

สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	ค
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
สารบัญภาพ	ฉ
อักษรย่อและสัญลักษณ์	ฎ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของงานวิจัย	1
1.2 สรุปสาระสำคัญของเอกสารที่เกี่ยวข้อง	1
1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	3
1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย	3
1.5 ขอบเขตของการวิจัย	3
บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี	5
2.1 ความเค้น	5
2.1.1 ความเค้นเชิงเทนเซอร์	5
2.1.2 สมการสมดุล	6
2.2 การเปลี่ยนตำแหน่งและความเครียด	7
2.2.1 ความเครียดเชิงเทนเซอร์	7
2.2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบความเครียด	8
2.3 วัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้น	9
2.3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด สำหรับวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นที่มีคุณสมบัติเหมือนกันทุกทาง	9
2.3.2 เงื่อนไขที่ขอบ	10
ก. เงื่อนไขที่ขอบในรูปของความเค้น	10
ข. เงื่อนไขที่ขอบในรูปของการเปลี่ยนตำแหน่ง	11
ค. เงื่อนไขที่ขอบแบบผสม	11
2.4 ปัญหาสองมิติ	11

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.4.1 ความเครียดระนาบ	11
2.4.2 ความเค้นระนาบ	13
2.4.3 ฟังก์ชันความเค้น	14
2.5 การแก้ปัญหาสองมิติในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน	15
2.5.1 คำตอบในรูปอนุกรมฟังก์ชันพหุนาม	15
2.5.2 คำตอบในรูปของอนุกรมฟูเรียร์	16
2.6 การแก้ปัญหาสองมิติในระบบพิกัดเชิงขั้ว	17
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	20
3.1 วิธีดำเนินการวิจัย	20
3.2 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม	21
บทที่ 4 ผลและการวิจารณ์	24
4.1 ผลการวิจัย	24
4.1.1 ภาพการกระจายความเค้น	24
4.1.2 ภาพการกระจายความเครียด	24
4.1.3 ภาพเงื่อนโซ่ที่ขอบ	24
4.2 การทดสอบโปรแกรม	24
4.2.1 ตัวอย่างในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน	25
ก. ตัวอย่างที่ 1	25
ข. ตัวอย่างที่ 2	30
ค. ตัวอย่างที่ 3	35
ง. ตัวอย่างที่ 4	40
จ. ตัวอย่างที่ 5	45
4.2.2 ตัวอย่างในระบบพิกัดเชิงขั้ว	50
ก. ตัวอย่างที่ 1	50
ข. ตัวอย่างที่ 2	54
ค. ตัวอย่างที่ 3	58

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ง. ตัวอย่างที่ 4	62
จ. ตัวอย่างที่ 5	66
บทที่ 5 สรุปและข้อเสนอนะ	70
5.1 สรุป	70
5.2 ข้อเสนอแนะ	71
บรรณานุกรม	72
ภาคผนวก	73
ภาคผนวก ก โปรแกรมที่ใช้ในวิทยานิพนธ์	74
ภาคผนวก ข คู่มือการใช้โปรแกรม	140
ภาคผนวก ค ตัวอย่างการใช้โปรแกรม	148
ภาคผนวก ง ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งาน	158
ประวัติผู้เขียน	164

สารบัญภาพ

รูปที่	หน้า
2.1 องค์ประกอบความเค้นในเนื้อวัสดุ	6
2.2 ความเค้นที่เกิดขึ้นกับวัสดุ	6
2.3 การเปลี่ยนตำแหน่งของวัสดุ	8
2.4 เงื่อนไขที่ขอบในรูปของความเค้น	10
2.5 เงื่อนไขที่ขอบในรูปของการเปลี่ยนตำแหน่ง	11
3.1 แผนภาพการทำงานของโปรแกรม	22
4.1 การรับภาระในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 1	25
4.2 การกระจายความเค้นในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 1	26
4.3 การกระจายความเครียดในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 1	27
4.4 ความเค้นตามเงื่อนไขที่ขอบในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 1	28
4.5 การรับภาระในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 2	30
4.6 การกระจายความเค้นในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 2	31
4.7 การกระจายความเครียดในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 2	32
4.8 ความเค้นตามเงื่อนไขที่ขอบในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 2	33
4.9 การรับภาระในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 3	35
4.10 การกระจายความเค้นในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 3	36
4.11 การกระจายความเครียดในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 3	37
4.12 ความเค้นตามเงื่อนไขที่ขอบในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 3	38
4.13 การรับภาระในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 4	40
4.14 การกระจายความเค้นในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 4	41
4.15 การกระจายความเครียดในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 4	42
4.16 ความเค้นตามเงื่อนไขที่ขอบในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 4	43
4.17 การรับภาระในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 5	45
4.18 การกระจายความเค้นในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 5	46
4.19 การกระจายความเครียดในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 5	47

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.20 ความเค้นตามเงื่อนไขว้ที่ขอบในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนตัวอย่างที่ 5	48
4.21 การรับภาระในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 1	50
4.22 การกระจายความเค้นในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 1	51
4.23 การกระจายความเครียดในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 1	52
4.24 ความเค้นตามเงื่อนไขว้ที่ขอบในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 1	53
4.25 การรับภาระในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 2	54
4.26 การกระจายความเค้นในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 2	55
4.27 การกระจายความเครียดในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 2	56
4.28 ความเค้นตามเงื่อนไขว้ที่ขอบในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 2	57
4.29 การรับภาระในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 3	58
4.30 การกระจายความเค้นในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 3	59
4.31 การกระจายความเครียดในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 3	60
4.32 ความเค้นตามเงื่อนไขว้ที่ขอบในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 3	61
4.33 การรับภาระในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 4	62
4.34 การกระจายความเค้นในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 4	63
4.35 การกระจายความเครียดในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 4	64
4.36 ความเค้นตามเงื่อนไขว้ที่ขอบในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 4	65
4.37 การรับภาระในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 5	66
4.38 การกระจายความเค้นในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 5	67
4.39 การกระจายความเครียดในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 5	68
4.40 ความเค้นตามเงื่อนไขว้ที่ขอบในระบบพิกัดเชิงขั้วตัวอย่างที่ 5	69

อักษรย่อและสัญลักษณ์

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
F	แรง	N
A	พื้นที่	m ²
F _n	แรงที่มีทิศทางตั้งฉากกับระนาบ	N
F _s	แรงที่มีทิศทางสัมผัสกับระนาบ	N
σ_{ij}	ความเค้นบนหน้าตัดที่ตั้งฉากกับเวกเตอร์ i และมีทิศทางตามเวกเตอร์ j	N/m ²
$t^{(i)}$	ความเค้นบนหน้าตัดที่ตั้งฉากกับเวกเตอร์หน่วย \bar{e}_i	N/m ²
\bar{e}_j	เวกเตอร์หน่วยตามทิศทาง j	
V	ปริมาตรของวัสดุ	m ³
$t_i^{(n)}$	ความเค้นบนหน้าตัดที่ตั้งฉากกับเวกเตอร์ i และมีทิศทางตามเวกเตอร์ \bar{n}	N/m ²
n_i	เวกเตอร์หน่วยที่มีทิศทาง i ตั้งฉากกับระนาบ	
O	จุดที่พิจารณาในเนื้อวัสดุ	
x_j	พิกัดตามแกน x_j	m
F _i	แรงในตัววัสดุตามทิศทาง i	N/m ³
u	การเปลี่ยนตำแหน่งตามแกน x	m
v	การเปลี่ยนตำแหน่งตามแกน y	m
w	การเปลี่ยนตำแหน่งตามแกน z	m
S	ขนาดของเวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุด ในเนื้อวัสดุก่อนการเปลี่ยนตำแหน่ง	m
s	ขนาดของเวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุด ในเนื้อวัสดุหลังการเปลี่ยนตำแหน่ง	m
u_i	ระยะเปลี่ยนตำแหน่งของจุดในเนื้อวัสดุตามทิศทาง i	m
q	ระยะเปลี่ยนตำแหน่งของจุดในเนื้อวัสดุ	m
E_{ij}	ความเครียดเชิงเทนเซอร์	

อักษรย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
ϵ_{ij}	ความเครียดเชิงเทนเซอร์สำหรับการเปลี่ยนตำแหน่งที่มีค่าน้อยมาก	
c_{ijkl}	ค่าคงที่	
δ_{ij}	ฟังก์ชันเดลตาไครเนกแคร์ มีค่า = 1 เมื่อ $i = j$ และมีค่า = 0 เมื่อ $i \neq j$	
λ	ค่าคงที่ของลาเม	N/m^2
μ	ค่าคงที่ของลาเม	N/m^2
ν	อัตราส่วนของปัวส์ซอง	
E	โมดูลัสของยัง	N/m^2
G	เชียร์โมดูลัส	N/m^2
P	แรงที่กระทำต่อวัสดุ	N
l	โคซายน์ของมุมที่เส้นตั้งฉากกับระนาบทำมุมกับแกน x	
m	โคซายน์ของมุมที่เส้นตั้งฉากกับระนาบทำมุมกับแกน y	
n	โคซายน์ของมุมที่เส้นตั้งฉากกับระนาบทำมุมกับแกน z	
R	บริเวณขอบเขตที่พิจารณาทั้งหมด	
\bar{n}	เวกเตอร์หน่วยที่มีทิศทางตั้งฉากกับระนาบ	
C	แนวขอบของวัสดุ	
Φ	ฟังก์ชันความเค้น	N
A_{mn}	ค่าคงที่ในอนุกรมของฟังก์ชันพหุนาม	
p	ระดับชั้นของฟังก์ชันพหุนาม	
c_i	สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันพหุนามระดับชั้น p	
α	ค่าคงที่ในอนุกรมฟูเรียร์	
β	ค่าคงที่ในอนุกรมฟูเรียร์	
r	พิกัดตามแนวแกน r ของจุดที่พิจารณา	m
θ	มุมที่แกน r ทำกับแกน x ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา	rad