
Square pyramid	5	0.414
Octahedron	6	0.414
Cube	8	0.732

จากข้อมูลในตารางที่ 2.3 สารประกอบออกไซด์ที่มีโครงสร้างเป็นแบบ Tetrahedron จะมีแนวโน้มเกิดเป็นแก้วได้มากที่สุดตามสมมติฐานของ Goldschmidt อย่างไรก็ตามสมมติฐานของ Goldschmidt นั้น ไม่สามารถอธิบายการเกิดเป็นแก้วในกรณีของ $9\text{TeO}_2 \cdot \text{PbO}$ ได้ เนื่องจากเลขโคออดิเนตของ Te เป็น 6 นอกจากนี้ยังมีกรณีของ BeO ซึ่งไม่เกิดเป็นแก้วแม้ว่าจะมีอัตราส่วนของ R_B/R_0 ประมาณ 0.221 ก็ตาม

2.2.2 สมมติฐานโครงสร้างแบบสุ่มของ Zachariasen⁽⁷⁻⁸⁾

(Zachariasen's random network hypothesis)

Zachariasen เสนอโครงสร้างของแก้วเป็นแบบ 3 มิติที่ไม่มีลักษณะของหน่วยโครงสร้างซ้ำ ๆ กัน และไม่มีสมมาตรเรียกว่า Random Network ดังแสดงในรูปที่ 2.5

จากสมมุติฐานและข้อกำหนดของ Zachariasen ต่อมาได้มีการค้นพบว่า Glass forming oxygen polyhedra จะเป็นแบบ Triangle และ Tetrahedra โดยอ็อกซิเจนประจุบวกที่จับกับอะตอมของ ออกซิเจนในรูปทรงดังกล่าวจะจัดว่าเป็น Network Former

แม้ว่าปัจจุบันสมมุติฐานของ Zachariasen เป็นที่ยอมรับกันอย่างกว้างขวางแต่ยังมีข้อยกเว้น ในบางกรณี เช่น แก้วระบบ $Tl_2O-B_2O_3$ ที่มีสัดส่วนของ Tl_2O น้อย ๆ ก็ยังสามารถกลายสภาพไป เป็นแก้วได้ แม้ว่าเลขโคออดิเนตของออกซิเจนอะตอมเป็น 3 ก็ตาม นอกจากนี้แล้ว Hagg ได้ชี้ให้เห็นว่าเงื่อนไขการมีโครงสร้างใน 3 มิติอาจจะไม่เป็นเงื่อนไขสำคัญในการเกิดเป็นแก้วเสมอไป โดยอ้างว่า ถ้าของเหลวประกอบด้วยอะตอมที่รวมกันได้โดยการสร้างพันธะที่แข็งแรง แต่การสร้างพันธะระหว่างกลุ่มอะตอมเพื่อเกิดเป็น โครงสร้างผลึกเกิดขึ้นได้ยากแล้ว ของเหลวนั้นก็จะมีแนวโน้มเกิดเป็น Supercooled liquid และกลายสภาพไปเป็นแก้วได้ในที่สุด

2.2.3 สมมุติฐานการผสมพันธะของ Smekal⁽⁷⁾

(Smekal's mixed bonding hypothesis)

Smekal ตั้งสมมุติฐานว่า พันธะที่เกิดในโครงสร้างแก้วจะมีพันธะแบบผสม โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ

1. กลุ่มของสารประกอบอนินทรีย์ เช่น SiO_2 B_2O_3 ซึ่งจะมีพันธะ A - O บางส่วนเป็นพันธะ โควาเลนต์และบางส่วนเป็นพันธะอออนิก
2. กลุ่มธาตุ เช่น S Se มีโครงสร้างแบบลูกโซ่โดยมีพันธะภายในลูกโซ่เป็นพันธะโควาเลนต์ และพันธะระหว่างกลุ่มของลูกโซ่จะเป็นแรงวันเดอวาลส์
3. กลุ่มของสารประกอบอินทรีย์ ซึ่งประกอบด้วยโมเลกุลใหญ่ จะมีพันธะภายในโมเลกุลเป็น พันธะโควาเลนต์ และมีแรงวันเดอวาลส์ระหว่างแต่ละ โมเลกุล

2.2.4 สมมุติฐานความแข็งแรงพันธะของ Sun⁽⁷⁾

(Sun's bond strength criterion for glass formation)

Sun เสนอความสัมพันธ์ระหว่างความแข็งแรงของพันธะกับความสามารถของ สารประกอบออกไซด์ในการเกิดเป็นแก้ว สารประกอบออกไซด์ที่มีพันธะแข็งแรงจะมีการจัดเรียง

ตัวซ้ำ และมีแนวโน้มว่าจะเกิดเป็นแก้วได้ดี งานของ Sun ชี้ชัดว่าความแข็งแรงของพันธะในสารประกอบออกไซด์ที่จะเกิดเป็นแก้วต้องมีค่าสูง ดังแสดงไว้ในตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4 แสดงค่าความแข็งแรงพันธะของโลหะออกไซด์บางประเภท⁽⁷⁾

Metal	Dissociation Energy per MO _x (kcal/g-atom)	Coordination Number	Single-Bond Strength (kcal/g-atom)
B	356	3	119
		4	89
Si	424	4	106
Ge	431(?)	4	108
P	442	4	111
V	449	4	112
As	349	4	87
Sb	339	4	85
Zr	485	6	81
Zn	114	2	72
Pb	145	2	73
Al	317-402	6	53-67
Na	120	6	20
K	115	9	13
Ca	257	8	32

Sun อ้างว่าสารประกอบออกไซด์ที่มีค่า Single bond strength มากกว่า 90 kcal/mol จะจัดอยู่ในกลุ่มของ Network Former สำหรับพวก Network Modifier จะมีค่า Single bond strength ต่ำกว่า 60 kcal/mol นอกจากนี้ Sun ได้ชี้ให้เห็นถึงกรณียกเว้นสำหรับ V-O As-O และ Sb-O ซึ่งมีค่า Single bond strength สูง แต่จะไม่เป็น Network Former ที่ดีได้ดังเช่น V₂O₅ โดยตัวของมันเองแล้วจะไม่สามารถเกิดเป็นแก้วได้ ซึ่ง Sun คาดว่าในโครงสร้างของ V₂O₅ ที่หลอมเหลวจะเกิด “small ring” ซึ่งทำให้การตกผลึกเกิดขึ้นได้ง่าย

นอกจากสมมุติฐานทั้งสี่รูปแบบยังมีสมมุติฐานอื่น ๆ อีก เช่น Winter's p-electron criterion และ Rawson's modification of Sun's hypothesis ซึ่งไม่น่ามากกล่าวในที่นี้

2.3 กลไกการเกิดเป็นแก้ว (Kinetic of Glass Formation)^(7-8,10)

กลไกการเกิดแก้วมีเงื่อนไขสัมพันธ์กับการเปลี่ยนแปลงสถานะ (Phase transformation) ซึ่งเกี่ยวกับการเกิดนิวเคลียส (Nucleation) และการเจริญเติบโต (Growth) อธิบายในเทอมสัดส่วนเชิงปริมาตร (Volume fraction) ที่เปลี่ยนไปตามเวลา

โดยทั่วไปการเปลี่ยนแปลงสถานะจะเกิดขึ้นอย่างช้า ๆ เมื่อมีการรักษาอุณหภูมิไว้ที่อุณหภูมิสมดุล สมมุติช่วงเวลา τ เริ่มมีอนุภาคนิวเคลียส จำนวนอนุภาคนิวเคลียสที่เกิดขึ้น ณ เวลานั้น (N_τ) จะเปลี่ยนไปตามสมการ

$$N_\tau = I_v V d\tau \quad (2.1)$$

เมื่อ V แทนปริมาตร และ I_v คืออัตราการเกิดนิวเคลียส (Nucleation rate) หรือจำนวนอนุภาคนิวเคลียสต่อหน่วยปริมาตรต่อหน่วยเวลา

ถ้าสมมุติว่าอัตราการเจริญเติบโต (Growth rate, u) ของอนุภาคนิวเคลียสมีค่าคงที่ไม่เป็นฟังก์ชันกับเวลา และลักษณะของการเจริญเติบโตเป็นแบบไอโซโทรปิก (Isotropic) ขนาดหรือรัศมี (r) ของอนุภาคนิวเคลียสที่เวลา t จะมีรูปแบบเป็น

$$r = \begin{cases} u(t-\tau) & \dots\dots\dots t > \tau \\ 0 & \dots\dots\dots t < \tau \end{cases} \quad (2.2)$$

อนุภาคนิวเคลียส 1 อนุภาค ที่เวลา τ จึงมีปริมาตรเป็น

$$V_\tau = \frac{4}{3} \pi u^3 (t-\tau)^3 \quad (2.3)$$

ดังนั้นปริมาตรรวม (Total volume) ของนิวเคลียสที่เวลา t แทนด้วย V_t คือ

$$V_t = \int_0^t N_\tau V_\tau \quad (2.4)$$

แทนค่าจากสมการที่ (2.1) (2.3) ใน (2.4) จะได้ว่า

$$\frac{V_t}{V} = \frac{4}{3} \pi \int_0^t I_\tau u^3 (t-\tau)^3 d\tau \quad (2.5)$$

สมการที่ (2.5) ใช้ได้สำหรับช่วงแรกของการ เปลี่ยนสถานะ หรือสัดส่วนปริมาตร V_t/V มีค่าน้อย ๆ สำหรับเวลา t เพิ่มขึ้นมีบริเวณที่เปลี่ยนสถานะเพิ่มขึ้น สัดส่วนของปริมาตรจะมีรูปแบบเป็น

$$\frac{V_t}{V} = 1 - \exp\left[-\frac{4}{3} \pi u^3 \int_0^t I_\tau (t-\tau)^3 d\tau\right] \quad (2.6)$$

จากสมการที่ (2.5) และ (2.6) ถ้าอัตราการเกิดนิวเคลียส I_0 ไม่เป็นฟังก์ชันกับเวลาจะได้รับความสัมพันธ์

จาก (2.5) จะได้ว่า
$$\frac{V_t}{V} = \frac{\pi}{3} I_0 u^3 t^4 \quad (2.7)$$

จาก (2.6) จะได้ว่า
$$\frac{V_t}{V} = 1 - \exp\left[-\frac{\pi}{3} I_0 u^3 t^4\right] \quad (2.8)$$

สมการที่ (2.8) เรียก Johnson – Mehl – Avrami Equation ⁽¹⁰⁾

สำหรับกรณีที่อัตราการเกิดนิวเคลียสเป็นฟังก์ชันกับเวลา t สมการที่ (2.8) เขียนอยู่ในรูปทั่วไปเป็น

$$\frac{V_t}{V} = 1 - \exp[-at^n] \quad (2.9)$$

เมื่อ a เป็นค่าคงที่ และ Avrami- n ขึ้นอยู่กับลักษณะของอัตราการเกิดนิวเคลียส เช่น ถ้าอัตราการเกิดนิวเคลียสแปรผกผันกับเวลา Avrami- n มีค่า $3 < n < 4$ หรือ Avrami- n มีค่า $n > 5$ เมื่ออัตราการเกิดนิวเคลียสแปรผันตรงกับเวลา เป็นต้น

สมการที่ (2.7) นำมาใช้ในการสร้าง Time-Temperature-Transformation Curve หรือ T-T-T curve เพื่อประมาณค่าของอัตราการเย็นตัวที่น้อยที่สุด (Critical cooling rate, CCR) ที่ทำให้สัดส่วนปริมาตรเกิดการตกผลึกได้ ในทางทฤษฎีจะกำหนดสัดส่วนปริมาตร V_t/V และอุณหภูมิ T แล้วคำนวณอัตราการเกิดนิวเคลียส และอัตราการเจริญเติบโต โดยจะพิจารณาว่า นิวเคลียสที่เกิดขึ้นเป็นแบบ Homogeneous nucleation ซึ่งมีอัตราการเกิดนิวเคลียสเป็นไปตามสมการ

$$I_v = n_0 v_0 \exp\left[\frac{-\Delta G_m}{kT}\right] \exp\left[\frac{-\Delta G^*}{kT}\right] \quad (2.10)$$

เมื่อ n_0 คือ จำนวน โมเลกุลเดี่ยวต่อหน่วยปริมาตร

v_0 คือ ความถี่ในการสั่นของอะตอม

ΔG_m คือ พลังงานกระตุ้นที่จะทำให้อะตอมเคลื่อนที่ผ่านรอยต่อระหว่างนิวเคลียสกับ

เมตริกซ์ (nucleus – matrix interface)

ΔG^* คือ พลังงานอิสระสำหรับการเกิดเอมบริโอที่มีขนาดวิกฤต (critical size)

k คือ ค่าคงที่ของ Boltzmann

T คือ อุณหภูมิสัมบูรณ์

สำหรับอัตราการเจริญเติบโตคำนวณได้จากแต่ละลักษณะของการเจริญเติบโต ดังนี้

1. กรณี Normal growth หรือ Rough surface growth

$$u = va_0 \left[1 - \exp\left(\frac{-\Delta G}{kT}\right) \right] \quad (2.11)$$

$$v = \frac{kT}{3\pi a_0^3 \eta} \quad (2.12)$$

เมื่อ u คือ อัตราการเจริญเติบโตต่อหน่วยพื้นที่บริเวณรอยต่อ

v คือ ความถี่ในการเคลื่อนที่ของอะตอมผ่านบริเวณรอยต่อระหว่างผลึกและของเหลว (crystal – liquid interface)

a_0 คือ ระยะห่างระหว่างอะตอม

ΔG คือ พลังงานอิสระที่เปลี่ยนแปลงอันเนื่องมาจากการตกผลึก

η คือ ความหนืด

2. กรณี Screw dislocation growth

$$u = fva_0 \left[1 - \exp\left(\frac{-\Delta G}{kT}\right) \right] \quad (2.13)$$

$$f = \frac{\Delta T}{2\pi T_m} \quad (2.14)$$

เมื่อ f คือ สัดส่วนของบริเวณที่มีการเจริญเติบโตบนบริเวณผิวรอยต่อ

T_m คือ อุณหภูมิหลอมเหลว

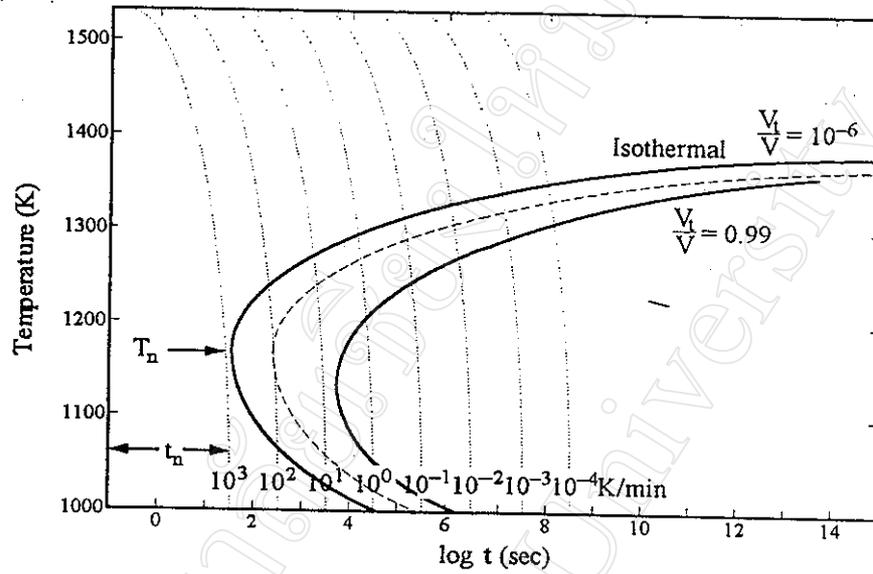
3. กรณี Surface nucleation growth

$$u = Av \exp\left(\frac{-\beta}{T\Delta T}\right) \quad (2.15)$$

เมื่อ A คือ ค่าคงที่ขึ้นอยู่กับโมเดลที่ใช้ในการวิเคราะห์ แต่โดยทั่วไปจะเป็นสัดส่วน โดย

ตรงกับกำลังสองของ edge surface energy ของนิวเคลียสใน 2 มิติ

ตัวอย่างของ T-T-T curve แสดงดังรูปที่ (2.6)



รูปที่ 2.6 Isothermal TTT diagram⁽¹⁰⁾

จาก T-T-T curve คำนวณ Critical cooling rate จาก

$$CCR = \frac{(T_m - T_n)}{t_n} \quad (2.16)$$

- เมื่อ T_m คือ อุณหภูมิหลอมเหลว
- T_n คือ อุณหภูมิตรงบริเวณส่วน โค้งของ T-T-T curve
- t_n คือ เวลาที่สัมพันธ์กับส่วน โค้งของ T-T-T curve

2.4 สมบัติทางฟิสิกส์ของแก้ว (Physical Properties of Glass)

สมบัติทางฟิสิกส์ของแก้วที่สำคัญและควรพิจารณามีหลายประการด้วยกัน แต่ทั้งนี้การที่จะมุ่งความสนใจไปยังสมบัติใด ๆ นั้นก็ขึ้นอยู่กับว่า จะต้องการนำแก้วนั้น ๆ ไปใช้ทำผลิตภัณฑ์ประเภทใด สมบัติทางฟิสิกส์ที่ควรพิจารณา เช่น Viscosity Density Surface energy Optical properties (Reflection Refraction Absorption Birefringence) Mechanical properties (Young's modulus Shear modulus Hardness Strength Coefficient of friction) Thermal properties (Thermal conductivity Coefficient of thermal expansion Heat capacity) Electrical properties (Dielectric constant Dielectric strength Dielectric loss) เหล่านี้เป็นต้น สำหรับในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงความหนาแน่นและสมบัติทางแสงเท่านั้น

2.4.1 ความหนาแน่น

ความหนาแน่นเป็นคุณสมบัติหนึ่งของแก้วที่สามารถวัดได้ง่าย วิธีการวัดไม่ยุ่งยาก โดยส่วนใหญ่แล้วความหนาแน่นของแก้วจะอยู่ระหว่าง 2.2 ถึง 8.0 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตรขึ้นอยู่กับส่วนประกอบและรูปแบบของกระบวนการให้ความร้อนต่อแก้วนั้น (Thermal treatment หรือ Heat treatment) สำหรับที่อุณหภูมิห้อง Silica glass มีความหนาแน่นประมาณ 2.203 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร 96% - Silica glass ประมาณ 2.18 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร Low-loss borosilicate glass ประมาณ 2.13 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร Soda-lime glass ประมาณ 2.5 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร และสำหรับ Lead silicate glass อาจสูงถึง 6.0 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร เป็นต้น⁽¹¹⁾ แก้วที่มีส่วนประกอบอย่างเดียวกัน แต่ถูกทำให้เย็นตัวอย่างฉับพลันจะมีความหนาแน่นที่ต่ำกว่าแก้วที่ถูกทำให้เย็นตัวอย่างช้า ๆ ข้อมูลความหนาแน่นมักถูกนำมาใช้ในการควบคุมคุณภาพ นอกจากนี้ยังมีความสัมพันธ์กับคุณสมบัติอื่นอีก A.Makishima⁽¹²⁻¹⁴⁾ ซึ่งให้เห็นว่าสามารถคำนวณ Young's modulus (E) และ Shear modulus (S) ได้โดยอาศัยข้อมูลความหนาแน่นผ่านตัวแปร Packing density (V_f) ตามสมการ

$$E = 83.6V_f \sum G_i X_i \quad (2.17)$$

$$S = \left(\frac{300V_t^2}{10.2V_t - 1} \right) \sum G_i X_i \quad (2.18)$$

$$V_t = \left(\frac{\rho}{M} \right) \sum V_i X_i \quad (2.19)$$

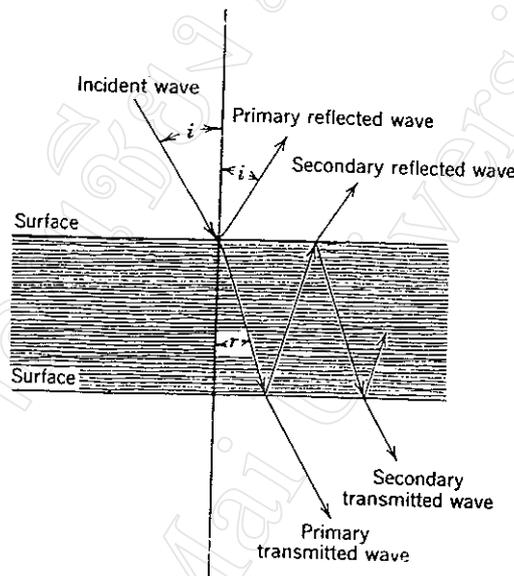
- เมื่อ G_i คือ พลังงานการสลายตัว (Dissociation energy) ต่อหน่วยปริมาตรของส่วนประกอบที่ i
- X_i คือ สัดส่วนโดยโมลของส่วนประกอบที่ i
- ρ คือ ความหนาแน่น
- M คือ Molar Volume
- V_i คือ Packing factor

และยืนยันว่าสำหรับ Alkali และ Alkali earth oxide contained silicate glass รวมทั้ง Alkali และ Alkali earth oxide free glass with low silica นั้น การคำนวณค่า Young's modulus (E) และ Shear modulus (S) จากสมการที่ (2.17) และ (2.18) ให้ค่าสอดคล้องกับค่าที่ได้จากการวัดจริง⁽¹³⁾ นอกจากนี้ข้อมูลของ N.Shinkai⁽¹⁵⁾ ยังแสดงให้เห็นว่าความหนาแน่นที่สูงของแก้วระบบ PbO-ZnO-B₂O₃ จะชี้ให้เห็นถึงการมีโครงสร้างแบบเปิด (Open structure) มากกว่า โดยจะมีสัดส่วนช่องว่าง (Void fraction) สูง ซึ่งนำไปสู่การมีความแข็ง (Vicker microhardness) ต่ำ เป็นต้น

2.4.2 สมบัติทางแสง

แก้วเป็นวัสดุอสัณฐาน (Amorphous) ถ้านเนื้อแก้วมีความสม่ำเสมอ (Homogeneous) และไม่มีอิทธิพลจากแรงเค้น (Stress) มากกระทำแล้ว สมบัติทางแสงของแก้วจัดว่าเป็นแบบไอโซโทรปิก (Optically isotropic) แสงที่เดินทางเข้ามายังแก้ว จึงมีความเร็วในการเคลื่อนที่เท่ากันทุกทิศทาง

เมื่อแสงตกกระทบผิวหน้าแก้วบางส่วนจะสะท้อน (Reflection) ออกจากผิวหน้าที่แสงตกกระทบ แสงส่วนที่เหลือจะเดินทางเข้าไปในเนื้อแก้วซึ่งจะเกิดการหักเห (Refraction) และถูกดูดกลืน (Absorption) เมื่อแสงเดินทางมายังอีกผิวหน้าก็ยังคงเกิดการสะท้อนและหักเหได้อีก แต่จะมีบางส่วนที่สามารถทะลุผ่าน (Transmission) ออกมาได้ แสดงดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 การสะท้อนและการทะลุผ่านของแสงจากแผ่นวัตถุ⁽⁸⁾

2.4.2.1 แบบจำลองการอธิบายตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติทางแสง^(4,16)

สำหรับตัวกลางใด ๆ ยกเว้น Idealized empty space จะประกอบด้วยอนุภาคที่มีประจุอนุภาคเหล่านี้สามารถสั่นรอบตำแหน่งสมดุล โดยมีการสั่นแบบฮาร์โมนิก (Harmonic oscillation) เมื่อแสงซึ่งเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าผ่านเข้ามายังตัวกลางจะกระตุ้นให้เกิดการสั่นมากขึ้น ความเร็วของแสงในตัวกลางขึ้นอยู่กับแอมพลิจูดในการสั่นและความหนาแน่นของอนุภาค การสั่นของอนุภาค ณ ตำแหน่งใด ๆ ในตัวกลางทำให้เกิดโพลาไรเซชัน (Polarization) แอมพลิจูดในการสั่นจึงมีความสัมพันธ์กับค่าคงที่ไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์ (ϵ_r) ณ ค่าของความถี่ในการสั่นนั้น ดังนั้นค่าคงที่ไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์ และดัชนีหักเห ($n = c / c_{medium} = \sqrt{\mu_r \epsilon_r} = \sqrt{\epsilon_r}$ เมื่อ $\mu_r = 1$) จึงถูกกำหนดจากปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์อย่างเดียวกันคือ การขจัดของอนุภาคโดยอิทธิ

ผลจากสนามไฟฟ้า จากความสัมพันธ์ของ Maxwell ที่ว่า $\nabla^2 = \epsilon_r$ และอาศัยแบบจำลองการสั่นแบบฮาร์โมนิกของอนุภาค สามารถนำมาอธิบายครรชนี้หักเหในเทอมของจำนวนอนุภาคและความถี่ในการสั่นของอนุภาคได้ คลื่นแสงซึ่งเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีผลกระทบต่อออสซิลเลชันและอะตอม โดยทำให้เกิดการย้ายตำแหน่งจุดศูนย์กลางกลุ่มประจุ ดังแสดงในรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 สนามไฟฟ้าภายนอก (Applied field) ทำให้จุดศูนย์กลางกลุ่มประจุบวก/หรือนิวเคลียส กับจุดศูนย์กลางกลุ่มประจุลบ/หรือกลุ่มอิเล็กตรอน มีการเลื่อนไปจากตำแหน่งสมดุล การเลื่อนตำแหน่งดังกล่าวทำให้เกิด โมเมนต์ขั้วคู่ (Dipole moment, p) โพลารีเซชัน และสนามไฟฟ้าภายในขึ้น⁽⁸⁾

เมื่อมีสนามไฟฟ้า $E = E_0 e^{i\omega t}$ มากระทำ ทำให้จุดศูนย์กลางกลุ่มประจุเลื่อนออกจากตำแหน่งสมดุล ถ้าโมเมนต์ขั้วคู่ถูกแทนด้วยประจุ 2 ประจุที่มีขั้วตรงกันข้ามกันคือ $+q$ และ $-q$ มวล m อยู่ห่างกันเป็นระยะ $X = X_0 e^{i\omega t}$ มีแรงดึงดูดซึ่งกันโดยมี Restoring force β พิจารณาแรงที่กระทำต่อ โมเมนต์ขั้วคู่ประจุ $+q$ เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$F = -\beta X + qE = \frac{md^2 X}{dt^2} \quad (2.20)$$

แทนค่า $E = E_0 e^{i\omega t}$ และ $X = X_0 e^{i\omega t}$ ในสมการที่ (2.20) จะได้

$$X_0 = \frac{qE_0}{\beta - m\omega^2} \quad (2.21)$$

ให้ ω_0 เป็นความถี่ธรรมชาติ (Natural frequency) โดยที่ $\omega_0 = \sqrt{\frac{\beta}{m}}$ ดังนั้นจากสมการที่ (2.21) เขียนใหม่เป็น

$$X_0 = \frac{qE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (2.22)$$

ค่าโมเมนต์ขั้วคู่ p แปรผันตรงกับระยะขจัด X ตามสมการ

$$p = qX \quad (2.23)$$

ดังนั้น

$$p = \frac{q^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (2.24)$$

และมีโพลาไรเซชัน P ที่เกิดจากการจัดเรียงตัวของโมเมนต์ขั้วคู่ จึงถือว่าค่าโพลาไรเซชันแปรโดยตรงกับสนามไฟฟ้า ดังนั้น

$$P = n_0 \alpha E \quad (2.25)$$

สำหรับ Homogeneous isotropic medium โพลาไรเซชันจะขนานกับสนามไฟฟ้าภายนอก

$$P = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)E \quad (2.26)$$

โดยการเทียบสมการที่ (2.25) และ (2.26) จะได้ว่า

$$(\epsilon_r - 1) = \frac{n_0 \alpha}{\epsilon_0} \quad (2.27)$$

เมื่อ n_0 คือ จำนวนอะตอมหรือโมเลกุลต่อหน่วยปริมาตร
 α คือ โพลาริซาบิลิตี (Polarizability) มีค่าเป็น โมเมนต์ขั้วคู่ต่อสนามไฟฟ้า

$$\alpha = \frac{p}{E} \quad (2.28)$$

แทนค่า (2.24) ใน (2.28) จะได้ว่า

$$\alpha = \frac{q^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (2.29)$$

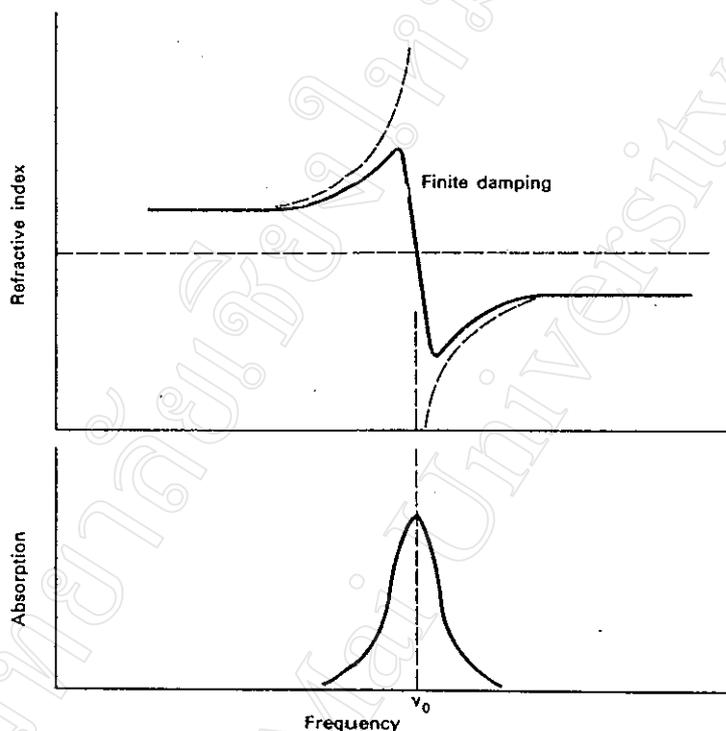
ดังนั้นจาก (2.27) เขียนใหม่ได้

$$(n^2 - 1) = \frac{n_0 q^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (2.30)$$

ถ้า $n \sim 1$ และ n_0 มีค่าน้อยๆ เทอม $(n^2 - 1) = (n-1)(n+1) \sim 2(n-1)$ ดังนั้น

$$n = 1 + \frac{n_0 q^2}{2m\epsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (2.31)$$

สมการที่ (2.31) ค่า n จะเปลี่ยนแปลงกับความถี่ $f = \frac{\omega}{2\pi}$ โดยลักษณะของการเปลี่ยนแปลงแสดง
 ดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 การเปลี่ยนแปลงของดัชนีหักเห ณ บริเวณใกล้เคียง ๆ กับ Absorption band ($\omega_0 = 2\pi f_0$)⁽⁴⁾

ในกรณีที่ n_0 มีค่ามาก สนามไฟฟ้าภายในไม่เท่ากับสนามไฟฟ้าภายนอก แต่จะมีค่าเป็นไปตาม Lorentz relation ($E_{loc} = E + \frac{1}{3}\epsilon_0 P$) จึงไม่สามารถใช้สมการที่ (2.25) ได้ อย่างไรก็ตามสามารถประมาณ ϵ_r หรือ n^2 ได้โดยใช้ Clausius – Mossotti equation^(4, 8, 10) ได้

$$\text{Clausius – Mossotti equation} \quad \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{n_0^2}{3\epsilon_0} \quad (2.32)$$

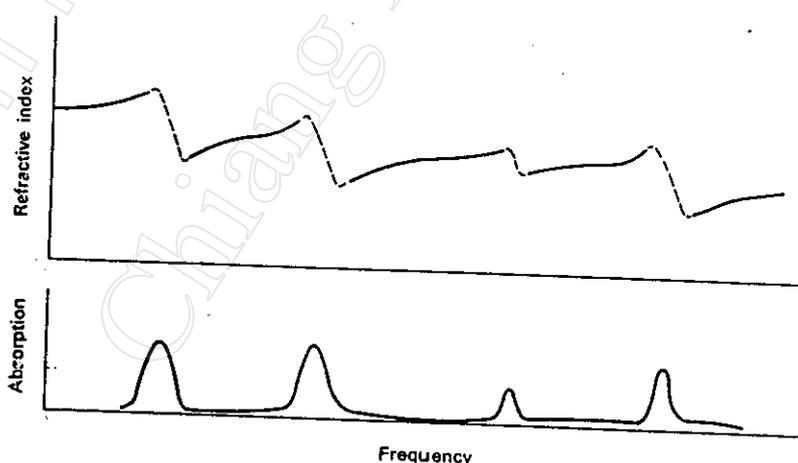
หรือ

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{n_0 \alpha}{3\epsilon_0} \quad (2.33)$$

ในความเป็นจริงแล้วตัวกลางใด ๆ จะประกอบด้วยอนุภาคที่มีความแตกต่างกันทั้งหมด และ Restoring force คำนึงถึงทางขวามือของสมการที่ (2.33) จึงเขียนอยู่ในรูปของผลรวมได้เป็น

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \sum \frac{n_0}{3m\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{\omega_n^2 - \omega^2} \right) \quad (2.34)$$

จากสมการที่ (2.34) ที่ความถี่ใด ๆ จะมีลักษณะของการเปลี่ยนแปลงดรรชนีหักเห และสัมประสิทธิ์การดูดกลืน (Absorption coefficient) แสดงได้ดังรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 ลักษณะกราฟการเปลี่ยนแปลงดรรชนีหักเหและการดูดกลืนที่เป็นฟังก์ชันกับความถี่⁽⁴⁾

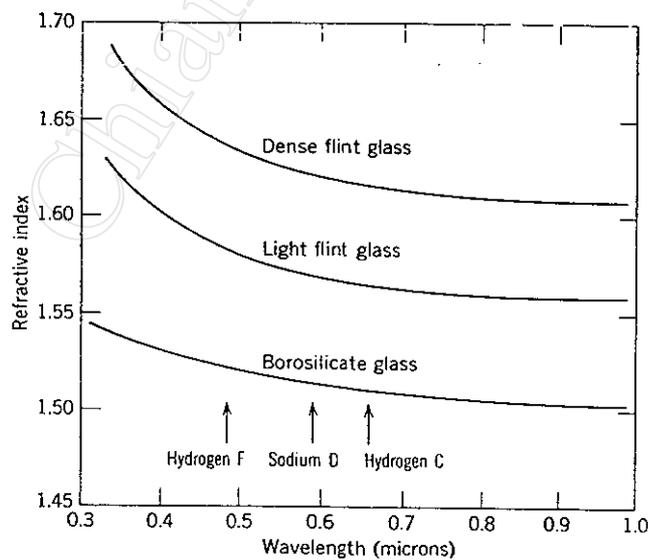
รูปแบบของดรรชนีหักเหจึงมีการแสดงในรูปของจำนวนเชิงซ้อน คือ

$$n^* = n - ik \quad (2.35)$$

เมื่อ n^* คือ สัมประสิทธิ์การหักเห (Coefficient refraction)
 n คือ ดรรชนีหักเห
 k คือ ดรรชนีการดูดกลืน

2.4.2.2 ดรรชนีหักเหและการกระจายแสงของแก้ว

ในการเปรียบเทียบดรรชนีหักเหของแก้วชนิดต่าง ๆ จะวัดดรรชนีหักเหที่ความยาวคลื่น 5893 อังสตรอม ของ Sodium D line ทั้งนี้เนื่องจากดรรชนีหักเหเป็นฟังก์ชันกับความถี่แสงหรือความยาวคลื่น โดยปกติในช่วงของ Visible light ดรรชนีหักเหจะลดลงเมื่อความยาวคลื่นเพิ่มขึ้น ดังรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 การเปลี่ยนแปลงดรรชนีหักเหของแก้วในช่วงความยาวคลื่นของ visible light ⁽⁸⁾

ในส่วนของ การกระจายแสง (Dispersion) ถูกนิยาม โดย

$$Dispersion = \frac{dn}{dx} \quad (2.36)$$

สำหรับทางปฏิบัติจะอ้างถึง Partial dispersion คือ $n_F - n_D$ $n_D - n_C$ $n_F - n_C$ โดยเทอม $n_F - n_C$ เรียกอีกอย่างว่า Mean dispersion

ในการบ่งถึงลักษณะทางแสงจะอ้างถึงตัวแปรเรียก v_D -value หรือ Abbe - value ซึ่งเป็นอัตราส่วนระหว่าง Effective refractivity และ Mean dispersion

$$v_D = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad (2.37)$$

เมื่อ n_D n_F และ n_C เป็นดัชนีหักเหเมื่อวัดที่ความยาวคลื่นของ Sodium D line, Hydrogen F line และ Hydrogen C line ซึ่งมีความยาวคลื่นเป็น 5893 4861 และ 6563 อังสตรอม ตามลำดับ ครรชนีหักเหของแก้ว และ v_D -value จะนำมาบ่งถึง Type number ในทางอุตสาหกรรม เช่น Borosilicate crown glass ที่ $n_D = 1.517$ และ $v_D = 64.5$ จะมี Type number เป็น 517645

2.4.2.3 การสะท้อนและการหักเห

การสะท้อนของแสงออกจากผิวหน้าของแก้วที่แสงไปตกกระทบมีค่าขึ้นอยู่กับ ครรชนีหักเหเป็นไปตาม Fresnel's formula

$$R = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2} \quad (2.38)$$

เมื่อ	R	คือ การสะท้อน
	n	คือ ดรรชนีหักเห
	k	คือ ดรรชนีการดูดกลืน

ในช่วงของ Visible light ค่า $k \ll n$ สมการที่ (2.38) ลดรูป เป็น

$$R = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} \quad (2.39)$$

ทั้งนี้สมการที่ (2.38) ใช้ได้เมื่อมุมตกกระทบ $< 20^\circ$

2.4.2.4 การดูดกลืนและการทะลุผ่าน

ดรรชนีการดูดกลืน k ขึ้นอยู่กับความถี่เช่นเดียวกัน และมีความสัมพันธ์กับสัมประสิทธิ์การดูดกลืน (Absorption coefficient β) เป็นไปตามสมการ $\beta = \frac{4\pi k}{\lambda}$ สำหรับ Single phase medium สัดส่วนของแสงที่ทะลุผ่านขึ้นอยู่กับ β และความหนาของตัวกลาง (x) เป็นไปตาม Lambert's law

$$T = \frac{I}{I_0} = \exp(-\beta x) \quad (2.40)$$

เมื่อ	T	คือ การทะลุผ่าน
	I	คือ ความเข้มแสงตกกระทบ
	I_0	คือ ความเข้มแสงที่ทะลุผ่าน

และสำหรับ Overall transmission (T') เป็นไปตามสมการ

$$T' = (1 - R)^2 \exp(-\beta x) \quad (2.41)$$

2.4.3 ความสัมพันธ์ระหว่างดัชนีหักเหและความหนาแน่น

จาก Clausius – Mossotti สมการที่ (2.32) และ (2.33) สามารถแทนตัวแปรให้อยู่ในรูปของความหนาแน่นได้ ดังนี้

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{n_0 \alpha}{3\epsilon_0} = \frac{N_A \rho}{M} \frac{\alpha}{3\epsilon_0} \quad (2.42)$$

เมื่อ N_A คือ ค่าคงที่ของอโวกาโดร

M คือ มวลโมเลกุล

ρ คือ ความหนาแน่น

แสดงในรูปของ Polarizability ได้เป็น

$$\alpha = \frac{3\epsilon_0}{N_A} \frac{M}{\rho} \left[\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right] = \frac{3\epsilon_0}{N_A} R_\alpha \quad (2.43)$$

เมื่อ R_α คือ Molar refractivity

ดังนั้น

$$R_\alpha = \frac{M}{\rho} \left[\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right] \quad (2.44)$$

R_α ในสมการที่ (2.44) เรียก Lorentz – Lorentz refractivity ^(7, 17-18) เนื่องจากได้พิจารณาว่าสนามไฟฟ้าเป็นไปตาม Lorentz relation นอกจากนี้ยังมีความสัมพันธ์ที่คล้ายกับในสมการ (2.44) คือ Gladstone and Dale formula ⁽¹⁸⁾ และ Newton Drude form ⁽¹⁷⁾

Gladstone and Dale Formula โดยที่ Gladstone–Dale refractivity เป็นไปตาม

$$R_\alpha = \frac{M}{\rho}(n-1) \quad (2.45)$$

Newton Drude form โดยที่ Newton–Drude refractivity เป็นไปตาม

$$R_\alpha = \frac{(n^2 - 1)}{\rho} \quad (2.46)$$

โดยงานศึกษาของ S.K.J.Al-ani ⁽¹⁷⁾ ชี้ว่า Newton – Drude refractivity เหมาะสำหรับนำมาใช้ในการประมาณครั้นนี้หักเห เมื่อทราบเพียงความหนาแน่น เนื่องจากค่า Newton–Drude refractivity มีการเปลี่ยนแปลงกับปริมาณส่วนประกอบทางเคมีของแก้วน้อยกว่า Lorentz–Lorentz refractivity และ Gladstone–Dale refractivity