บทที่ 2
ทฤษฎีการประมวลผลภาพ

2.1 บทนำ

การประมวลผลภาพดิจิตอล (Digital Image Processing) นำมาประยุกต์ใช้งานในด้านแก้ไขปรับปรุงข้อมูลภาพเพื่อให้ได้ข้อมูลภาพที่ชัดเจนถูกต้องและใช้ในการประมวลผลข้อมูลภาพสำหรับการมองเห็นและเข้าใจของเครื่องจักรอัตโนมัติต่างๆ ตอนต้นปี ค.ศ. 1920 ใช้เทคนิคการประมวลผลภาพโดยนำภาพมาแปลงเป็นข้อมูลแล้วส่งผ่านสายเคเบิลใต้น้ำระหว่างลอนดอนและนิวยอร์กและนำข้อมูลที่ได้มาสร้างภาพใหม่โดยเครื่องพิมพ์ ต่อมาในปี ค.ศ. 1964 ได้มีการนำการประมวลผลภาพมาใช้ในการในการปรับปรุงแก้ไขภาพ เพื่อให้ได้ภาพที่ถูกต้องชัดเจน เช่นแก้ไขภาพถ่ายฟิล์มเอ็กซ์เรย์ให้มีความคมชัด ลดสัญญาณรบกวนที่ปรากฏในภาพถ่าย เป็นต้น และในการประยุกต์ใช้งานด้านความเข้าใจของเครื่องจักรอัตโนมัติ ก็มีการพัฒนามาอย่างต่อเนื่องเช่นกัน ได้แก่ ด้านการรู้จำตัวอักษรอัตโนมัติ และด้านการประกอบชิ้นส่วนของเครื่องจักรในโรงงานโดยใช้การมองเห็นเป็นต้น

2.2 คุณสมบัติภาพดิจิตอล

การใช้คอมพิวเตอร์ประมวลผลภาพ รูปภาพจะต้องถูกแปลงเป็นข้อมูลดิจิตอลโดยฟังก์ชั่นภาพ $f(x,y)$ ประกอบด้วย 2 ส่วนคือระยะทาง (Spatial) และแอมพลิจูด (Amplitude) การแปลงข้อมูลภาพให้เป็นข้อมูลดิจิตอลของพิกัดระยะทาง (x,y) เรียกว่าการชักตัวอย่างภาพ (Image Sampling) ภาพจะมีรูปแบบเป็นแถวลำดับ $N \times M$ ดังแสดงในสมการที่ 2.1

$$f(x,y) \approx \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \cdots f(0,M-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \cdots f(1,M-1) \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ f(N-1,0) & f(N-1,1) & \cdots f(N-1,M-1) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

แต่ละองค์ประกอบแถวลำดับ (Array Element) ของภาพดิจิตอลเรียกว่าจุดภาพ ในด้านขวาของสมการที่ 2.1 แสดงภาพดิจิตอลซึ่งประกอบด้วยจุดภาพจำนวนมาก ขนาดความละเอียดของภาพดิจิตอลและระดับสีเทา สำหรับแต่ละจุดภาพแสดงในสมการที่ 2.2 และ 2.3

$$N = 2^n \ , \ M = 2^k \tag{2.2}$$

$$G = 2^m \tag{2.3}$$

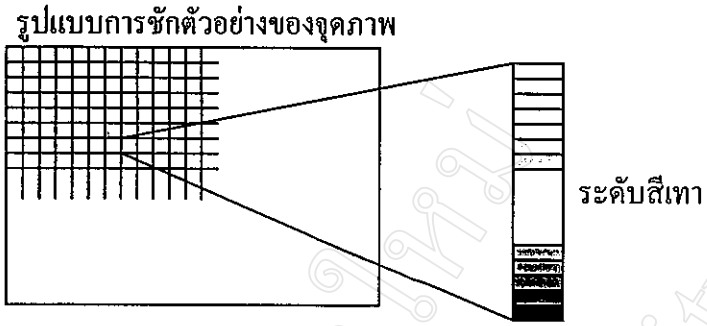
เมื่อ G แสดงค่าระดับสีเทา สมมุติให้มีค่าระหว่าง 0 ถึง L และ b แสดงจำนวนบิตของภาพดิจิตอลที่ใช้ในการเก็บโดยแสดงในสมการที่ 2.4

$$b = N \times M \times m \tag{2.4}$$

ถ้า $M = N$

$$b = N^2 m \tag{2.5}$$

การแปลงข้อมูลภาพให้เป็นข้อมูลดิจิตอลของแอมพลิจูดเรียกว่าการควอนไทซ์ (Quantization) โดยแต่ละจุดภาพจะแสดงระดับสีค่าต่างๆ จำนวนระดับสีขึ้นอยู่กับจำนวนบิตที่ใช้ในการบันทึก ซึ่งในรูปที่ 2.1 แสดงการชักตัวอย่างและการควอนไทซ์ภาพ ถ้าจุดภาพมีค่าได้เพียง 2 ค่า จุดภาพนี้ใช้หน่วยความจำเพียงบิตเดียว รูปภาพนี้เรียกว่ารูปภาพแบบ 1 บิตแสดง 2 สีคือ ขาว – ดำ และ 8 บิตในการแสดงค่าระดับสีเทา 256 ระดับสี ในสีที่เหมือนจริงเป็นภาพขนาด 24 บิต แบ่งเป็น 3 ระนาบสีโดยใช้ระนาบละ 8 บิต แต่ละระนาบแทนด้วยแม่สีทั้ง 3 ในระบบสีระบบสีแดง สีเขียว และสีน้ำเงิน เรียกย่อว่าระบบสีแบบ RGB ซึ่งใช้ในจอคอมพิวเตอร์สี สร้างเฉดสีได้ถึง 16 ล้านสี



รูปที่ 2.1 การชักตัวอย่างและการควอนไทซ์ภาพ [11]

การแยกชัด (Resolution) คือระดับที่สามารถเห็นรายละเอียดได้ชัดเจน ซึ่งถูกกำหนดโดยขนาดความละเอียดและระดับความเข้มสีเทาของภาพ และหากกำหนดขนาดความละเอียดต่ำจะเกิดลักษณะตารางหมากรุก (Checkerboard) การกำหนดขนาดความละเอียดและระดับสีเทาของภาพขึ้นอยู่กับความต้องการของงาน ภาพที่มีความละเอียดสูงย่อมใช้เนื้อที่ในการจัดเก็บมากและเสียเวลาในการประมวลผลอย่างมากในการนำมาใช้งาน

2.3 แผนภาพสี (Chromaticity diagram)

ระบบสีแบบ RGB มีแม่สีได้แก่ R, G และ B เป็นแม่สีในการผสมสีทางแสง ใช้ในงานทั่วไป ในปี ค.ศ. 1931 นำวิธี CIE (Commission Internationale de l'Eclairage) มาใช้กำหนดแม่สีใหม่ขึ้นมา แสดงโดย X, Y และ Z วิธีนี้มีประโยชน์ในการแปลงภาพสีไปเป็นภาพระดับสีเทา ค่า X, Y และ Z ได้มาจากแม่สี R,G และ B โดยการแปลงเชิงเส้น (Linear Transformation) ดังแสดงในสมการที่ 2.6

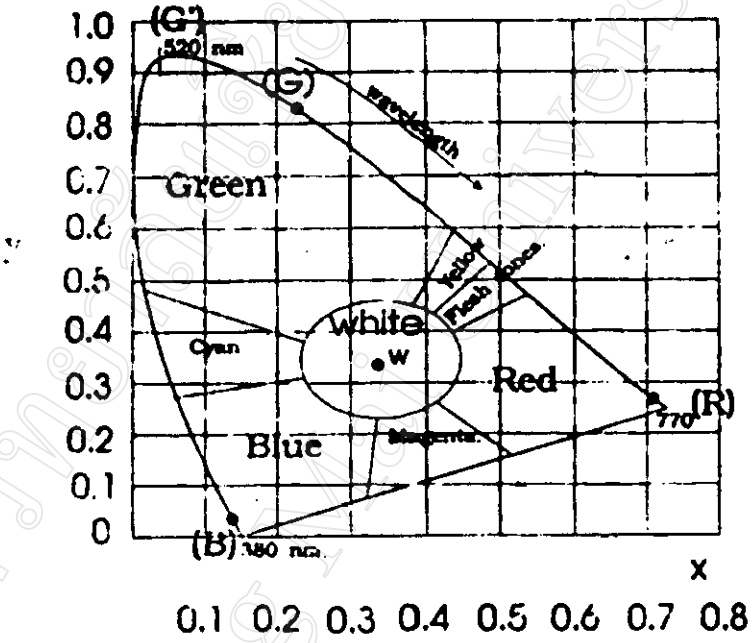
$$\begin{aligned} X &= 2.7690R + 1.7518G + 1.1300B \\ Y &= 1.0000R + 4.5907G + 0.0601B \\ Z &= 0.0000R + 0.0565G + 5.5943B \end{aligned} \qquad (2.6)$$

แม่สี X, Y และ Z ก่อให้เกิดแผนภาพสี CIE ซึ่งแสดงจำนวนสีทั้งหมด แสดงในรูปที่ 2.2 พิกัดภาพหาได้จากสมการที่ 2.7

$$D = X+Y+Z$$

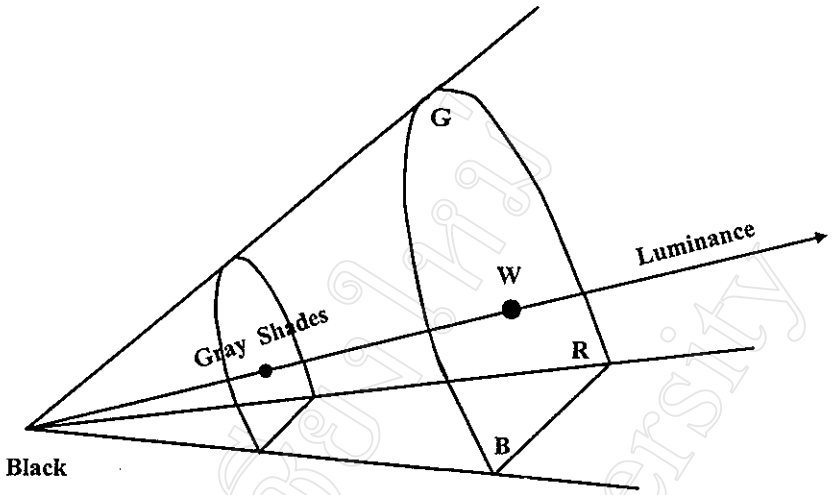
$$x = \frac{X}{D} \qquad y = \frac{Y}{D} \qquad z = \frac{Z}{D} \tag{2.7}$$

$$x+y+z = 1$$



รูปที่ 2.2 แผนภาพสี CIE [9]

ในแผนภาพสี CIE ที่มุมของสามเหลี่ยมแสดงแม่สี R,G และ B สีขาวอยู่ตรงกลางสามเหลี่ยมที่จุด W ซึ่งมีพิกัดเท่ากับ x = y = 0.3333 ค่าสีทั้งหมดแสดงโดยค่าพิกัด x,y และค่า z แสดงความสว่างทั้งหมด ในรูปที่ 2.3 แสดงค่าสีและความสว่างทั้งหมด ที่ความสว่างน้อยจะมีจำนวนสีน้อย ที่ความสว่างมากจะมีจำนวนสีมากเช่นกัน และที่ปลายแหลมของพีระมิดแสดงสีดำ



รูปที่ 2.3 พีระมิดสี [9]

2.4 สัญญาณลูมิแนนซ์ (Luminance Signal)

สัญญาณลูมิแนนซ์ของภาพสี คือพื้นฐานภาพขาวดำ การแปลงภาพสีเป็นภาพระดับสีเทาแสดงในสมการที่ 2.8

$$Y = 0.30R + 0.59G + 0.11B \tag{2.8}$$

2.5 เทคนิคการประมวลผลภาพ แบ่งได้ 2 วิธี คือ

2.5.1 การประมวลผลภาพในมิติความถี่ (Frequency Domain) ซึ่งใช้ทฤษฎีคอนโวลูชั่น (Convolution) ให้ g(x,y) เป็นรูปแบบภาพเกิดจากการคอนโวลูชั่นของภาพ f(x,y) และ h(x,y) เป็นตัวดำเนินการตำแหน่งที่คงที่ (Position Invarriant Operator) แสดงในสมการที่ (2.9) และใช้เทคนิคฟูเรียร์ทรานฟอร์ม (Fourier Transform) กับสมการที่ (2.9) แสดงในสมการที่ (2.10)

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) \tag{2.9}$$

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v) \tag{2.10}$$

เมื่อ $F(u,v)$ = ฟูเรียร์ทรานฟอร์มข้อมูลส่วนอินพุท

$H(u,v)$ = คือฟังก์ชั่นการเปลี่ยนรูป (Transfrom function)

$G(u,v)$ = ฟูเรียร์ทรานฟอร์มส่วนที่เป็นผลลัพธ์

การแปลงค่าฟูเรียร์ทรานฟอร์มกลับแสดงในสมการที่ (2.11)

$$g(x,y) = \Im^{-1}\left[H(u,v)F(u,v)\right] \tag{2.11}$$

ปัญหาของการประมวลผลภาพในมิติความถี่คือการหาค่า $H(u,v)$ ที่เหมาะสมนั้นยาก

2.5.2 การประมวลผลภาพในมิติระยะทาง (Spatial Domain) การประมวลผลแบบนี้เป็นการกระทำโดยจุดภาพ ฟังก์ชั่นการประมวลผลภาพ (Image Processing Function) ในการประมวลผลภาพในมิติระยะทางอาจแสดงดังนี้

$$g(x,y) = T\left[f(x,y)\right] \tag{2.12}$$

$f(x,y)$ = คือข้อมูลภาพส่วนที่เป็นอินพุท

$g(x,y)$ = คือการประมวลผลข้อมูลภาพ

T = คือตัวกระทำกับกลุ่มจุดภาพส่วนที่เป็นอินพุทโดยอาศัยจุดภาพบริเวณใกล้เคียง

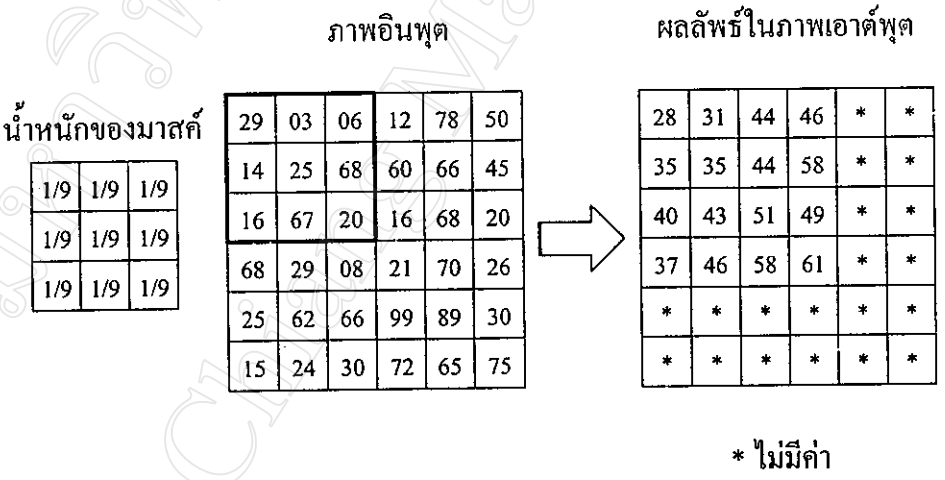
การตรวจหาขอบแบบเกรเดียนต์เป็นส่วนหนึ่งของวิธีการประมวลผลภาพในมิติระยะทาง

2.6 ขั้นตอนก่อนการประมวลผล

ในขั้นตอนก่อนการประมวลผล ประกอบด้วยการลดสัญญาณรบกวน และการลดขนาดของภาพ ขั้นตอนนี้เป็นการเตรียมภาพ เพื่อให้ได้ภาพที่มีความชัดเจนและขนาดของภาพที่เหมาะสมกับการประมวลผล

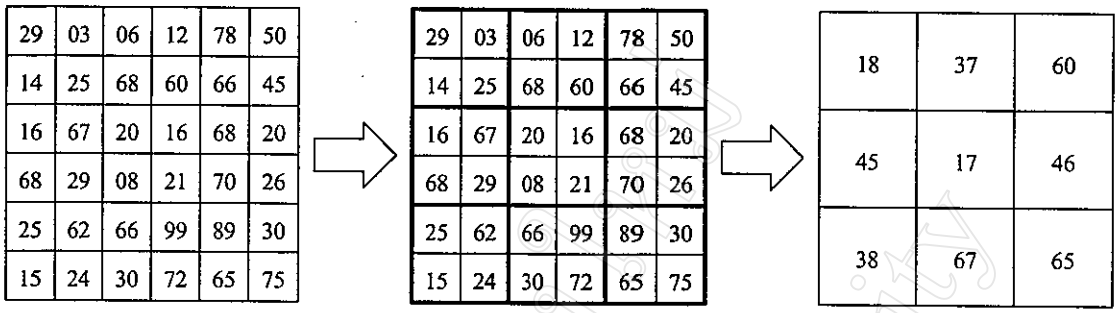
2.6.1 การลดสัญญาณรบกวนโดยใช้วิธีการกรองแบบผ่านต่ำ โดยรวมผลค่าสัมประสิทธิ์ของมาสค์ และค่าระดับสีของจุดภาพอินพุตภายใต้มาสค์ในแต่ละบริเวณในภาพ ด้วยสมการที่ 2.13 ผลที่ได้แทนที่ในจุดภาพเอาต์พุต และประมวลผลซ้ำด้วยการเคลื่อนที่มาสค์ต่อไปจนครบทุกบริเวณในภาพ ดังแสดงในรูปที่ 2.4 ในสมการที่ 2.13 ค่า W คือค่าน้ำหนักของมาสค์ ค่า z คือค่าความเข้มของจุดภาพในภาพอินพุต และค่า R คือค่าความเข้มของจุดภาพในภาพเอาต์พุต

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \ldots + w_9 z_9 \qquad (2.13)$$



รูปที่ 2.4 แสดงตัวอย่างการใช้วงจรกรองแบบผ่านต่ำ

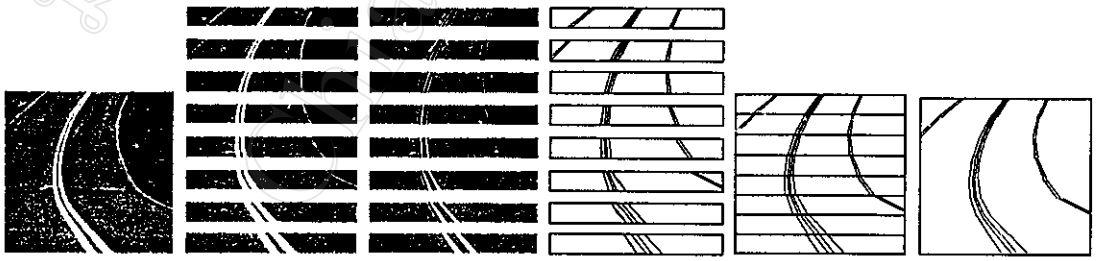
2.6.2 การลดขนาดของภาพ เริ่มด้วยการแบ่งจุดภาพในภาพอินพุตให้เป็นบล็อก และคำนวณหาค่าเฉลี่ยระดับสีของจุดภาพในแต่ละบล็อก ค่าระดับสีในแต่ละบล็อกแทนในจุดภาพ เอาต์พุต ขนาดของบล็อกกำหนดตามสัดส่วนของขนาดภาพอินพุตต่อขนาดภาพเอาต์พุตที่ต้องการ ดังแสดงในรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แสดงตัวอย่างการลดขนาดภาพด้วยการหาค่าเฉลี่ย

2.7 วิธีวิชวลคิว

วิธีวิชวลคิวเป็นการนำภาพมาประมวลผล โดยแบ่งส่วนภาพให้เป็นส่วนย่อย และนำภาพแต่ละส่วนย่อยไปประมวลผลจนได้เส้นแสดงช่องทางบนถนนที่ถูกต้องในแต่ละส่วนย่อย แล้วจึงนำภาพแต่ละย่อยมารวมกัน ด้วยวิธีนี้จะเพิ่มประสิทธิภาพการใช้วิธีฮัฟทรานฟอร์มตรวจหาแนวเส้นตรงได้ เนื่องจากแนวถนนไม่ได้มีแนวเส้นตรงเพียงอย่างเดียว แต่ยังประกอบด้วยส่วนโค้งขนาดต่างๆ มากมาย ดังนั้นการหาเส้นตรงในแต่ละส่วนย่อยแล้วจึงนำมาต่อกัน คาดว่าจะสามารถหาเส้นแสดงช่องทางบนถนนที่ประกอบด้วยทางโค้งได้อย่างความถูกต้องมากยิ่งขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 แสดงตัวอย่างการประมวลผลภาพแบบวิธีวิชวลคิว

2.8 การตรวจหาขอบด้วยตัวดำเนินการแบบเกรเดียนต์

ขอบ คือการพิจารณาระหว่าง 2 บริเวณที่ไม่เหมือนกันในภาพ ซึ่งแสดงความแตกต่างของพื้นผิวของวัตถุ หรือบางที่แสดงขอบเขตระหว่างส่วนที่สว่างและมืดที่ลดลงในพื้นผิวเดียวกัน ดังนั้นการหาขอบจึงเป็นการหาความไม่ต่อเนื่องของค่าระดับสีเทาในจุดภาพระหว่างบริเวณต่างๆ ขอบที่ชัดเจนเป็นการง่ายต่อการคำนวณ การคำนวณที่ง่ายกระทำโดยการใช้เกรเดียนต์อนุพันธ์อันดับหนึ่งที่จุดใดๆ ในภาพโดยใช้ขนาดของเกรเดียนต์ที่จุดนั้น และขอบเป็นส่วนที่กำหนดร่องรอยการมองเห็นที่ชัดเจนสามารถช่วยในขบวนการรู้จำ

แนวคิดของการใช้เกรเดียนต์สำหรับหาความแตกต่างของภาพแสดงในสมการที่ (2.14) เกรเดียนต์ของภาพ f(x,y) ที่ตำแหน่ง (x,y) คือเวคเตอร์ (Vector)

$$\nabla \mathbf{f} = \begin{bmatrix} Gx \\ Gy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \qquad (2.14)$$

ความเหมาะสมของการวิเคราะห์เวคเตอร์ (Vector Analysis) จุดเวคเตอร์เกรเดียนต์ (Gradient Vector Point) ในทิศทางอัตราสูงสุดของการเปลี่ยนแปลงของ f ที่ (x,y) ในการตรวจหาขอบอาศัยขนาดของเวคเตอร์แสดงในสมการที่ (2.15)

$$\nabla f = \text{mag}(\nabla \mathbf{f}) = \left[G^2x + G^2y\right]^{1/2} \qquad (2.15)$$

ขนาดของ $\nabla \mathbf{f}$ เท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงสูงสุดของ f(x,y) ต่อระยะหนึ่งหน่วยในทิศทางของ $\nabla \mathbf{f}$ การประมาณค่าของเกรเดียนต์ด้วยค่าสัมบูรณ์ (Absolute) ดังสมการที่ (2.16)

$$\nabla f \approx |Gx| + |Gy| \qquad (2.16)$$

ทิศทางของเวคเตอร์เกรเดียนต์เป็นส่วนที่สำคัญให้ $\alpha(x,y)$ แสดงมุมทิศทางของ ∇f เวคเตอร์ที่ (x,y) จากการวิเคราะห์เวคเตอร์

$$\alpha(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{Gy}{Gx}\right) \qquad (2.17)$$

จากสมการ (2.14) และ (2.15) เป็นการคำนวณของเกรเดียนต์เกี่ยวกับภาพเป็นพื้นฐานของอนุพันธ์ย่อย (Partial Derivative) $\partial f/\partial x$ และ $\partial f/\partial y$ ที่ทุกๆ ตำแหน่งจุดภาพ

ตัวดำเนินการแบบเกรเดียนต์เป็นการพิจารณาบริเวณที่ใกล้เคียงแสดงด้วยมาสค์ (Mask) ซึ่งคอนโวลูชั่นสามารถดำเนินการตรวจหาทิศทางของขอบได้อย่างถูกต้อง ตัวดำเนินการแบบโซเบ็ล มีความเหมาะสมในเรื่องผลความแตกต่าง และความราบเรียบ ในงานวิจัยนี้ใช้ตัวดำเนินการแบบโซเบ็ลดังแสดงในรูปที่ 2.7 โดยใช้อนุพันธ์ในสมการที่ (2.18) และ (2.19) ซึ่งเป็นพื้นฐานของมาสค์แบบตัวดำเนินการแบบโซเบ็ล

$$Gx = (Z_7 + 2Z_8 + Z_9) - (Z_1 + 2Z_2 + Z_3) \qquad (2.18)$$

$$Gy = (Z_3 + 2Z_6 + Z_9) - (Z_1 + 2Z_4 + Z_7) \qquad (2.19)$$

Z' เป็นระดับความเข้มสีเทาของจุดภาพวางมาสค์ทาบที่ตำแหน่งใดๆ ในภาพ ใช้การคำนวณของเกรเดียนต์ที่ตำแหน่งจุดศูนย์กลางของมาสค์ เป็นประโยชน์จากสมการ (2.18) หรือ (2.19) เกรเดียนต์ให้ค่า 1 ค่าในการแสดงค่าถัดไป มาสค์เคลื่อนย้ายไปยังตำแหน่งจุดภาพถัดไปและโพรซิเจอร์ (Procedure) เป็นการกระทำซ้ำๆ กันไปจนครบทุกตำแหน่งทั้งหมด ผลลัพธ์ที่ได้เกิดจากการเกรเดียนต์ภาพตามขนาดของภาพต้นแบบ การใช้ตัวดำเนินการของมาสค์บนภาพสนับสนุนการใช้ส่วนบริเวณใกล้เคียงอย่างเหมาะสม

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & \boxed{0} & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & \boxed{0} & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(ก) (ข)

(ก) เป็นมาสค์ใช้คำนวณ Gx ที่จุดศูนย์กลางของภาพขนาด 3X3

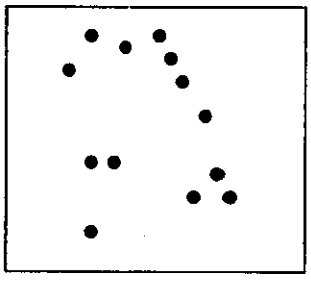
(ข) เป็นมาสค์ใช้คำนวณ Gy ที่จุดศูนย์กลางของภาพขนาด 3X3 [4]

รูปที่ 2.7 แสดงมาสค์แบบโซเบ็ล

2.9 การเชื่อมโยงจุดภาพโดยฮัฟทรานฟอร์ม

ฮัฟทรานฟอร์มออกแบบใช้ในการตรวจหาเส้นตรงและวงกลม โดยนำภาพมาตรวจหาขอบด้วยการกำหนดค่าขีดเริ่มเปลี่ยนค่าหนึ่งด้วยวิธีการเกรเดียนต์ เพื่อให้ได้จุดภาพส่วนที่เป็นขอบที่ชัดเจน ดังแสดงในรูปที่ 2.8 ฮัฟทรานฟอร์มนำภาพในรูปที่ 2.8 ซึ่งแสดงแต่ละจุดภาพที่เป็นขอบในพิกัด (x,y) เพื่อเปลี่ยนเป็นเส้นตรงในพิกัด (a,b) โดยทำกับจุดภาพทั้งหมด การตัดกันของเส้นในพิกัด (a,b) จะแสดงขอบที่แท้จริงในพิกัด (x,y) พิจารณาจากตัวอย่างสมการเส้นตรงในพิกัด (x,y) แสดงดังนี้

$$y = ax + b \tag{2.20}$$

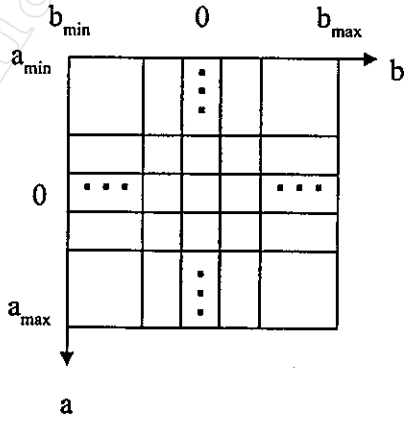


รูปที่ 2.8 แสดงภาพภายหลังการตรวจหาขอบและกำหนดค่าขีดเริ่มเปลี่ยน (แสดงจุดภาพที่เป็นขอบ) [7]

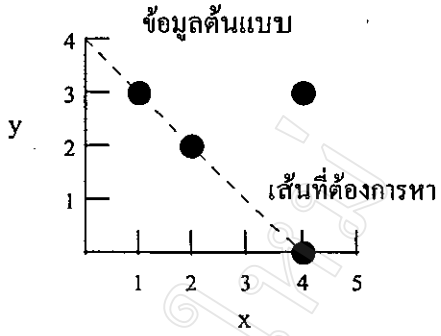
โดย a คือ ค่าความชัน และ b คือ ค่าจุดตัดบนแกน y และจากสมการที่ 2.20 ย้ายข้างเพื่อหาค่า b จะได้ดังสมการที่ 2.21

$$b_j = (-x_i)a_j + y_i \qquad (2.21)$$

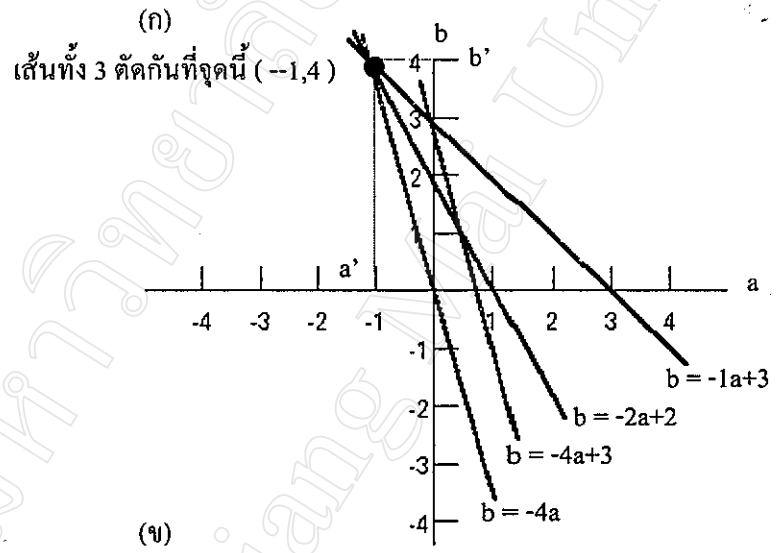
ตัวอักษร i และ j แสดงถึงคู่อันดับแต่ละจุดภาพในพิกัด (x,y) ที่ถูกเปลี่ยนเป็นเส้นตรงในพิกัด (a,b) ด้วยวิธีฮัฟทรานฟอร์ม เมื่อทราบค่าของ x และ y แทนค่าในสมการที่ 2.21 เพื่อหาเส้นตรงในพิกัด (a,b) แต่ละจุดภาพของขอบในพิกัด (x,y) ตรงกับเส้นตรงในพิกัด (a,b) ในความเป็นจริงจำนวนเส้นมีมากมาย การลิมิตจำนวนเส้นโดยการพิจารณาทิศทางที่เป็นไปได้ของการวิเคราะห์จากพารามิเตอร์ a และพารามิเตอร์ b เป็นการลิมิตจำนวนของค่าในพิกัด (a,b) ซึ่งมีการแบ่งส่วนเป็นเซล (Cell) ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมเรียกว่าเซลแอกคูมิวเลเตอร์ (Accumulater Cells) ดังแสดงในรูป 2.9 เมื่อ (a_{max} ,a_{min}) และ (b_{max} ,b_{min}) เป็นช่วงทั้งหมดที่ต้องการของค่าความชัน และจุดตัดบนแกน y ความถูกต้องของจุดในเส้นตรงเดียวกันในพิกัด (x,y) ขึ้นอยู่กับการกำหนดจำนวนการแบ่งส่วนย่อยในพิกัด (a,b) จัดเก็บค่าตำแหน่งกลุ่มของเส้นในเซลแอกคูมิวเลเตอร์ ค่าที่สูงมากในเซลแอกคูมิวเลเตอร์ของพิกัด (a,b) แสดงถึงเส้นจำนวนมากที่ตัดกันในเซลที่จุด (a',b') ค่าในส่วนนี้ตรงกับจำนวนของจุดภาพที่เป็นเส้นตรงในพิกัด (x,y) รูปที่ 2.10 แสดงวิธีการใช้ฮัฟทรานฟอร์มเพื่อหาเส้นตรงในพิกัด (x,y)



รูปที่ 2.9 แสดงการควอร์ไทซ์พิกัด (a, b) สำหรับใช้ในฮัฟทรานฟอร์ม [3]



y	X	ให้	เปลี่ยนรูป
3	1	3 = m.1+c	c = -1m+3
2	2	2 = m.2+c	c = -2m+2
3	4	3 = m.4+c	c = -4m+3
0	4	0 = m.4+c	c = -4m



(ก) แสดงผลของเส้นตรงฮัฟทรานฟอร์มในพิกัด (a,b)

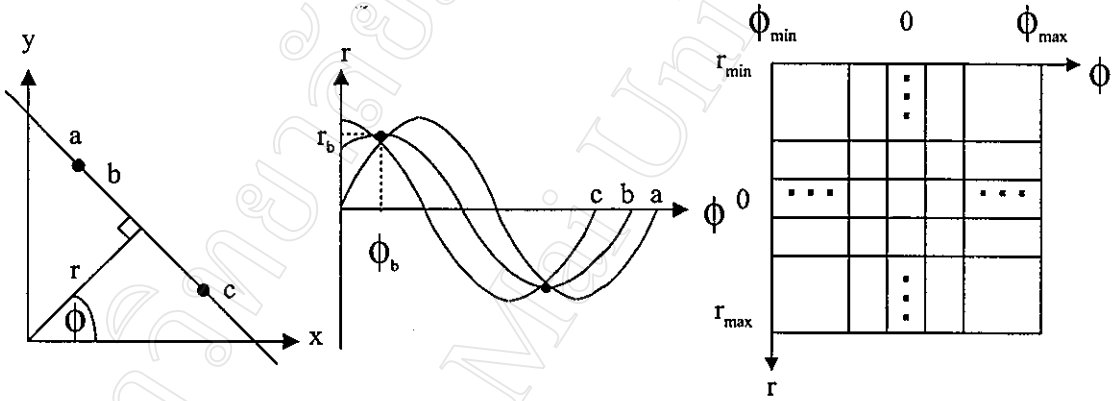
(ข) แสดงเซลแอกคูมิวเลเตอร์ในพิกัด (a,b)

รูปที่ 2.10 แสดงวิธีการใช้ฮัฟทรานฟอร์มเพื่อหาเส้นตรงในพิกัด (x,y) [7]

จากในรูปที่ 2.10 (ข) ได้แสดงค่าสูงสุดในเซลแอกคูมิวเลเตอร์ คือ 3 ที่ตำแหน่ง (-1,4) เกิดเส้นตรง y = -1x+4 ผ่านจุดทั้ง 3 ในข้อมูลต้นแบบ ปัญหาจากการใช้สมการ y = ax+b แสดงเส้นตรงนั้นได้แก่ ค่าความชันและค่าจุดตัดบนแกน y มีค่าอนันต์ และเส้นตรงในแนวตั้งหาค่าจุดตัดบนแกน y ไม่ได้ ดังนั้นใช้สมการที่ 2.22 แทน

$$r = x\cos\phi + y\sin\phi \qquad (2.22)$$

เมื่อ r คือเส้นตั้งฉากระหว่างจุดกำเนิดกับเส้นตรงที่กำลังพิจารณาและ ϕ คือค่ามุมของเส้นตรง r ที่กระทำเป็นแกน x ใช้สมการที่ 2.22 เพื่อแปลงแต่ละจุดภาพของขอบในพิกัด (x,y) ไปเป็นส่วนโค้งของสัญญาณไซน์ในพิกัด (ϕ,r) และจุดที่ส่วนโค้งมาตัดกันเรียกจุดคอลลิเนียร์ (Collinear Point) ซึ่งแสดงจำนวนจุดภาพที่ประกอบกันเป็นเส้นขอบในพิกัด (x,y) เส้นขอบมีทิศทางต่างๆ แสดงรูปที่ 2.11(ก) จากรูปที่ 2.11(ข) ใช้เพื่อหาค่าจุดตัดของเส้นสัญญาณไซน์ และหาเส้นตรงที่เป็นขอบที่แท้จริงดังแสดงในรูปที่ 2.11(ก)



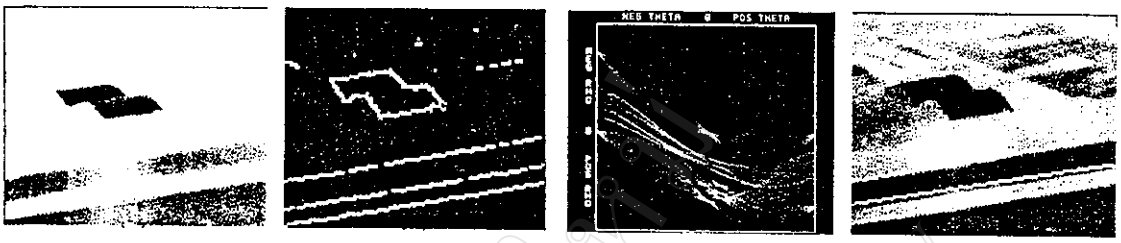
(ก) (ข) (ค)

(ก) แสดงจุดภาพที่ประกอบเป็นเส้นขอบ

(ข) แสดงการแปลงจุดภาพในพิกัด (x,y) เป็นส่วนโค้งของสัญญาณไซน์ในพิกัด (r,ϕ)

(ค) แสดงควอท์ไทซ์พิกัด rϕ ภายในเซล

รูปที่ 2.11 แสดงการใช้ฮัฟทรานฟอร์มในการแปลงจุดภาพในพิกัด (x,y) ไปเป็นพิกัด (r, ϕ) [1]



(ก) แสดงภาพอินฟราเรด

(ข) แสดงภาพเกรเดียนต์

(ค) แสดงฮัฟทรานฟอร์ม

(ง) แสดงการเชื่อมโยงจุดภาพ

รูปที่ 2.12 แสดงตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานฮัฟทรานฟอร์ม [3]

จากรูปที่ 2.12 เป็นตัวอย่างการใช้ฮัฟทรานฟอร์ม รูปที่ 2.12(ก) แสดงภาพอินฟราเรดถ่ายทางอากาศประกอบด้วยโรงเก็บเครื่องบินและรันเวย์ รูปที่ 2.12 (ข) ใช้เกรเดียนต์ ซึ่งยังมีช่องว่างอยู่ รูปที่ 2.12(ค) แสดงฮัฟทรานฟอร์มแบบลิเนียร์กระทำกับภาพในรูป 2.12(ข) ซึ่งผ่านกระบวนการเกรเดียนต์และรูป 2.12(ง) กำหนดการเชื่อมโยงจุดภาพ (สังเกตจุดสีขาว) จะพบว่าไม่ปรากฏช่องว่าง