

บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 อันตรกิริยาระหว่างไอออนกับวัสดุ

อันตรกิริยาระหว่างไอออนพลังงานสูงกับอะตอมของวัสดุ ก่อให้เกิดปรากฏการณ์ต่าง ๆ เช่น การปลดปล่อยอิเล็กตรอนทุติยภูมิ (secondary electron emission) การปลดปล่อยรังสีเอกซ์ (x-ray emission) sputtering atom หรือทำให้เกิดความเสียหาย (damage) ขึ้นในโครงสร้างของวัสดุ พลังงานที่เกี่ยวข้องกับการเกิดปรากฏการณ์เหล่านี้ก็คือ พลังงานจลน์ที่ไอออนถ่ายเทต่อวัสดุ เมื่อไอออนถ่ายเทพลังงานจลน์ให้แก่วัสดุจนหมดแล้ว ไอออนจะหยุดอยู่ที่ตำแหน่งหนึ่งภายในเนื้อวัสดุ ระยะทางที่ไอออนเคลื่อนที่ได้ในวัสดุเรียกว่า พิสัย ความเข้าใจเกี่ยวกับพิสัยและการสูญเสียพลังงานของไอออนขณะเคลื่อนที่เข้าไปในวัสดุนับเป็นก้าวแรกที่จะทำให้เข้าใจถึงกระบวนการที่เกิดขึ้นระหว่างการฝังไอออน

การสูญเสียพลังงานจลน์ของไอออนต่อหน่วยความยาวที่เคลื่อนที่ เรียกว่า stopping power จากที่ได้กล่าวมาแล้วว่า ไอออนมีการสูญเสียพลังงานให้แก่อะตอมของวัสดุเป้าโดยการชนกับนิวเคลียส (nuclear energy loss) และการชนกับอิเล็กตรอน (electronic energy loss) ดังนั้น stopping power รวม, S จึงประกอบด้วย 2 ส่วน คือ stopping power ที่เกิดจากการชนกับนิวเคลียส (nuclear stopping power), S_n และ stopping power ที่เกิดจากการชนกับอิเล็กตรอน (electronic stopping power), S_e

$$S = S_n + S_e \quad (2.1)$$

รายละเอียดพอสังเขปของทฤษฎีเกี่ยวกับการฝังไอออนที่กล่าวในบทนี้ได้ใช้แนวทางจาก Townsend และคณะ (1994), Songsiriritthigul (1997) และ Mayer และคณะ (1970)

2.1.1 Nuclear Energy Loss

Nuclear energy loss เป็นการสูญเสียพลังงานของไอออนให้แก่นิวเคลียสของอะตอมที่เป็นเป้า การคำนวณค่า nuclear stopping power จะหาจากการชน (collision) ระหว่างไอออนที่เคลื่อนที่กับอะตอมที่เป็นเป้าซึ่งอยู่นิ่ง ฟังก์ชันที่จำเป็นสำหรับการคำนวณนี้คือศักย์ระหว่างอะตอม (interatomic potential), $V(r)$ เนื่องจาก electronic screening ของนิวเคลียสของไอออนและอะตอมที่เป็นเป้า โดยทั่วไปศักย์ระหว่างอะตอมที่ใช้จะอยู่ในรูปแบบของ screened Coulomb potential (Townsend et al., 1994)

$$V(r) = \frac{Z_1 Z_2}{r} \exp\left(\frac{-r}{a}\right) \quad (2.2)$$

โดย Z_1 คือ เลขอะตอม (atomic number) ของไอออน

Z_2 คือ เลขอะตอมของอะตอมที่เป็นเป้า
 a คือ screening length มีความสัมพันธ์กับ Bohr radius , a_0 ดังสมการ

$$a = \frac{0.8853a_0}{(Z_1^{0.23} + Z_2^{0.23})} \quad (2.3)$$

โดยที่ $a_0 = 0.529$ อังสตรอม (Å)

สมการที่ใช้ในการคำนวณ nuclear stopping power คือ (Songsiriritthigul, 1997)

$$S_n(E_0) = \frac{8.462 \times 10^{-15} Z_1 Z_2 M_1 S_n(\varepsilon)}{(M_1 + M_2)(Z_1^{0.23} + Z_2^{0.23})} \quad (2.4)$$

เมื่อ M_1 คือ มวลของไอออน
 M_2 คือ มวลของอะตอมที่เป็นเป้า
 ε คือ reduced energy ซึ่งมีนิยาม

$$\varepsilon = \frac{32.53 M_2 E_0}{Z_1 Z_2 (M_1 + M_2)(Z_1^{0.23} + Z_2^{0.23})} \quad (2.5)$$

เมื่อ E_0 คือ พลังงานของไอออนที่มีหน่วยเป็นกิโลอิเล็กตรอนโวลต์

เราสามารถหาค่า reduced nuclear stopping power ได้จากสมการ

$$S_n(\varepsilon) = \frac{\ln(1 + 1.383\varepsilon)}{2[\varepsilon + 0.01321\varepsilon^{0.21226} + 0.19593\varepsilon^{0.5}]} \quad (\varepsilon \leq 30) \quad (2.6 ก)$$

$$S_n(\varepsilon) = \frac{\ln(\varepsilon)}{2\varepsilon} \quad (\varepsilon > 30) \quad (2.6 ข)$$

2.1.2 Electronic Energy Loss

ไอออนมีการสูญเสียพลังงานให้กับอิเล็กตรอนของอะตอมที่เป็นเป้าด้วยกระบวนการต่าง ๆ ดังนี้ (Townsend et al., 1994)

- i) การชนโดยตรง (direct collision) ระหว่างไอออนกับอิเล็กตรอนของอะตอมที่เป็นเป้า
- ii) การกระตุ้น (excitation) หรือไอออนไนเซชันของอะตอมที่เป็นเป้า
- iii) การกระตุ้น ไอออนไนเซชัน หรือ electron capture ของไอออน

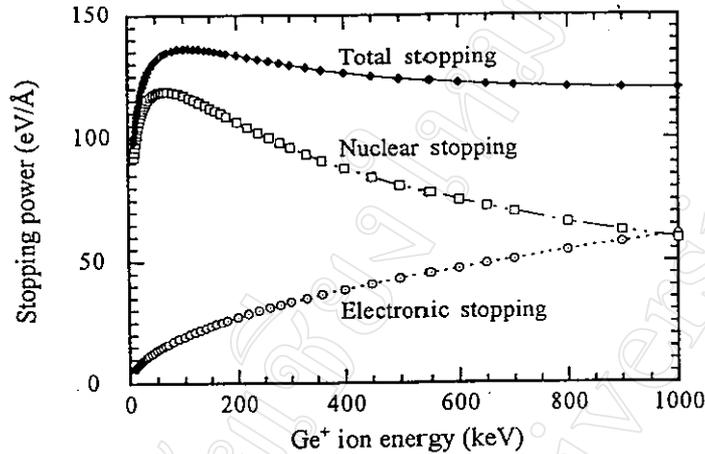
จากกระบวนการดังกล่าว จะเห็นได้ว่า electronic energy loss เป็นกระบวนการที่ซับซ้อน จึงไม่มีสมการที่จะใช้คำนวณ electronic stopping power ซึ่งครอบคลุมช่วงพลังงานทั้งหมดของไอออนได้ อย่างไรก็ตาม การหาค่า electronic stopping power สำหรับไอออนที่มีพลังงานในช่วงที่ใช้กันอยู่ในการฝังไอออนโดยทั่วไปจะเป็นไปตามสมการ

$$S_e = k\varepsilon^{0.5} \quad (2.7)$$

โดยที่

$$k = \frac{0.0793 Z_1^{2/3} Z_2^{1/2} (M_1 + M_2)^{3/2}}{(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{3/4} M_1^{3/2} M_2^{1/2}} \quad (2.8)$$

ตัวอย่างความสัมพันธ์ระหว่าง nuclear stopping power, electronic stopping power และ stopping power รวม แสดงไว้ในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 Stopping power ของ Ge⁺ ในซิลิกอนอสัณฐาน (amorphous silicon) (Songsiriritthigul, 1997)

2.1.2 การกระจายของพิสัยของไอออน

พิจารณาการสูญเสียพลังงานของไอออนขณะเคลื่อนที่ในเป้า (Townsend et al., 1994)

$$\frac{dE}{dx} = -S(E) \quad (2.9)$$

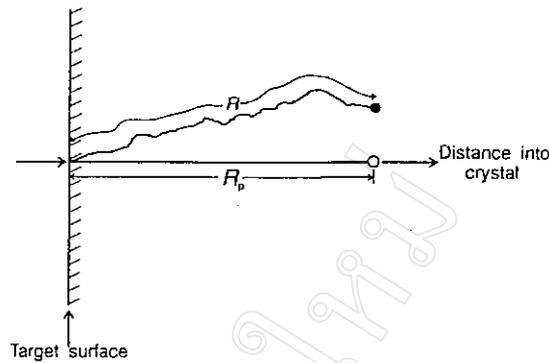
เมื่อ $S(E)$ คือ stopping power รวม และ

$$-S(E) = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{nuclear} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{electronic} \quad (2.10)$$

พิสัย, $R(E)$ สามารถหาได้จากการอินทิเกรต

$$R(E) = \int_0^E \frac{dE'}{N S(E')} \quad (2.11)$$

เมื่อ N คือ ความหนาแน่นของจำนวนอะตอม (atomic density) ของวัสดุที่เป็นเป้า และ $R(E)$ เป็นระยะทางทั้งหมดที่ไอออนเคลื่อนที่ได้ ในทางปฏิบัติระยะทางที่เราสนใจคือพิสัยเฉลี่ยในแนวตั้งฉากกับผิว (projected range), R_p ซึ่งหมายถึงระยะทะลุทลวง (penetration depth) ของไอออนในทิศทางตั้งฉากกับผิวของเป้า ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 แสดง range และ projected range ของไอออนในวัสดุที่เป็นเป้า (Townsend et al., 1994)

เนื่องจากการสูญเสียพลังงานของไอออนเป็นกระบวนการสุ่ม (random process) ทำให้ไอออนทั้งหมดมีพิสัยต่างกัน การกระจายของพิสัย (range distribution) ของไอออนในวัสดุที่เป็นเป้าจึงมีลักษณะเป็นการกระจายแบบ Gaussian-like ซึ่งโดยทั่วไปเราจะกล่าวถึงลักษณะเฉพาะ (characteristic) ของการกระจายของพิสัยในเทอมของ projected range เฉลี่ย , R_p และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) หรือ range straggling , ΔR_p ดังรูปที่ 2.3 range straggling เป็นฟังก์ชันของอัตราส่วน M_2 / M_1 กล่าวคือ $\Delta R_p \approx 0.2R_p$ เมื่อ $M_2 / M_1 \approx 0.1$ ถ้าอัตราส่วน M_2 / M_1 เพิ่มขึ้น range straggling ก็จะเพิ่มขึ้นและจะมีค่าประมาณ $0.5R_p$ เมื่อ $M_1 = M_2$ (Mayer et al., 1970)

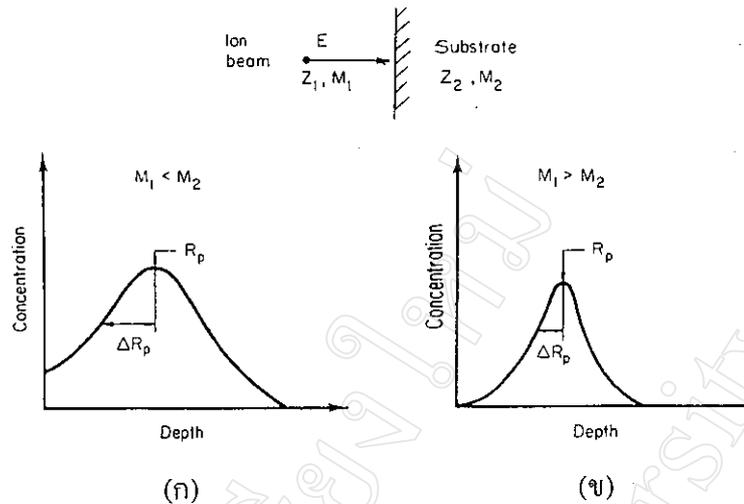
อัตราส่วนของจำนวนไอออน , $C(x)$ ที่ระยะความลึก x สำหรับโดสของไอออนที่ตกกระทบ (incident ion dose) , ϕ และความหนาแน่นของจำนวนอะตอม (atomic density) ของเป้า , N มีความสัมพันธ์กับ R_p และ ΔR_p ดังสมการ (Townsend et al., 1994)

$$C(x) = \frac{\phi}{(2\pi)^{1/2} N \Delta R_p} \exp \left[\frac{-(x - R_p)^2}{2\pi \Delta R_p^2} \right] \quad (2.12)$$

ความเข้มข้นเฉลี่ย (mean concentration) ของไอออน , $\langle C(x) \rangle$ ภายในบริเวณที่ถูกฝังไอออน สำหรับการกระจายแบบ Gaussian-like คือ

$$\langle C(x) \rangle = \frac{\text{Total dose}}{2.5 \Delta R_p} \quad (2.13)$$

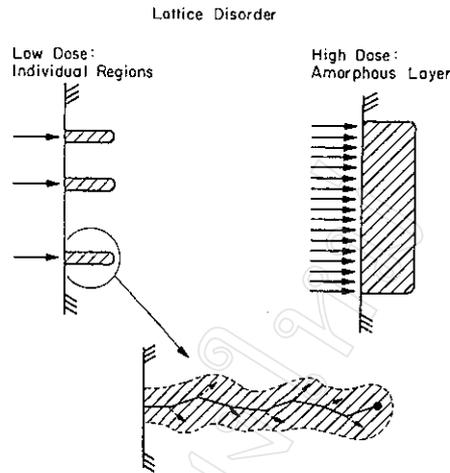
อย่างไรก็ตาม สมการที่ใช้ในการคำนวณนี้เป็นเพียงการประมาณซึ่งไม่ได้คิดถึงตัวแปรอื่นที่มีผลต่อความเข้มข้นของไอออน ซึ่งได้แก่การเกิด channeling หรือการเกิดการแพร่ (diffusion) ระหว่างการฝังไอออน



รูปที่ 2.3 การกระจายของพิสัยของไอออนในวัสดุที่เป็นเป้า (ก) เมื่อมวลของไอออนน้อยกว่ามวลของอะตอมที่เป็นเป้า และ (ข) เมื่อมวลของไอออนมากกว่ามวลของอะตอมที่เป็นเป้า (Mayer et al., 1970)

2.1.4 ความไม่เป็นระเบียบของแลตทิซและความเสียหายเนื่องจากรังสี

จากกระบวนการสูญเสียพลังงานของไอออนที่เกิดขึ้นเมื่อไอออนเคลื่อนที่เข้าไปวัสดุที่เป็นเป่าดังที่ได้กล่าวมาแล้ว พลังงานที่ไอออนถ่ายเทให้กับอะตอมของเป่าจะทำให้เกิดความไม่เป็นระเบียบของผลึก (lattice disorder) ขึ้นบริเวณแนวทางของไอออน (ion track) กล่าวคือ ถ้าอะตอมที่เป็นเป้าได้รับพลังงานจากการชนกันระหว่างไอออนกับอะตอม (ion-atom collision) มากกว่าพลังงานที่ทำให้เกิดการขจัด (displacement energy), E_d อะตอมนั้นจะเกิดการขจัด (displacement) จากตำแหน่งปกติในโครงสร้างผลึก (normal lattice site) ของมัน ดังนั้นตำหนิ (defect) ที่เกิดขึ้นพร้อมกันจากการชนกันระหว่างไอออนกับอะตอมของเป่านี้ก็คือ ช่องว่าง (vacancy) และอะตอมแทรก (interstitial atom) ในกรณีที่อะตอมที่เป็นเป้าได้รับพลังงานน้อยกว่า E_d ก็จะไม่เกิดการขจัดแต่จะเกิดเพียงการสั่น (vibration) เท่านั้น (Henderson, 1972) อะตอมที่เกิดการขจัดนี้เรียกว่า primary knock-on atom ซึ่งโดยทั่วไปจะยังคงมีพลังงานสูงมากพอที่จะเกิดการชนและทำให้เกิดการขจัดของอะตอมอื่นต่อไปได้อีกที่เรียกว่า collision cascade บริเวณแนวทางของไอออนจึงมีช่องว่างและอะตอมแทรกเป็นจำนวนมาก จากการจำลองเหตุการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์ (Townsend et al., 1994) พบว่าบริเวณที่เกิดความไม่เป็นระเบียบ (disorder region) จะประกอบไปด้วยแกนที่เต็มไปด้วยช่องว่าง (rich vacancy core) และมีอะตอมแทรกอยู่รอบ ๆ ถ้าโดสของไอออนสูงพอ บริเวณที่ไม่เป็นระเบียบ (disorder region) จะทับ (overlap) กันและเกิดขึ้นที่เป็นอสัณฐาน (amorphous layer) ได้ (Mayer et al., 1970) ดังรูปที่ 2.4



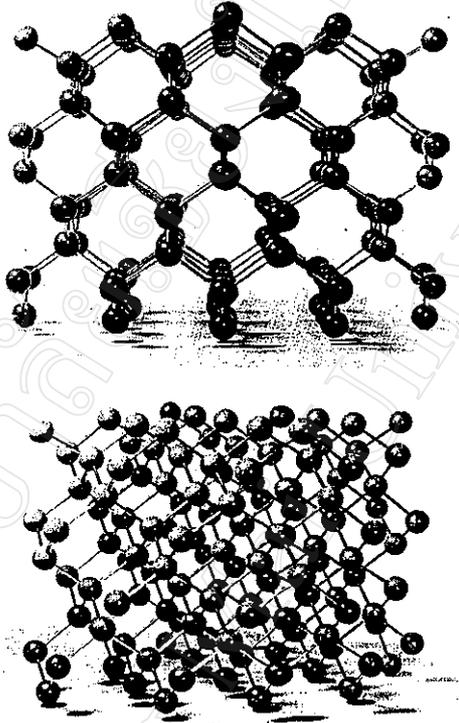
รูปที่ 2.4 แสดงการเกิดความไม่เป็นระเบียบของแลตทิซในวัสดุที่เป็นเป่า เมื่อโดสต่ำบริเวณที่เกิดความไม่เป็นระเบียบจะแยกกันและเมื่อ โดสสูงพอจะทำให้บริเวณที่เกิดความไม่เป็นระเบียบทับกัน (Mayer et al., 1970)

อย่างไรก็ตาม ช่องว่างและอะตอมแทรกที่เกิดขึ้นจะอยู่ในลักษณะที่ไม่เสถียร ดำหนึ่เหล่านี้จะกลับมารวมกันใหม่ (recombination) เป็นจำนวนมากจากการเคลื่อนที่เนื่องจากความร้อน (thermal motion) การฝังไอออนที่อุณหภูมิต่ำจะลดการคืนสภาพของความเสียหาย (damage recovery) ได้ทำให้มีการคงอยู่ของความเสียหาย (damage retention) มากขึ้น นอกจากนี้ทิศทางของแกนผลึก (crystallographic orientation) และชนิดของไอออนก็มีผลต่อการคงอยู่ของความเสียหายด้วย (Agnew, 1992; Devanathan, 1998; McHargue et al., 1999; Alves, 2000)

2.1.5 Channeling

พิจารณาโครงสร้างผลึกของ silicon crystal ในรูปที่ 2.5 (Mayer et al., 1970) เมื่อมองผลึกในทิศทาง $\langle 110 \rangle$ เราจะพบช่องเปิดระหว่างแถวหรือ opened channel ของแลตทิซเป็นจำนวนมาก แต่เมื่อมองในทิศทางเอียง 10 องศาจาก $\langle 110 \rangle$ จะไม่เห็นช่องว่างนั้นอีกต่อไป เสมือนว่าแลตทิซมีการกระจายอยู่แบบสุ่ม (random) จากตัวอย่างนี้ถ้าเราให้ไอออนตกกระทบเป่าในทิศทาง $\langle 110 \rangle$ ไอออนก็จะสามารถ “เห็น” ช่องว่างเหล่านี้เช่นกัน เมื่อไอออนที่เคลื่อนที่เข้าไปในช่องเปิด โอกาสที่ไอออนจะเกิดการชนกับนิวเคลียสจึงมีน้อยเนื่องจากแรงผลักระหว่าง screen Coulomb field ของไอออนกับแถวของแลตทิซ (lattice row) จึงทำให้เกิดกลไกที่เรียกว่า steering ขึ้น กล่าวคือ แรงนี้จะบังคับให้ไอออนเคลื่อนที่ไปได้ในช่องเปิดเหล่านั้น อัตราการสูญเสียพลังงานของไอออนจึงลดลงมาก ไอออนจะมีพิสัยมากกว่าเมื่อไม่เกิด channeling ซึ่งในตัวอย่างนี้ก็คือกรณีที่ไอออนตกกระทบ target โดยทำมุม 10 องศา กับ $\langle 110 \rangle$ นั่นเอง

จากการศึกษาพบว่า channeling สามารถเพิ่มระยะทะลุทวง (penetration) ของไอออนในสารกึ่งตัวนำให้มีค่ามากกว่าปกติถึง 5 เท่าของ projected range (Mayer et al., 1970) ดังนั้น channeling จึงมีผลต่อการกระจายของพิสัย หรือ profile ของความเข้มข้นของไอออน อย่างไรก็ตาม ในกรณีที่ฝังไอออนเบาที่โดสสูง เช่น 10^{16} ไอออน/ซม² หรือการฝังไอออนหนักที่โดส 10^{15} ไอออน/ซม² จะสามารถทำให้เกิดความไม่เป็นระเบียบของแลตทิซมากพอที่จะขัดขวางการเกิด channeling ต่อไปได้



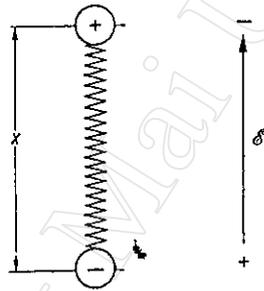
รูปที่ 2.5 โครงสร้างผลึกของซิลิกอนในทิศทาง $\langle 110 \rangle$ (รูปบน) และที่มุม 10 องศาจาก $\langle 110 \rangle$ (รูปล่าง) (Mayer et al., 1970)

2.1.6 การเปลี่ยนแปลงโครงสร้างและองค์ประกอบ

การฝังไอออนในวัสดุยอมทำให้องค์ประกอบของวัสดุเปลี่ยนแปลงเนื่องจากมีสารเจือถูกฝังเข้าไป แม้ว่าสารเจือนี้จะมีปริมาณน้อยมากเมื่อคิดในแง่ขององค์ประกอบทางเคมีก็ตาม ในกรณีที่ไอออนที่ถูกฝังเข้าไปนั้นเกิดพันธะที่เสถียรและแข็งแรงพอกับธาตุขององค์ประกอบเดิม ผลที่ตามมาก็คือ มีการบิดเบี้ยวของโครงสร้างผลึก (lattice distortion) หรือมี relaxation ของเฟสใหม่เกิดขึ้น การฝังไอออนโดยใช้โดสสูงจะไม่สามารถหลีกเลี่ยงการเกิดสารประกอบ (compound) ใหม่ได้ นอกจากนั้นยังอาจเกิดการพองตัว (blistering) เนื่องจากการรวมตัวของไอออนที่เป็นก๊าซ (McHargue, 1987; Zhou, 1991) อย่างไรก็ตาม ความเข้มข้นของไอออนจะถูกจำกัดอยู่ที่ค่าหนึ่งเนื่องจากผลของ sputtering ของผิว (Townsend et al., 1994)

2.2 ดัชนีหักเหและการดูดกลืนแสง

ดัชนีหักเหและการดูดกลืนแสงมีความเกี่ยวข้องกันโดยพิจารณาจากแบบจำลองอะตอมของ Lorentz (Lorentz Model) ซึ่งใช้กลศาสตร์ดั้งเดิม (classical mechanics) อธิบายการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกส์ของอิเล็กตรอนในอะตอมเมื่อมีสนามไฟฟ้าภายนอกมากระทำ (Nussbaum and Phillips, 1976; Matveev, 1984; Bohren and Huffman , 1988) แบบจำลองอะตอมของ Lorentz จะถือว่า จุดศูนย์กลางของประจุบวกและประจุลบในอะตอมจะอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกันเมื่อคิดในช่วงเวลาเฉลี่ย (time-averaged) จุดศูนย์กลางของประจุบวกและประจุลบภายในอะตอมนี้จะเกิดการขจัดขึ้นเมื่อมีสนามไฟฟ้าภายนอก โดยมีแรงทางไฟฟ้าระหว่างประจุ (electrostatic force) เป็นแรงดึงกลับ (restoring force) ที่ขัดขวางการขจัดนี้ ในแบบจำลองนี้อิเล็กตรอนเปรียบเสมือนมวล m ที่แขวนกับสปริงและถูกบังคับให้เกิดการสั่น (forced vibration) เมื่อมีสนามไฟฟ้าจากคลื่นแสง ดังรูปที่ 2.6 อิเล็กตรอนที่เกิดการสั่นนี้จะดูดกลืนพลังงานมากที่สุดที่ความถี่ใกล้กับความถี่ resonance



รูปที่ 2.6 การสั่นแบบฮาร์มอนิกส์ของอิเล็กตรอนเมื่อมีสนามไฟฟ้าจากภายนอก (Hummel, 1993)

สมการการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนที่ถูกบังคับให้สั่น เทียบกับตำแหน่งสมดุล $x = 0$ เมื่อมีสนาม

$E = E_0 e^{-i\omega t}$ ได้แก่

$$m\ddot{x} + m\gamma\dot{x} + m\omega_0^2 x = eE \quad (2.14)$$

เมื่อ $\gamma = \frac{b}{m}$; b คือ ค่าคงที่ของการหน่วง (damping constant)

$\omega_0^2 = \frac{K}{m}$; K คือ ค่าคงที่ของสปริง (spring constant)

ω_0 คือ ความถี่ธรรมชาติ (natural frequency)

e คือ ประจุของอิเล็กตรอน

ผลเฉลยของสมการ (2.14) คือ

$$x = \frac{e E_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \quad (2.15)$$

ไดโพลโมเมนต์จากการเหนี่ยวนำ (induced dipole moment) ของอะตอมที่มีการขจัดของอิเล็กตรอนจากตำแหน่งสมดุล $x=0$ ไปยังตำแหน่ง x คือ

$$p = ex = \frac{e^2 E}{m(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \quad (2.16)$$

ให้ N คือ จำนวนของอิเล็กตรอนต่อหน่วยปริมาตรที่มีความถี่ธรรมชาติ ω_0 ดังนั้น โพลาริเซชัน , P จึงขึ้นอยู่กับความถี่ ดังสมการ

$$P = Np = \frac{e^2 NE}{m(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \quad (2.17)$$

สมการ (2.17) สามารถเขียนในอีกรูปแบบหนึ่งคือ

$$P = \epsilon_0 \chi_e E \quad (2.18)$$

โดยที่

$$\chi_e = \frac{e^2 N}{m\epsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \quad (2.19)$$

χ_e คือ dielectric susceptibility เชิงซ้อน

จากนิยาม electric displacement , D

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (2.20)$$

ในตัวกลางที่ D เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น (linear function) ของ E , $D = \epsilon_\omega E$ และใช้ความสัมพันธ์จากสมการ (2.17) ดังนั้น

$$\epsilon_\omega = \epsilon_0 + \frac{e^2 N}{m(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \quad (2.21)$$

โดยที่ ϵ_ω คือ permittivity ที่ขึ้นกับความถี่

จากสมการ (2.21) เราสามารถหา permittivity สัมพัทธ์ , $\epsilon_{r\omega}$ ได้ดังนี้

$$\epsilon_{r\omega} = \frac{\epsilon_\omega}{\epsilon_0} = 1 + \frac{e^2 N}{m\epsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \quad (2.22)$$

เนื่องจาก $n = \sqrt{\epsilon_r}$ ดังนั้น จึงได้สมการสำหรับดัชนีหักเหเชิงซ้อนซึ่งแปรตามความถี่หรือที่เรียกว่า dispersion

$$N_\omega^2 = \epsilon_{r\omega} = 1 + \frac{e^2 N}{m\epsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \quad (2.23)$$

หรือ

$$N_\omega^2 - 1 = \frac{e^2 N}{m\epsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \quad (2.24)$$

จะเห็นว่า N_ω เป็นจำนวนเชิงซ้อน สามารถเขียนได้ในรูป

$$N_\omega = n_\omega + ik_\omega \quad (2.25)$$

โดยที่ n_ω และ k_ω คือ ส่วนจริงและส่วนจินตภาพตามลำดับ ดังนั้น

$$n_\omega^2 - k_\omega^2 + 2in_\omega k_\omega = \epsilon_{r\omega} = 1 + \frac{e^2 N}{m\epsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \quad (2.26)$$

เนื่องจาก $\frac{1}{A + iB} = \frac{A}{A^2 + B^2} - i \frac{B}{A^2 + B^2}$ จึงแยกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของดัชนีหักเหเชิงซ้อนได้เป็น

$$n_\omega^2 - k_\omega^2 = 1 + \frac{e^2 N (\omega_0^2 - \omega^2)}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (2.27)$$

$$2n_\omega k_\omega = \frac{e^2 N \omega \gamma}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (2.28)$$

ในช่วงความถี่ที่มองเห็นด้วยตา (optical frequency) ค่า γ มีค่าน้อยมากทำให้ $\gamma^2 \omega^2 \ll (\omega_0^2 - \omega^2)^2$ ถือได้ว่า $k_\omega = 0$ ดังนั้น

$$n_\omega^2 = 1 + \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (2.29)$$

นอกจากอิเล็กตรอนที่มีความถี่ธรรมชาติเป็น ω_0 แล้วยังมีอิเล็กตรอนที่มีความถี่ธรรมชาติต่างไปจาก ω_0 อีก จึงต้องคิดความถี่ของอิเล็กตรอนเหล่านี้รวมเข้าในสมการ (2.29) ด้วย กล่าวคือ ถ้าให้ N_i คือ จำนวนของอิเล็กตรอน (number density) ที่มีความถี่ธรรมชาติ ω_{0i} ในไดอิเล็กทริก เราสามารถเขียนสมการ (2.29) ใหม่ได้ว่า

$$n_\omega^2 = 1 + \frac{e^2}{\epsilon_0 m} \sum_i \frac{N_i}{\omega_{0i}^2 - \omega^2} \quad (2.30)$$

พิจารณาเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้าของคลื่นที่เคลื่อนที่ในแนวแกน z

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 \exp[-i(\omega t - kz)] \quad (2.31)$$

เมื่อ

$$k = \omega/v = \omega n/c \quad (2.32)$$

โดยที่ n และ c คือ ดัชนีหักเหและความเร็วแสง ตามลำดับ

แทนค่าดัชนีหักเหเชิงซ้อนในสมการ (2.31) จะได้

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 \exp[-\omega k_\omega z/c] \exp[-i(\omega t - \omega n_\omega z/c)] \quad (2.33)$$

ส่วนจินตภาพของดัชนีหักเหเชิงซ้อนที่ปรากฏในเทอมของ $\exp[-\omega k_\omega z/c]$ แสดงถึงการลดลงของแอมพลิจูดของคลื่นเมื่อเคลื่อนที่ผ่านตัวกลาง สำหรับส่วนจริงจะบอกถึงความเร็วเฟส ส่วนจินตภาพของดัชนีหักเหเชิงซ้อนนี้เรียกว่า ค่าคงที่ของการหน่วง (damping constant) หรือดัชนีการดูดกลืน (attenuation index) ดังนั้น สัมประสิทธิ์การดูดกลืน (absorption coefficient) หรือการดูดกลืน (absorbance) , α สำหรับความเข้ม I ในสมการ

$$I = I_0 \exp(-\alpha z) \quad (2.34)$$

จึงมีค่า

$$\alpha = \frac{2k\omega}{c} = \frac{4\pi k}{\lambda} \quad (2.35)$$

อย่างไรก็ตาม dispersion ไม่ได้เกิดจากการสั่นของอิเล็กตรอนเพียงอย่างเดียว ยังมีการสั่นของไอออนในไดอิเล็กทริกด้วย แต่ความถี่ธรรมชาติของไอออนมีค่าต่ำกว่าของอิเล็กตรอนมาก กล่าวคือ อยู่ในช่วง far infrared จึงไม่มีผลต่อ dispersion ในช่วงความถี่ที่มองเห็นด้วยตา

เมื่อมีสนามไฟฟ้าภายนอกมากกระทำกับวัสดุ อิเล็กตรอนในวัสดุไม่ได้เกิดการสั่นเหมือนกันทั้งหมด อิเล็กตรอนบางส่วนของอาจไม่เกิดการสั่นเลย นั่นคือ dispersion ไม่ได้เกิดจากอิเล็กตรอนจำนวน N_i แต่เกิดจากอิเล็กตรอนเพียงบางส่วนเท่านั้น ดังนั้น จึงต้องมีการเพิ่มแฟกเตอร์เข้าไปในสมการ (2.30) ตัวแปรดังกล่าวนี้ คือ oscillator strength, f_i โดย $f_i \ll 1$ กล่าวคือ จะแทน N_i ในสมการ (2.30) ด้วย $N_i f_i$ oscillator strength จะได้จากการคำนวณโดยใช้กลศาสตร์ควอนตัม ซึ่งสมการ (2.30) จะให้ผลที่สอดคล้องกับผลจากการทดลองก็ต่อเมื่อคิด oscillator strength ด้วยเท่านั้น ตัวอย่างการเกิด dispersion ได้แก่ ดัชนีหักเหของน้ำที่ 20 องศาเซลเซียสมีค่า 1.3308, 1.3330, 1.3374 และ 1.3428 สำหรับความยาวคลื่น 678.0, 589.3, 480.0 และ 404.7 นาโนเมตร ตามลำดับ

2.3 ทฤษฎีของผลึก

ผลึกที่ปรากฏในธรรมชาติสามารถแบ่งตามสมบัติเชิงแสงได้ 2 กลุ่ม (Dana, 1957) คือ

- i) ผลึก isotropic ได้แก่ ผลึกในระบบคิวบิก (cubic) ซึ่งมีสมบัติเชิงแสงเหมือนกันในทุกทิศทาง
- ii) ผลึก anisotropic มีสมบัติเชิงแสงขึ้นกับทิศทาง ความเร็วของแสงที่ผ่านผลึกชนิดนี้จะเปลี่ยนแปลงตามทิศทางการสั่น (vibration) ของเวกเตอร์ของสนาม (field vector) ผลึกชนิดนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ ผลึกแกนเดี่ยว (uniaxial crystals) และผลึกแกนคู่ (biaxial crystals) ซึ่งในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะผลึกแกนเดี่ยว

ผลึกที่จัดว่าเป็นผลึกแกนเดี่ยว ได้แก่ ผลึกที่อยู่ในระบบ trigonal tetragonal และ hexagonal แสงที่ไม่โพลาไรซ์ (unpolarized light) ที่เคลื่อนที่เข้าไปในผลึกแกนเดี่ยว จะแยกออกเป็น 2 รังสี (ray) ที่มีทิศทางของโพลาไรเซชัน (polarization) ตั้งฉากซึ่งกันและกัน โดยรังสีหนึ่งจะมีทิศทางโพลาไรเซชันในระนาบของแกนผลึกแนวนอน (horizontal crystallographic axis) ส่วนอีกรังสีหนึ่งจะมีโพลาไรเซชันในระนาบที่ผ่านแกนผลึกแนวตั้ง (vertical crystallographic axis) รังสีทั้งสองนี้จะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต่างกัน ทำให้ดัชนีหักเหมีค่าไม่เท่ากัน เป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์ที่เรียกว่า การหักเหคู่ (double refraction) ลักษณะทางแสง (optical character) ของผลึกแกนเดี่ยวจะเหมือนกันทุกทิศทางบนระนาบของแกนผลึกแนวนอน ด้วยเหตุนี้เองรังสีที่มีทิศทางการสั่นของเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้า (electric field vector) อยู่ในระนาบนี้จึงมีความเร็วเท่ากันไม่ว่าจะผ่านผลึกในทิศทางใดก็ตาม รังสีนี้เรียกว่า รังสีปกติ (ordinary

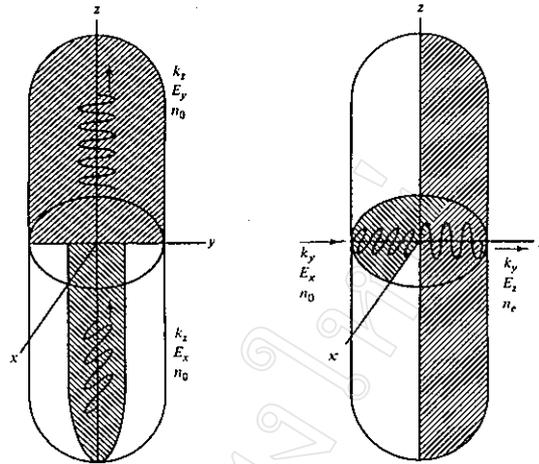
ray) หรือ o-ray ซึ่งมีดัชนีหักเห n_o คงที่สำหรับความยาวคลื่นค่าหนึ่ง สำหรับรังสีที่มีโพลาไรเซชันอยู่ในระนาบที่ผ่านแกนผลึกแนวตั้งนั้น เมื่อทิศทางของการเคลื่อนที่เปลี่ยนไปจะมีผลต่อทิศทางของโพลาไรเซชัน ความเร็วของคลื่นจะเปลี่ยนไป รังสีนี้เรียกว่า รังสีพิเศษ (extraordinary ray) หรือ e-ray ซึ่งมีดัชนีหักเห n_e เปลี่ยนแปลงตามทิศทางการเคลื่อนที่ อย่างไรก็ตามจะมีทิศทางเพียงทิศทางเดียวที่แสงเคลื่อนที่เข้ามาในผลึกแกนเดียว แล้วไม่เกิดการหักเห ทิศทางนั้นเรียกว่าแกนแสง (optic axis) ซึ่งเป็นทิศทางเดียวกับแกนผลึกแนวตั้งหรือแกน c ของผลึกนั่นเอง แสงที่ตกกระทบผลึกในทิศทางของแกนแสงจะมีการสั่นของสนามไฟฟ้าได้ในทุกทิศทางบนระนาบแนวนอนของผลึก ดังนั้นแสงจึงประพฤติตัวเป็น o-ray และไม่เกิดการหักเห แต่เมื่อใดก็ตามที่แสงตกกระทบทำมุมกับแกนแสงจะเกิดการหักเหขึ้น ทิศทางการสั่นของ e-ray จะแยกออกจากระนาบการสั่นของ o-ray มากขึ้นเมื่อแสงตกกระทบทำมุมกับแกนแสงมากขึ้น ความแตกต่างระหว่าง n_o และ n_e ซึ่งเรียกว่า birefringence ก็จะเพิ่มขึ้น ค่า birefringence จะมากที่สุดเมื่อแสงตกกระทบผลึกในแนวตั้งฉากกับแกนแสง ซึ่ง e-ray จะจะมีทิศทางการสั่นของสนามไฟฟ้าขนานกับแกน c ผลึกแกนเดี่ยวแบ่งออกเป็น 2 ชนิด ขึ้นอยู่กับ n_o และ n_e กล่าวคือ ถ้า $n_o > n_e$ ผลึกนั้นจะเป็น negative crystals ในกรณีที่ $n_o < n_e$ ผลึกนั้นเรียกว่า positive crystals

การเกิดการหักเห สามารถอธิบายได้โดยใช้คุณสมบัติ anisotropic ของเซลล์หน่วย (unit cell) และโพลาไรเซชันของแสง (Nussbaum and Phillips, 1976) ดังรูปที่ 2.7 ซึ่งเป็นผลึกของแคลไซต์ (calcite) ที่มีแกน c เป็นแกนแสง ซึ่งในพิกัดคาร์ทีเซียน (cartesian coordinate) ที่แสดงในรูปที่ 2.7 แทนด้วยแกน z แสงที่มีโพลาไรเซชันในทิศทางของแกน z หรือ $E = E_z$ จะมีดัชนีหักเห n_e ส่วนแสงที่มีโพลาไรเซชันตั้งฉากกับแกน z ซึ่งเป็นไปได้ 2 กรณี คือ $E = E_x$ หรือ $E = E_y$ จะมีดัชนีหักเห n_o ในกรณีที่แสงเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกับแกนแสง นั่นคือเมื่อเวกเตอร์คลื่น (wave vector) $k = k_z$ ทิศทางของโพลาไรเซชันที่เป็นไปได้ คือ E_x และ E_y โดย E_x มีดัชนีหักเห n_e และ E_y มีดัชนีหักเห n_o ดังนั้นจึงเกิดการหักเหขึ้นเมื่อ $k = k_z$ แสงจะมีแอมพลิจูด (amplitude) ของสนามไฟฟ้าบนระนาบ x-y ซึ่งอาจมีสถานะของโพลาไรเซชัน (polarization state) เป็น E_x และ E_y หรือ $E_x + E_y$ หรือ $E_x - E_y$ จึงไม่ทำให้เกิดการหักเห

ได้มีการอธิบายการเกิดโพลาไรเซชันของแสงเมื่อผ่านเข้าไปในผลึกแกนเดียวโดยใช้ทฤษฎีเกี่ยวกับแม่เหล็กไฟฟ้า (Nussbaum and Phillips, 1976) กล่าวคือ สนามไฟฟ้า \mathbf{E} และ displacement field \mathbf{D} ในตัวกลาง anisotropic จะมีความสัมพันธ์กับ dielectric tensor ในรูปเมตริกซ์ (matrix) ดังสมการ

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

หรือ
$$D_i = \epsilon_0 \sum_j \epsilon_{ij} E_j \quad (i, j = x, y, z) \quad (2.37)$$



รูปที่ 2.7 ดัชนีหักเหของแสงที่มีโพลาไรเซชันในทิศทางต่างๆ เมื่อเคลื่อนที่เข้าไปในผลึกแคลไซต์ (Nussbaum and Phillips, 1976)

จะมีระบบแกนหลัก (principal axis system) ซึ่งเป็นชุดของแกนในพิกัดคาร์ทีเซียนที่ทำให้องค์ประกอบ (component) ที่ไม่ใช่องค์ประกอบในแนวทแยง (diagonal components) ของ dielectric tensor มีค่าเป็นศูนย์ ในผลึกแกนเดียว จะมี $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} \neq \epsilon_{zz}$ ดังนั้น dielectric tensor ในระบบแกนหลักของผลึกแกนเดียว จึงอยู่ในรูป

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

จากสมการ Maxwell สำหรับจำนวน

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.39)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (2.40)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.41)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.42)$$

สำหรับคลื่นระนาบ (plane wave) ที่สอดคล้องกับสมการ Maxwell

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (2.43)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (2.44)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (2.45)$$

เมื่อแทน $\frac{\partial}{\partial t}$ ด้วย $-i\omega$ และแทน ∇ ด้วย $i\mathbf{k}$ จะเขียนสมการ Maxwell ได้เป็น

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.46)$$

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (2.47)$$

$$i\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -i\omega\mathbf{D} \quad (2.48)$$

$$i\mathbf{k} \times \mathbf{E} = i\omega\mathbf{B} \quad (2.49)$$

กระทำกับสมการ (2.49) ด้วย $\mathbf{k} \times$ จะได้

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) = \mu_0 \omega \mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\mu_0 \omega^2 \mathbf{D} \quad (2.50)$$

$$\frac{1}{\mu_0 \omega^2} \mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) = -\mathbf{D} \quad (2.51)$$

ให้นิยามของเวกเตอร์ $\tilde{\mathbf{k}}$ ดังสมการ

$$\tilde{\mathbf{k}} = \frac{c}{\omega} \mathbf{k} = n\hat{\mathbf{k}} \quad (2.52)$$

เมื่อ $\hat{\mathbf{k}}$ คือ เวกเตอร์หน่วย (unit vector) ในทิศทางของ \mathbf{k} ดังนั้นสมการ (2.51) จึงเขียนได้เป็น

$$\frac{1}{\mu_0 c^2} \tilde{\mathbf{k}} \times (\tilde{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}) = -\mathbf{D} \quad (2.51)$$

โดยใช้เอกลักษณ์ของเวกเตอร์ (vector identity) $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C}$ ทำให้สมการ (2.51) อยู่ในรูป

$$-(\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{k}}) \cdot \mathbf{E} + (\tilde{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{E})\tilde{\mathbf{k}} = -\mu_0 c^2 \mathbf{D} \quad (2.52)$$

ผลลัพธ์ของ $\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{k}}$ คือ n^2 และเขียน $\tilde{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{E}$ ในรูปของผลรวม (summation) ได้เป็น $\sum_j \tilde{k}_j E_j$ เมื่อใช้ความสัมพันธ์เหล่านี้ร่วมกับสมการ (2.37) จะเขียนสมการ (2.51) ได้เป็น

$$\mu_0 c^2 \sum_j \epsilon_0 \epsilon_{ij} E_j + \tilde{k}_i \sum_j \tilde{k}_j E_j = n^2 E_i \quad (2.53)$$

หรือ

$$\sum_j (\epsilon_{ij} + \tilde{k}_i \tilde{k}_j) E_j = n^2 E_i \quad (2.54)$$

สมการ (2.53) เป็นสมการ eigenvalue ซึ่งมี E_i เป็น eigenvector และ n^2 เป็น eigenvalue การแก้สมการ (2.54) จะแสดงให้เห็นการเคลื่อนที่ของแสงในผลึกแกนเดียวได้

พิจารณาแสงเคลื่อนที่ตามแกน x ซึ่ง $\tilde{k}_j = \tilde{k}_j = \tilde{k}_x = n\hat{k}_x$ และ $\tilde{k}_i \tilde{k}_j = n^2 \hat{k}_x \hat{k}_x$ ดังนั้น

$$\tilde{k}_i \tilde{k}_j = \begin{bmatrix} n^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

สำหรับ n^2 สามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้เป็น

$$n^2 = \begin{bmatrix} n^2 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

ดังนั้นสมการ (2.54) ในรูปเมตริกซ์คือ

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} + n^2 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n^2 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{xx} - n^2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0 \quad (2.58)$$

จะได้สมการสำหรับองค์ประกอบ E_x, E_y, E_z 3 สมการ คือ

$$\varepsilon_{xx} E_x = 0 \quad (2.59)$$

$$(\varepsilon_{xx} - n^2) E_y = 0 \quad (2.60)$$

$$(\varepsilon_{zz} - n^2) E_z = 0 \quad (2.61)$$

สมการ (2.59) จะเป็นจริงเมื่อ $\varepsilon_{xx} = 0$ หรือ $E_x = 0$ แต่เนื่องจากเรากำลังพิจารณาคลื่นตามขวางจากเงื่อนไขนี้จึงสรุปได้ว่า $E_x = 0$ ส่วนสมการ (2.60) และ (2.61) จะให้ผลเฉลย

$$n_1^2 = \varepsilon_{xx} \quad (2.62)$$

$$n_2^2 = \varepsilon_{zz} \quad (2.63)$$

ดังนั้น เมื่อเวกเตอร์คลื่นที่ตกกระทบผลึกมีทิศทางตามแกน x จะทำให้เกิดการหักเหเนื่องจากแสงที่มีโพลาไรเซชันในแนวแกน y และ z

กรณีที่เวกเตอร์ $\tilde{\mathbf{k}}$ อยู่บนระนาบ y-z ดังรูปที่ 2.8 เงื่อนไขนี้จะได้องค์ประกอบดังนี้

$$\tilde{k}_x = 0 \quad (2.64)$$

$$\tilde{k}_y = n \sin \theta \quad (2.65)$$

$$\tilde{k}_z = n \cos \theta \quad (2.66)$$

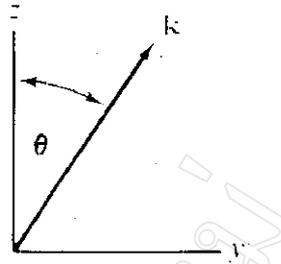
เมตริกซ์ของ $\tilde{\mathbf{k}}, \tilde{\mathbf{k}}_j$ คือ

$$\tilde{\mathbf{k}}, \tilde{\mathbf{k}}_j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 \sin^2 \theta & n^2 \sin \theta \cos \theta \\ 0 & n^2 \sin \theta \cos \theta & n^2 \cos^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

สมการ (2.54) จะอยู่ในรูป

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{xx} + n^2 \sin^2 \theta & n^2 \sin \theta \cos \theta \\ 0 & n^2 \sin \theta \cos \theta & \varepsilon_{zz} + n^2 \cos^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n^2 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Eigenvalue n^2 หาได้โดยกำหนดค่าให้ดีเทอร์มิแนนต์ (determinant) ของสัมประสิทธิ์เท่ากับศูนย์และแก้สมการ



รูปที่ 2.8 แสดงเวกเตอร์ \mathbf{k} บนระนาบ y - z และทำมุม θ กับแกน z

$$\begin{vmatrix} \epsilon_{xx} - n^2 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{xx} - n^2 \cos^2 \theta & n^2 \sin \theta \cos \theta \\ 0 & n^2 \sin \theta \cos \theta & \epsilon_{zz} - n^2 \sin^2 \theta \end{vmatrix} = 0 \quad (2.69)$$

หรือ

$$\{\epsilon_{xx} - n^2\} \{(\epsilon_{xx} - n^2 \cos^2 \theta)(\epsilon_{zz} - n^2 \sin^2 \theta) - n^4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta\} = 0 \quad (2.70)$$

ผลเฉลยของสมการ (2.70) คือ

$$n_1^2 = \epsilon_{xx} \quad (2.71)$$

และ

$$\frac{1}{n_2^2} = \frac{\cos^2 \theta}{\epsilon_{xx}} + \frac{\sin^2 \theta}{\epsilon_{zz}} \quad (2.72)$$

หรือ

$$\frac{1}{n_2^2} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} \quad (2.73)$$

ดัชนีหักเหในสมการ (2.73) จะมีค่าอยู่ระหว่าง n_o กับ n_e เมื่อเวกเตอร์คลื่นของคลื่นที่ตกกระทบเปลี่ยนแปลงจาก \mathbf{k}_y ถึง \mathbf{k}_z .

สำหรับ eigenvector ของคลื่นหาได้โดยแทน eigenvalue แต่ละค่าลงในสมการ (2.68) เมื่อแทนดัชนีหักเห n_1^2 จะได้สมการ

$$\epsilon_{xx} E_x = \epsilon_{xx} E_x \quad (2.74)$$

$$(\epsilon_{xx} + \epsilon_{xx} \sin^2 \theta) E_y + (\epsilon_{xx} \sin \theta \cos \theta) E_z = \epsilon_{xx} E_y \quad (2.75)$$

$$(\epsilon_{xx} \sin \theta \cos \theta) E_y + (\epsilon_{zz} + \epsilon_{xx} \cos^2 \theta) E_z = \epsilon_{xx} E_z \quad (2.76)$$

ซึ่งมีผลเฉลยเป็น

$$E_y = E_z = 0 \quad (2.77)$$

ส่วน E_x จะมีค่าใดๆ ดังนั้น eigenvector ที่สอดคล้องกับ n_1 คือ

$$\mathbf{E}_1 = E_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

Eigenvector อีกค่าหนึ่งหาได้จากการแทนค่าดัชนีหักเห n_2^2 ลงในสมการ (2.68) ซึ่งสมการแรกที่ได้คือ

$$\varepsilon_{xx} E_x = n_2^2 E_x \quad (2.79)$$

สมการนี้จะเป็นจริงเมื่อ $E_x = 0$ นั่นคือสนามไฟฟ้าของคลื่นที่มีดัชนีหักเห n_2 จะอยู่บนระนาบ y-z ซึ่งในที่นี้จะละการพิสูจน์ไว้ แต่จะกล่าวถึงผลเฉลยของการหาค่า eigenvector นี้ซึ่งอยู่ในรูป

$$E_2 = E_0 \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \phi \\ -\sin \phi \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

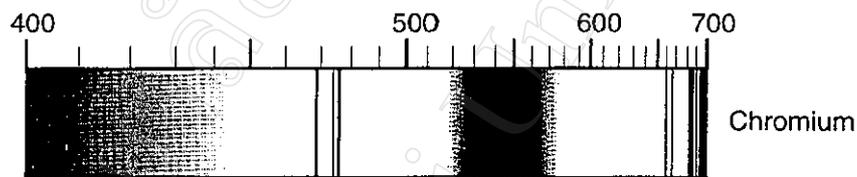
โดยที่ ϕ มีค่าต่างจาก θ เล็กน้อย

2.4 สมบัติทางฟิสิกส์ของคอร์ันดัม

Deer (1992) ได้อธิบายเกี่ยวกับคอร์ันดัมไว้ว่า คอร์ันดัมเป็นผลึกเดี่ยวของอะลูมิเนียมออกไซด์ (Al_2O_3) มีโครงสร้างเป็น hexagonal-close-pack จัดเป็นผลึกแอนไอโซทรอปิกแบบแกนเดี่ยว ดัชนีหักเหของรังสีปกติอยู่ในช่วง 1.768-1.772 และดัชนีหักเหของรังสีพิเศษอยู่ในช่วง 1.760-1.764 มีค่า birefringence 0.008-0.009 จุดหลอมเหลวอยู่ที่ประมาณ 2000 - 2050 องศาเซลเซียส คอร์ันดัมที่พบในธรรมชาติจะอยู่ในเฟสอัลฟา ($\alpha-Al_2O_3$) ส่วนเฟสอื่นจะไม่พบในธรรมชาติแต่สามารถสังเคราะห์ขึ้นได้ซึ่งได้แก่ $\beta-Al_2O_3$ ซึ่งมีโครงสร้างเป็น hexagonal และเจือด้วยแคลเซียม (Ca) หรืออัลคาไล (alkalis) นอกจากนี้ยังมี $\gamma-Al_2O_3$ ซึ่งมีโครงสร้างเป็นคิวบิก (cubic) แต่อย่างไรก็ตาม $\beta-Al_2O_3$ และ $\gamma-Al_2O_3$ จะเปลี่ยนเป็น $\alpha-Al_2O_3$ เมื่อได้รับความร้อน วิธีการที่แพร่หลายที่สุดในการสังเคราะห์คอร์ันดัม ได้แก่ Vernuil process (Hughes, 1991; Read, 1991) ซึ่งกว่า 90 % ของคอร์ันดัมสังเคราะห์ได้มาจากการสังเคราะห์ด้วยวิธีนี้ สารตั้งต้นที่ใช้ในการสังเคราะห์คอร์ันดัม ได้แก่ ผงอะลูมินา (alumina powder (Al_2O_3)) ในกรณีที่ต้องการคอร์ันดัมสีต่าง ๆ ก็จะมีการเติมออกไซด์ของธาตุชนิดต่าง ๆ ลงไปในผงอะลูมินานั้น เช่น โครเมียม (Cr) เหล็ก (Fe) ไทเทเนียม (Ti) เป็นต้น คอร์ันดัมที่ไม่มีสารเจือจะใสไม่มีสี คอร์ันดัมสีแดงซึ่งเกิดจากสารเจือ Cr จะมีชื่อเรียกเฉพาะว่าทับทิม (ruby) ส่วนคอร์ันดัมสีอื่นนอกเหนือไปจากสีแดงจะเรียกว่า ไพลิน (sapphire) สารเจือที่อยู่ในคอร์ันดัมจะทำให้ดัชนีหักเหสูงขึ้นเล็กน้อย เช่น ทับทิมสีแดงเข้มที่มี Cr_2O_3 เจืออยู่ 7.57 % จะมีดัชนีหักเหของรังสีปกติ 1.770 และดัชนีหักเหของรังสีพิเศษ 1.762 ส่วนไพลินสีเหลืองที่มี Fe_2O_3 เจืออยู่ 9.17 % มีดัชนีหักเหของรังสีปกติ 1.794 และดัชนีหักเหของรังสีพิเศษ 1.785

องค์ประกอบสำคัญที่ทำให้เกิดการดูดกลืนแสง ในทับทิมธรรมชาติและทับทิมสังเคราะห์ คือ โครเมียม สเปกตรัมการดูดกลืนแสงในช่วง 400-700 นาโนเมตรของทับทิมธรรมชาติและทับทิมสังเคราะห์ จึงมีลักษณะเหมือนกัน Hughes (1997) ได้แสดงสเปกตรัมการดูดกลืนแสงของทับทิมที่ได้จากการใช้สเปกโตรสโคป ดังแสดงในรูปที่ 2.9 ลักษณะสำคัญของสเปกตรัมนี้ คือ มีการดูดกลืนแสงที่สำคัญที่สุด

ในช่วง 400-450 นาโนเมตร ซึ่งเป็นช่วงสีม่วงและสีน้ำเงินของสเปกตรัม นอกจากนี้ยังมีการดูดกลืนแสงในช่วงสีเขียวและสีเหลืองโดยมีกึ่งกลาง (centre) ที่ 550 นาโนเมตร มีการส่องผ่าน (transmission) ของความยาวคลื่นประมาณ 450-500 นาโนเมตรและตั้งแต่ประมาณ 600 นาโนเมตรเป็นต้นไป ในช่วงสีม่วงและสีน้ำเงินของสเปกตรัมจะมีเส้นของการดูดกลืนแสง (absorption line) ที่ตำแหน่ง 468.5, 475 และ 476.5 นาโนเมตร ส่วนในช่วงความยาวคลื่นสูงนั้นมีเส้นของการดูดกลืนแสงที่ 659.5 และ 668 นาโนเมตร ซึ่งความเข้มต่ำกว่าเส้นของการดูดกลืนแสงที่ 692.8 และ 694.2 นาโนเมตร แม้ว่าการดูดกลืนแสงที่เกิดจากโครเมียมของทับทิมธรรมชาติและทับทิมสังเคราะห์จะเหมือนกัน แต่ในทับทิมธรรมชาตินั้นมักจะพบเส้นของการดูดกลืนแสงที่เกิดจากเหล็กที่ตำแหน่ง 451.5, 460 และ 470 นาโนเมตร ซึ่งจะเป็นสิ่งที่ทำให้สามารถแยกทับทิมธรรมชาติและทับทิมสังเคราะห์ออกจากกันได้ เส้นของการดูดกลืนแสงที่เกิดจากเหล็กนี้ที่ตำแหน่ง 451.5 นาโนเมตรจะมีความเข้มมากกว่าอีก 2 เส้นที่เหล็กที่อาจมองไม่เห็นส่วนโฟลิตที่ไม่มีสีนั้นจะไม่มีมีการดูดกลืนแสงในช่วง 400-700 นาโนเมตร



รูปที่ 2.9 สเปกตรัมการดูดกลืนแสงของทับทิมที่เกิดจากโครเมียม (Hughes, 1997)

2.5 การศึกษาเกี่ยวกับการฝังไอออนในอะลูมิเนียมออกไซด์ ($\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$)

การฝังไอออนในวัสดุที่เป็นฉนวน จะทำให้เกิดตำหนิหรือเกิดไอออนในเซชันที่ทำให้ตำหนิมีสถานะประจุ (charge state) ต่างไปจากเดิม การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นนี้สามารถทำให้เกิดการดูดกลืนแสงขึ้นได้ ดังนั้น การศึกษาการดูดกลืนแสงของวัสดุหลังจากการฝังไอออนจึงเป็นแนวทางหนึ่งที่จะทำให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจากการฝังไอออน ความเสียหายที่เกิดในโครงสร้างของวัสดุที่เป็นฉนวนเนื่องจากการฝังไอออนเป็นผลมาจากกระบวนการที่สำคัญ 3 ประการ (hite et al., 1989) ได้แก่ (i) กระบวนการเกี่ยวกับอิเล็กทรอนิกส์ (electronic process) เป็นกระบวนการที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของสถานะประจุหรือสถานะอิเล็กทรอนิกส์ (electronic state) กระบวนการนี้จะไม่ทำให้เกิดตำหนิจากการจัดของไอออนในเป้า (ionic displacement defect) (ii) กระบวนการที่เกี่ยวกับนิวเคลียสหรือการชนแบบยืดหยุ่นกับนิวเคลียส (nuclear or elastic collision process) กระบวนการนี้จะทำให้อะตอมหรือไอออนในเป้าเกิดการขจัดเนื่องจากการถ่ายทอดพลังงานและ โมเมนตัม (momentum) จากไอออนที่เคลื่อนที่เข้าไปในเป้า และ (iii) กระบวนการ radiolysis หรือ photochemical เกี่ยวข้องกับการสร้าง (formation)

ตำหนิที่เกี่ยวกับอะตอมหรือไอออน (atomic or ionic defects) เนื่องจากชุด (series) ของปฏิกิริยาที่เริ่มต้นมาจากการกระตุ้นอิเล็กตรอน (electronic excitation) ปัจจัยที่มีผลต่อการเกิดความเสียหายหรือตำหนิในฉนวนนี้มีหลายประการ เช่น โดส ชนิดของไอออนที่ใช้ พันธะของอะตอมหรือไอออนในเป่า หรือทิศทางของแกนผลึกเทียบกับทิศทางที่ไอออนตกกระทบ เป็นต้น

ได้มีการศึกษาเกี่ยวกับการเกิดตำหนิที่เกิดจากการฝังไอออนใน $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ทั้งในด้านโครงสร้าง (Naramoto et al., 1982; McHargue et al., 1985; Allen and Pedraza, 1991; Katano et al., 1998) และสมบัติเชิงแสง การดูดกลืนแสงในช่วงอัลตราไวโอเล็ต (ultraviolet) จนถึงความถี่ที่มองเห็นด้วยตา (optical frequency) เป็นผลมาจากตำหนิใน sublattice ของออกซิเจน (Al Ghamdi and Townsend, 1990) ตำหนิที่เป็นที่รู้จักกันดี ได้แก่ F centre และ F^+ centre Cheng และคณะ (1991) ได้รวบรวมตำหนิที่เกิดขึ้นในช่องว่างของออกซิเจนใน $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ และการดูดกลืนแสงที่เกิดจากตำหนิเหล่านี้ไว้ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ตำหนิในช่องว่างของออกซิเจนที่เกิดจากการระดมยิงด้วยนิวตรอน (neutron-irradiated) ในอะลูมิเนียมออกไซด์และการดูดกลืนแสงของตำหนินั้น (Cheng et al., 1991)

จำนวนช่องว่างของออกซิเจน	จำนวนอิเล็กตรอนที่ถูกคักไว้	สัญลักษณ์ของตำหนิ	การดูดกลืนแสง	
			นาโนเมตร	อิเล็กตรอนโวลท์
1	2	F	205	6.05
1	1	F^+	258	4.8
			225	5.5
			203	6.1
2	4	F_2	300	4.1
2	3	F_2^+	355	3.5
2	2	F_2^{2+}	455	2.7

ขนาด (magnitude) และลักษณะสเปกตรัมของการดูดกลืนแสงที่เกิดขึ้นหลังจากการฝังไอออนจะแตกต่างกันเนื่องจากปัจจัยหลายประการ Arnold และคณะ (1974) ได้ทดลองฝังไอออนที่มีมวลต่างกัน ใน $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ที่มีแกน c อยู่ในระนาบเดียวกับพื้นผิวที่ไอออนตกกระทบ พบว่ามีการดูดกลืนแสงที่ความยาวคลื่น 204 นาโนเมตร การดูดกลืนแสงที่ความยาวคลื่นนี้จะลดลงเมื่อใช้ไอออนที่มีมวลมากขึ้น การฝังไอออน He^+ และ Ne^+ ใน $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ที่มีทิศทางของแกนผลึกต่างกัน โดย Dalal และคณะ (1988) ได้สเปกตรัมการดูดกลืนแสงที่แตกต่างกัน แต่ยังคงพบตำแหน่งการดูดกลืนแสงที่สำคัญซึ่งได้แก่ที่ 6.1, 5.4 และ 4.8 อิเล็กตรอนโวลท์ และในช่วงความถี่ที่มองเห็นด้วยตาจะปรากฏการดูดกลืนแสงต่ำ ไม่สามารถ

แยกออกเป็นตำแหน่งการดูดกลืนที่เด่นชัดเช่นในช่วงอัลตราไวโอเล็ตได้ สเปกตรัมการดูดกลืนแสงหลังจากฟุ้งไอออนที่อุณหภูมิ 77 และ 300 องศาเซลวินของ $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ที่มีการวางตัวของผลึก (crystal orientation) เหมือนกันจะมีลักษณะต่างกัน ชี้นงานที่ฟุ้งไอออนที่ 77 องศาเซลวินจะมีการดูดกลืนแสงที่เกิดจาก F centre ชัดเจนกว่าชี้นงานที่ฟุ้งไอออนที่อุณหภูมิสูง Dalal และคณะได้อธิบายถึงสาเหตุของความแตกต่างนี้ว่าที่อุณหภูมิต่ำจะมีการคงอยู่ของความเสียหาย (damage retention) ที่เกิดขึ้นมากกว่าที่อุณหภูมิสูงเนื่องจากการเคลื่อนที่ของอะตอม (atomic movement) ต่ำ ต่ำหนักที่เกิดขึ้นจึงอยู่ในลักษณะที่ไม่ซับซ้อน การฟุ้งไอออนที่อุณหภูมิสูงจะเกิดการกลับมารวมตัว (recombination) ของตำหนักได้ นอกจากนี้การเคลื่อนที่ของตำหนัก (defect motion) เนื่องจากความร้อนอาจทำให้ตำหนักที่เกิดขึ้นมีการรวมตัวกันในลักษณะที่ทำให้เกิดความซับซ้อนมากกว่าเดิม

การฟุ้งไอออนพร้อมกันแบบ 3 ลำไอออน (triple beam) และ แบบ 2 ลำไอออน (dual beam) ใน $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ โดยใช้ H^+ , He^+ , O^{2+} และ H^+ , O^{2+} ตามลำดับ (Katano et al., 1998) ทำให้เกิด F centre และ F^+ centre ขึ้นในชี้นงานทั้งที่ฟุ้งไอออนแบบ triple beam และ dual beam แต่เป็นที่น่าสังเกตว่า ในชี้นงานที่ฟุ้งไอออนแบบ triple beam นั้น มีพีค (peak) เล็ก ๆ ที่มีความเข้มต่ำมากหลายพีคปรากฏในสเปกตรัมการดูดกลืนแสงในช่วง 300 ถึง 500 นาโนเมตร ซึ่ง Katano และคณะสรุปว่าเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของโครงสร้างที่มีความเกี่ยวข้องกับ He^+ เนื่องจากไม่พบพีคเหล่านี้ในชี้นงานที่ฟุ้งไอออนแบบ dual beam

การ anneal ชี้นงานหลังจากฟุ้งไอออนก็มีผลกระทบต่อสมบัติเชิงแสง $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ที่ถูกฟุ้งด้วย Cu^+ โดย Miyano และคณะ (1991) จะมีการส่องผ่าน (transmittance) ลดลงแต่เมื่อนำไป anneal ที่อุณหภูมิสูงกว่า 400 องศาเซลเซียสจะทำให้เกิดการคืนสภาพ (recovery) ของการส่องผ่าน เนื่องจากเกิดการแพร่ (diffusion) ของไอออนมายังผิวหน้า พีคของการดูดกลืนแสงของ Cu^+ จะเลื่อนจาก 360 นาโนเมตร ไปยัง 580 นาโนเมตร ซึ่งเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงของสถานะของอิเล็กตรอน (electronic state) ของไอออน Saito และคณะ (1991) ได้ฟุ้ง Co^+ ใน $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ทำให้ได้ชี้นงานที่มีสีเทาเข้ม แต่เมื่อนำไป anneal ที่อุณหภูมิต่าง ๆ ซึ่งทำให้สีของชี้นงานเกิดการเปลี่ยนแปลงไปตามอุณหภูมิและเวลาที่ใช้ในการ anneal ซึ่ง Saito และคณะได้สรุปไว้ว่า Co^+ ที่ถูกฟุ้งใน $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ จะทำให้เกิดสีได้ก็ต่อเมื่อ Co^+ อยู่ใน crystal field ที่เหมาะสมเท่านั้น ซึ่งเห็นได้จากการที่ชี้นงานเกิดสีต่าง ๆ กันขึ้นหลังจากถูก anneal

Cheng และคณะ (1991) ได้ทดลองฟุ้ง Fe^{2+} พลังงาน 3.8 ล้านอิเล็กตรอนโวลท์ใน $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ที่มีแกน c ตั้งฉากกับผิวหน้า ด้วยโดส 0.5×10^{16} และ 2×10^{16} ไอออน / cm^2 พบการดูดกลืนแสงที่เห็นเด่นชัดที่สุดเกิดจาก F centre และไม่สามารถมองเห็น (resolve) การดูดกลืนแสงที่เกิดจากตำหนักชนิดอื่นได้ อย่างไรก็ตาม จากการวิเคราะห์การเรืองแสง (luminescence) ของชี้นงานและใช้เทคนิค electron paramagnetic resonance (EPR) ยังพบตำหนักชนิดอื่นอีก ได้แก่ F^+ และ F_2 centre การ anneal ชี้นงานหลังจากฟุ้งไอออนทำให้จำนวน (concentration) ของตำหนักลดลง ซึ่งเห็นได้จากการที่ความเข้มของการดูดกลืนแสงของตำหนักเหล่านี้ลดลง

McHargue และคณะ (1987) ได้ฝัง Ne^+ , Ar^+ และ Br^+ ใน $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ พลังงาน 125 กิโลอิเล็กตรอนโวลต์ ถึง 3 ล้านอิเล็กตรอนโวลต์ ด้วยโดส 1×10^{16} ถึง 3×10^{17} ไอออน/ cm^2 ที่อุณหภูมิห้อง โดยให้ไอออนตกกระทบในทิศทางเดียวกับแกน c จากนั้นได้ตรวจสอบผิวหน้าของชิ้นงาน พบว่าผิวชิ้นงานที่ฝังด้วย Ne^+ และ Ar^+ เกิดการพองตัว (blister) และหลุม (crater) ขึ้นเป็นจำนวนมาก ขนาดและจำนวนของ blister จะเพิ่มขึ้นตามโดสของไอออนที่ใช้ ส่วนชิ้นงานที่ฝังด้วยโบรมีนจะมี blister น้อยกว่า การ anneal ชิ้นงานหลังจากฝังไอออนทำให้ blister แยกออกและในกรณีของชิ้นงานที่ฝังด้วย Br^+ จะเกิด blister มากกว่าเดิม

$\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ที่ถูกฝัง O^+ พลังงาน 55 กิโลอิเล็กตรอนโวลต์ โดส $10^{15} - 6 \times 10^{16}$ ไอออน/ cm^2 ที่อุณหภูมิในโตรเจนเหลวโดย Zhou และ Sood (1991) จะเกิด amorphisation ที่โดสตั้งแต่ $(3-4) \times 10^{16}$ ไอออน/ cm^2 เมื่อนำชิ้นงานไป anneal ในบรรยากาศของอาร์กอน (Ar) ที่อุณหภูมิ 700, 800 และ 900 องศาเซลเซียส พบว่ามีการพองตัว (blistering) เกิดขึ้นในชิ้นงานที่ถูกฝังไอออนด้วยโดสตั้งแต่ $(3-4) \times 10^{16}$ ไอออน/ cm^2 ซึ่งเป็นค่าเดียวกับโดสวิกฤต (critical dose) ที่ทำให้เกิด amorphisation จากผลการทดลองนี้ชี้ให้เห็นว่า O^+ ส่วนเกินที่ถูกฝังเข้าไปในชิ้นงานนั้นจะประพฤติตัวเป็นก๊าซเฉื่อย (inert gas) ที่ไม่สามารถสร้างพันธะใน anion sublattice ได้ ซึ่งอาจมีสาเหตุจากการที่อัตราส่วนขององค์ประกอบในแลตทิซของ $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ เปลี่ยนแปลงได้ยาก ความสามารถในการเกิดสารละลายของแข็ง (solid solubility) ของออกซิเจนใน $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ จึงมีค่าต่ำ ออกซิเจนส่วนเกินเหล่านี้จึงเกิดการรวมตัว (agglomeration) กันขึ้นเมื่อได้รับความร้อน ออกซิเจนที่ถูกฝังเข้าไปนั้นจะมี diffusivity สูงมากในเฟสอสัณฐาน (amorphous phase) ของ $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ เมื่อเปรียบเทียบกับในเฟสที่เป็นผลึก (crystalline phase) อย่างไรก็ตาม ยังคงต้องมีการศึกษาต่อไปว่า amorphisation มีความสัมพันธ์กับการเกิดการพองตัวอย่างไร ซึ่งจะเห็นได้จากการที่โดสวิกฤตที่ทำให้เกิด amorphisation และการพองตัวมีค่าเท่ากัน

จากงานวิจัยเหล่านี้ จะเห็นว่าปรากฏการณ์และผลที่เกิดขึ้นจากการฝังไอออนในนั้นขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ อย่างไรก็ตามยังไม่พบว่ามียารายงานเกี่ยวกับการฝังไอออนในทับทิมสังเคราะห์ ($\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$: Cr) ในแง่ของการเปลี่ยนแปลงสมบัติเชิงแสง แต่มีการศึกษาการเกิด luminescence ขณะฝัง He^+ และ Ar^+ พลังงาน 200 กิโลอิเล็กตรอนโวลต์ ที่อุณหภูมิห้องโดย Aoki และคณะ (1996) ทำให้เกิด luminescence ขึ้นเนื่องจาก F centre และ F^+ centre ที่ 330 และ 415 นาโนเมตร นอกจากนี้ยังเกิดพีคที่ 315 นาโนเมตรซึ่งคณะผู้วิจัยยังไม่สามารถบอกได้แน่นอนว่าเกิดจากสาเหตุใด ส่วนอีกพีคหนึ่งที่พบคือที่ 695 นาโนเมตรซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะของทับทิมที่เกิดจาก Cr^{3+} ที่เรียกว่า R-line เมื่อเปรียบเทียบกับ $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ แล้ว luminescence yield ของ F centre และ ที่ 315 นาโนเมตรในทับทิมจะมีค่าต่ำกว่า ซึ่งคณะผู้วิจัยได้สรุปว่าอาจเป็นผลมาจากอันตรกิริยาระหว่าง F centre ที่ถูกกระตุ้นกับ Cr^{3+} นอกจากนี้การฝัง Ar^+ ทำให้ luminescence yield ของ Cr^{3+} ลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อเทียบกับการฝัง He^+ แสดงให้เห็นว่า Ar^+ ทำให้เกิดตำหนิเร็วกว่า He^+ ดังได้กล่าวมาแล้วตำหนิที่เกิดขึ้นนี้อาจเกิดอันตรกิริยากับ Cr^{3+} ดังนั้น Cr^{3+} จึงสามารถ

ถูก reduce โดยอิเล็กตรอนที่เกิดจากคำหนิที่เกิดขึ้นได้ สถานะประจุของโครเมียมจึงเปลี่ยนไป ทำให้ luminescence ที่เกิดจาก Cr^{3+} ลดลง

การเปลี่ยนแปลงดัชนีหักเหของตัวกลางที่ถูกฝังไอออน อาจเนื่องมาจากทั้งองค์ประกอบทางเคมี และความเสียหายจากรังสี (radiation damage) ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นขณะฝังไอออน อย่างไรก็ตามการเปลี่ยนแปลงของดัชนีหักเหมักเกิดจากความไม่เป็นระเบียบของแลตทิซ (lattice disorder) เป็นสำคัญ (Townsend et al., 1994) Fluck และคณะ (1993) ได้ฝัง He^+ ใน KNbO_3 เพื่อหาความเกี่ยวพันระหว่างการเปลี่ยนแปลงดัชนีหักเหกับพารามิเตอร์ของการถ่ายทอดพลังงานจากไอออนสู่อะตอมของเป้าและได้สรุปไว้ว่า เมื่อไอออนเกิดการชนกับนิวเคลียส (nuclear collision) ของอะตอมของเป้าจะทำให้โครงสร้างบางส่วนเกิดอสัณฐานขึ้น (partially amorphisation) ซึ่งจะทำให้ความหนาแน่นของผลึกนั้นลดลง ดังนั้น การสูญเสียพลังงานของไอออนโดยการชนกับนิวเคลียสของอะตอมของเป้า จึงเป็นสาเหตุหลักที่ทำให้ดัชนีหักเหของ KNbO_3 ลดลง แต่เมื่อฝังไอออนด้วยโคสสูงการสูญเสียพลังงานของไอออนเนื่องจากการชนกับอิเล็กตรอน (electronic collision) จะมีบทบาทต่อการเปลี่ยนแปลงของดัชนีหักเหด้วย นอกจากนี้ การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนขององค์ประกอบหรือการมีเฟสใหม่เกิดขึ้น ก็อาจทำให้ดัชนีหักเหเพิ่มขึ้นหรือลดลงได้ อย่างไรก็ตาม การเปลี่ยนแปลงของดัชนีหักเหจากการฝังไอออนขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ได้แก่ โคส ชนิดของไอออน และกระบวนการต่างๆ ที่เกิดขึ้นจากการฝังไอออน ซึ่งปัจจัยเหล่านี้ได้มีการศึกษาอย่างแพร่หลายเพื่อจุดประสงค์ในการประยุกต์ใช้ในด้าน electro-optic เป็นส่วนใหญ่ (Fluck et al., 1993; Bindner et al., 1998; Essis et al., 1998; Atuchin, 2000; Swart et al., 2000) จากผลการทดลองเหล่านี้จึงเป็นแนวทางในการนำกระบวนการฝังไอออนไปประยุกต์ใช้เพื่อการเปลี่ยนแปลงสมบัติเชิงแสงต่อไป