# สมบัติของพหุนามบนฟีลด์อันดับที่มีสัมประสิทธิ์ไม่เป็นลบ

**กุลประภา ศรีหมุด[1], ธาวัลย์ อัมพวา[2] และ วิเชียร เลาหโกศล[3]**

**[1,2]สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี**

**[3]ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์**

**อีเมล์: [1]kulprapa_s@hotmail.com, [2]tawan08@gmail.com และ [3]fscivil@ku.ac.th**

## บทคัดย่อ

โครงการวิจัยนี้เป็นการศึกษาพหุนามบนฟีลด์อันดับที่มีสัมประสิทธิ์ไม่เป็นลบ การวิจัยพบความสัมพันธ์ระหว่างผลงานวิจัยของ Beli [3] และ Brunotte [4, 5]

งานวิจัยของ Beli [3] ที่ตีพิมพ์ในปี 2007 เป็นการศึกษาพหุนามบนฟีลด์อันดับที่มีสัมประสิทธิ์ไม่เป็นลบ เมื่อประยุกต์ใช้กับฟีลด์ของจำนวนจริง จะได้

**ทฤษฎีบท** ถ้า $P(x)=\sum_{i=0}^{n} a_i x^i \in \mathbb{R}[\mathrm{X}]$ และ $|P|(x)=\sum_{i=0}^{n} |a_i| x^i \in \mathbb{R}[\mathrm{X}]$ โดยที่ $a_i \neq 0$ สำหรับทุก $i=1,2,3,\ldots,n$ แล้วจะมีพหุนาม $Q\in \mathbb{R}[\mathrm{X}]\setminus\{0\}$ ซึ่งทำให้ $PQ\in \mathbb{R}_+[\mathrm{X}]$ ก็ต่อเมื่อ จะมีจำนวนตรรกยะบวก $\varepsilon$ ซึ่งทำให้ $\frac{|P(x)|}{|P|(x)}>\varepsilon$ สำหรับทุกจำนวนจริงบวก $x$

งานวิจัยในปี 2009 ของ Brunotte [4] คือการค้นพบว่า พหุนามที่มีรากเป็นจำนวนเชิงซ้อนแท้หรือจำนวนจริงลบ สามารถปรับให้เป็นพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์ไม่เป็นลบได้โดยการคูณด้วยพหุนามที่เหมาะสม กล่าวคือ

**ทฤษฎีบท.** ให้ $f \in \mathbb{R}[X]$ เป็นพหุนามที่มีรากเป็นจำนวนเชิงซ้อนแท้หรือจำนวนจริงลบ จะได้ว่า มีจำนวนนับ $m$ ซึ่งทำให้พหุนาม $(1+x)^m f(x)$ มีสัมประสิทธิ์ทุกจำนวนเป็นจำนวนจริงบวก

ต่อมาในปี 2010 Brunotte [5] ได้ตีพิมพ์ผลงานวิจัย ขยายงานวิจัยในปี 2009 ดังนี้

**ทฤษฎีบท.** ให้ $b, c, r \in \mathbb{R}$ โดยที่ $r > 0$ และ $b^2 < 4c$ จะได้ว่า มีจำนวนเต็มไม่ติดลบ $n$ ซึ่งทำให้พหุนาม $(x+r)^n(x^2+bx+c)$ มีสัมประสิทธิ์ทุกจำนวนเป็นจำนวนจริงบวก และสามารถเลือกจำนวนเต็มนี้ได้โดยที่ $n \le \max\left\{\left\lceil \frac{1-\beta}{\alpha} \right\rceil, \lceil 1-\gamma \rceil, 0\right\}$ เมื่อ $\alpha = 4\delta c - (2c-br)^2$, $\beta = 12\delta c - 2\sigma(2c-br)$, $\gamma = 8\delta c - \sigma^2$ และ $\delta = r^2 - br + c$ , $\sigma = 3c - 2br + r^2$ ผลวิจัยหลักที่ได้รับ คือการพิสูจน์ทฤษฎีบทของ Beli ด้วยวิธีการที่ง่ายกว่าเดิมโดยใช้ทฤษฎีบท ของ Brunotte

**คำสำคัญ :** พหุนาม, สัมประสิทธิ์ของพหุนาม, รากของพหุนาม, ฟิลด์อันดับ