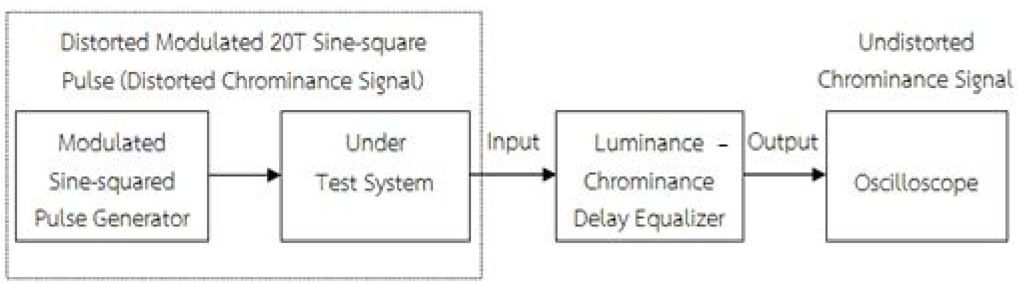
บทที่ 4
การออกแบบปรับเท่าทางเวลาประวิงของสัญญาณสี

4.1 บทนำ

การสร้างวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิงเพื่อใช้ในการแก้ไขความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิง ได้นำแนวคิดทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Hurwitz ร่วมกับทฤษฎีของ J. Valand มาเปรียบเทียบกับคุณสมบัติแนวคิดของทฤษฎีโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ เพื่อที่จะนำเสนอแนวความคิดสำหรับใช้ในการออกแบบวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิง พบว่าแนวคิดทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ให้ผลลัพธ์ที่มีความเหมาะสม การคำนวณไม่ซับซ้อนและสามารถปรับค่าพารามิเตอร์ได้ตามต้องการ จึงเลือกมาใช้ในการออกแบบวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิงเพื่อนำไปใช้งานต่อไปได้

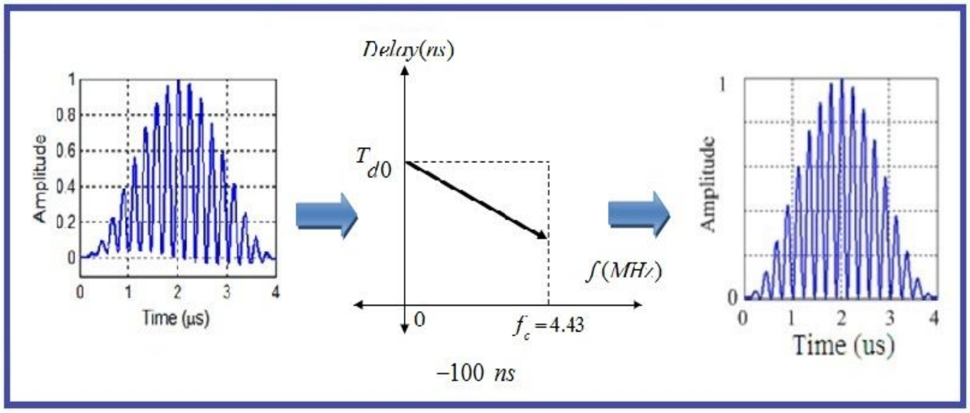
4.2 แนวความคิดการออกแบบวงจรกรองปรับเท่าทางเวลาประวิง

การนำเสนอแนวความคิดในการออกแบบวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิงเพื่อใช้ในการแก้ไขความผิดเพี้ยนของสัญญาณวิดีโอในระบบโทรทัศน์ [11-12] แสดงได้ดังรูปที่ 4.1

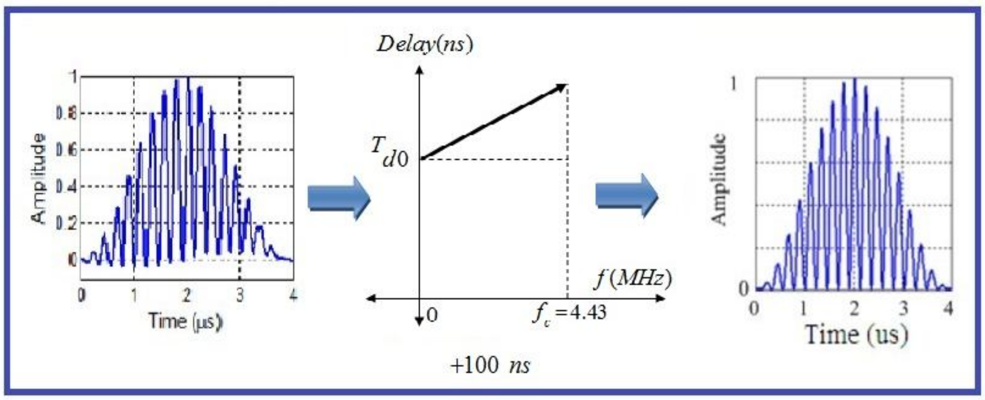


รูปที่ 4.1 บล็อกไดอะแกรมแสดงแนวความคิดของวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิงของสัญญาณ

จากรูปที่ 4.1 แสดงบล็อกไดอะแกรมแนวความคิดของวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิง เพื่อนำมาใช้ในการแก้ไขความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงของสัญญาณวิดีโอ โดยสามารถชดเชย (Compensating) ได้ทั้งความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงแบบ Delayed และ Advance Delayed ซึ่งวิธีการทดลองสามารถทำได้โดยการป้อนสัญญาณทดสอบมอดูเลต 20T ไซน์กำลังสองพัลส์เป็นสัญญาณอินพุตผ่านการจำลองระบบที่ทำการทดสอบเพื่อแสดงให้เห็นความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงจากนั้นนำสัญญาณป้อนผ่านวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิงแล้วจะได้สัญญาณเอาต์พุตเป็นสัญญาณทดสอบมอดูเลต 20T ไซน์กำลังสองพัลส์ ที่ปราศจากความผิดเพี้ยนโดยสังเกตได้จากฐานที่มีความราบเรียบแสดงได้ดังรูปที่ 4.2



(ก) การแก้ความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงแบบ Delayedที่ 100 ns



(ข) การแก้ความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงแบบ Advance Delayed ที่ 100 ns

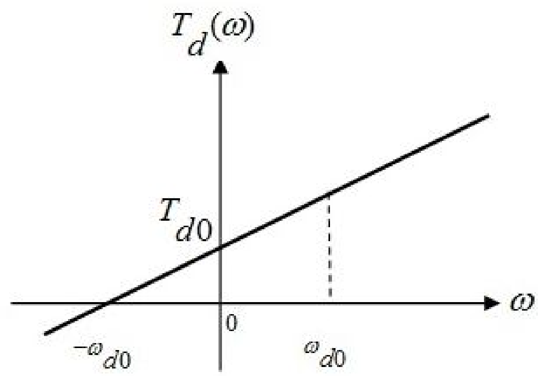
รูปที่ 4.2 ตัวอย่างการแก้ความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงของสัญญาณวิดีโอที่มีความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงแบบ Delayed และ Advance Delayed ที่ 100 ns

จากรูปที่ 4.2 ตัวอย่างการแก้ความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงของสัญญาณวิดีโอที่มีความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงแบบ Delayed ที่ 100 ns และ Advance Delayed ที่ 100 ns แสดงดังรูปที่ 4.2 (ก) และรูปที่ 4.2 (ข) ตามลำดับ รูปที่ 4.2 (ก) เมื่อป้อนสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณทดสอบมอดูเลต 20T ไซน์กำลังสองพัลส์ที่มีความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงแบบ Delayed ที่ 100 ns ผ่านวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิงที่ 100 ns เพื่อทำการเพิ่มระดับสัญญาณวิดีโอที่มีความผิดเพี้ยนที่ความถี่คลื่นพาห์สีย่อย 4.43 MHz จะสังเกตได้ว่าที่ฐานของพัลส์มีความราบเรียบ และรูปที่ 4.2 (ข) เมื่อป้อนสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณทดสอบมอดูเลต 20T ไซน์กำลังสองพัลส์ที่มีความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงแบบ Advance Delayed ที่ 100 ns ผ่านวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิงที่ 100 ns เพื่อทำการลดระดับสัญญาณวิดีโอที่มีความผิดเพี้ยนที่ความถี่คลื่นพาห์สีย่อย 4.43 MHz จะสังเกตได้ว่าที่ฐานของพัลส์มีความราบเรียบเช่นกัน

4.3 การออกแบบวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิงโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Hurwitz

<u>แนวคิดที่ 1</u>จากฟังก์ชันโครงข่ายได้นำทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Hurwitz ร่วมกับทฤษฎีของ J.Valand [16-17] มาใช้ในการออกแบบวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิงเพื่อแก้ไขความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงของสัญญาณวิดีโอ

จากแนวความคิดจะได้ผลตอบสนองทางเวลาประวิงด้านความชันของกราฟเป็นบวก (Positive slope) ดังนี้



รูปที่ 4.3 ผลตอบสนองทางเวลาประวิงที่เป็นด้านบวกในอุดมคติ

จากรูปที่ 4.3 สามารถนำมาเขียนสมการผลตอบสนองทางเวลาประวิงได้ดังสมการที่ (4.1)

$$T_d(\omega) = \frac{T_{d0}}{\omega_{d0}}\omega + T_{d0} \tag{4.1}$$

เนื่องจากสมการที่ (4.1) เป็นสมการคณิตศาสตร์จึงไม่สามารถนำมาออกแบบเป็นวงจรได้ เพราะสมการที่สามารถนำไปออกแบบวงจรได้นั้นจะต้องเป็นสมการในรูปแบบ Rational Function ดังนั้นจึงใช้ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Hurwitz มาทำเป็นสมการฟังก์ชันการถ่ายโอนดังนี้

$$H(s) = \frac{P(-s)}{P(s)} = \frac{M(s) - N(s)}{M(s) + N(s)} \tag{4.2}$$

โดยที่ $M(s) = (s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_3^2)(s^2 + \omega_5^2)\ldots$ เป็นฟังก์ชันคู่

และ $N(s)=s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)...$ เป็นฟังก์ชันคี่ จะได้ว่า

$$P_n(s)=(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)(s^2+\omega_5^2)...+s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)... \tag{4.3}$$

แทนค่าในสมการที่ (4.3) ในสมการที่ (4.2) จะได้

$$H(s)=\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)(s^2+\omega_5^2)...-s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)...}{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)(s^2+\omega_5^2)...+s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)...} \tag{4.4}$$

ดังนั้นต้องหาค่า $\omega_1^2,\omega_2^2,\omega_3^2,\omega_4^2,\omega_5^2,...$ สำหรับแทนค่าในสมการที่ (4.4) เพื่อให้ได้ฟังก์ชันการถ่ายโอนตามที่ต้องการ ซึ่งจากแนวคิดจะได้ผลตอบสนองทางเวลาประวิงในอุดมคตินั้นต้องทำการหาสมการเฟสก่อนแล้วค่อยสมการฟังก์ชันการถ่ายโอนตามมา จะได้ว่าจากสมการที่ (4.1) นำสมการมาเปลี่ยนแปลงเป็นสมการเฟสได้ดังนี้ เริ่มจาก

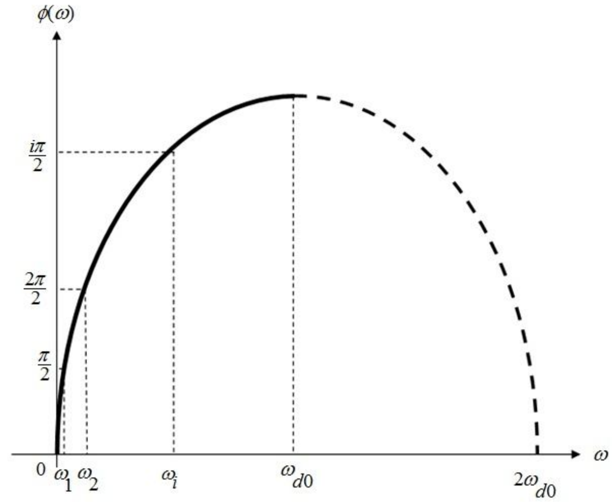
$$T_d(\omega)=-\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \tag{4.5}$$

จะได้สมการเฟส

$$-\phi(\omega)=\int T_d(\omega)d\omega \tag{4.6}$$

$$\phi(\omega)=-\left(\int\frac{T_{d0}}{\omega_{do}}\omega d\omega+\int T_{d0}d\omega\right) \tag{4.7}$$

จากนั้นนำสมการเฟสไปเทียบเท่ากับทฤษฎีของ J.Valand ซึ่งทฤษฎีของ J.Valand จะได้กราฟดังรูปต่อไปนี้



$$\phi(\omega) = -\left(\int \frac{T_{d0}}{\omega_{do}} \omega d\omega + \int T_{d0} d\omega \right) = \frac{i\pi}{2}$$

รูปที่ 4.4 ผลตอบสนองทางเฟสของทฤษฎีของ J.Valand ที่เป็นด้านบวก

จากรูปที่ 4.4 สามารถเขียนสมการเทียบเท่าสมการที่ (4.7) ได้ดังนี้

$$\therefore \phi(\omega) = T_{d0}\left[\frac{\omega^2}{2\omega_{d0}} + \omega \right] = \frac{i\pi}{2} \tag{4.8}$$

$$T_{d0}\frac{\omega^2}{2\omega_{d0}} + T_{d0}\omega - \frac{i\pi}{2} = 0 \tag{4.9}$$

จากหลักการของการหาค่า x ในสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ แล้ว $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ โดยที่ $b^2 \geq 4ac$ เมื่อเปรียบเทียบกับสมการที่ (4.9) เพื่อหาค่า ω จะได้ว่า

$$\omega_i = \frac{-T_{d0} \pm \sqrt{T_{d0}^2 + \frac{4T_{d0}}{2\omega_{d0}}\left(\frac{i\pi}{2}\right)}}{2\frac{T_{d0}}{2\omega_{d0}}} \tag{4.10}$$

จาก $\omega_{d0} = \dfrac{(n-1)\pi}{T_{d0}}$ จะได้

$$\omega_i = \frac{-T_{d0} \pm \sqrt{T_{d0}^2 + T_{d0}(i\pi)\left(\dfrac{3T_{d0}}{(n-1)\pi}\right)}}{T_{d0}} \times \omega_{d0} \tag{4.11}$$

$$\therefore \omega_i = \left(-1 \pm \sqrt{1+\left(\frac{3i}{(n-1)}\right)}\right) \times \omega_{d0} \tag{4.12}$$

$$\omega_i = -\omega_{d0} + \omega_{d0}\sqrt{1+\frac{3i}{(n-i)}} \tag{4.13}$$

จะได้ว่า

$$\omega_i = \omega_{d0}\left(\sqrt{1+\frac{3i}{n-i}} - 1\right) \tag{4.14}$$

โดยกำหนดค่าของตัวแปรดังนี้ $n=6$ และ $\omega_{d0} = 2.3$ หาค่า T_{d0} จาก $T_{d0}(\omega) = \dfrac{(n-1)\pi}{3\omega_{d0}} = \dfrac{(6-1)\pi}{3(2.3)}$

$\therefore T_{d0} = 2.2765$

จากสมการที่(4.14) พิจารณาorder 6 สำหรับใช้ในการคำนวณในด้านความชันที่เป็นบวก (Positive slope) เมื่อนำมาพล็อตกราฟจะได้กราฟแสดงดังรูป

จากสมการที่ (4.14) ให้ $\omega_{n-1} = \omega_{d0}$ และ $i = n-1$ โดยที่ $n=6$ ดังนั้นจะพิจารณาหาค่า $\omega_0 - \omega_5$ เพื่อนำไปแทนในสมการฟังก์ชันการถ่ายโอน

จาก $\omega_i = \omega_{d0}\left[\sqrt{1+\dfrac{3i}{n-1}} - 1\right]$

$$\omega_0 = 2.3\left[\sqrt{1+\frac{3(0)}{6-0}} - 1\right] = 0$$

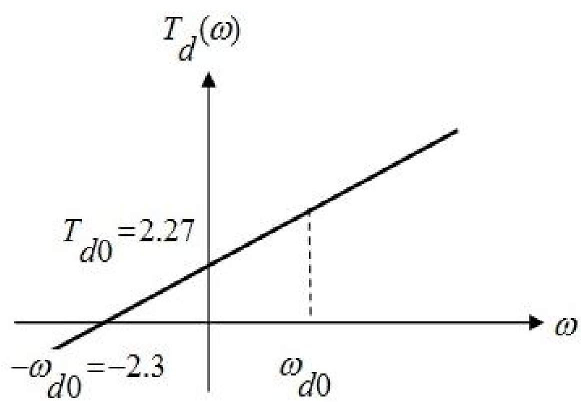
$$\omega_1 = 2.3\left[\sqrt{1+\frac{3(1)}{6-1}}-1\right] = 0.6092$$

$$\omega_2 = 2.3\left[\sqrt{1+\frac{3(2)}{6-1}}-1\right] = 1.11145$$

$$\omega_3 = 2.3\left[\sqrt{1+\frac{3(3)}{6-1}}-1\right] = 1.5486$$

$$\omega_4 = 2.3\left[\sqrt{1+\frac{3(4)}{6-1}}-1\right] = 1.9409$$

$$\omega_5 = 2.3\left[\sqrt{1+\frac{3(5)}{6-1}}-1\right] = 2.3000$$



รูปที่ 4.5 ผลตอบสนองทางเวลาประวิงที่เป็นด้านบวกในอุดมคติ

เมื่อพิจารณาสมการที่ (4.3) โดยใช้ order 6 จะได้

$$P_6(s) = (s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)(s^2+\omega_5^2) + s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2) \tag{4.15}$$

แล้วนำค่า $\omega_1 - \omega_5$ ที่ได้มาแทนค่าลงในสมการที่ (4.15) ได้ผลดังนี้

$$P_6(s) = (s^2 + 0.6092^2)(s^2 + 1.5486^2)(s^2 + 2.3^2) + s(s^2 + 1.11145^2)(s^2 + 1.9409^2)$$
$$P_6(s) = \left\{\left(s^4 + 1.5486^2 s^2 + 0.6092^2 s^2 + (0.6092^2)(1.5486^2)\right)(s^2 + 2.3^2)\right\}$$
$$+\left\{s\left(s^4 + 1.9410^2 s^2 + 1.11145^2 s^2 + (1.11145^2)(1.9409^2)\right)\right\}$$

$$P_6(s) = \begin{pmatrix} s^6 + 1.5486^2 s^4 + 0.6092^2 s^4 + (0.6092^2)(1.5486^2)s^2 + (2.3^2)s^4 \\ +(2.3^2)(1.5486^2)s^2 + (2.3^2)(0.6092^2)s^2 + (2.3^2)(0.6092^2)(1.5486^2) \\ +\left(s^5 + 1.9409^2 s^3 + 1.11145^2 s^3 + (1.11145^2)(1.9409^2)s\right) \end{pmatrix}$$

$$P_6(s) = (s^6 + 8.0592s^4 + 15.5395s^2 + 4.7081) + (s^5 + 5.0014s^3 + 4.6535s) \tag{4.16}$$

นำสมการที่ (4.16) ไปแทนค่าในสมการ (4.2) ได้ดังนี้

$$M(s) = s^6 + 8.0592s^4 + 15.5395s^2 + 4.7081 \tag{4.17}$$

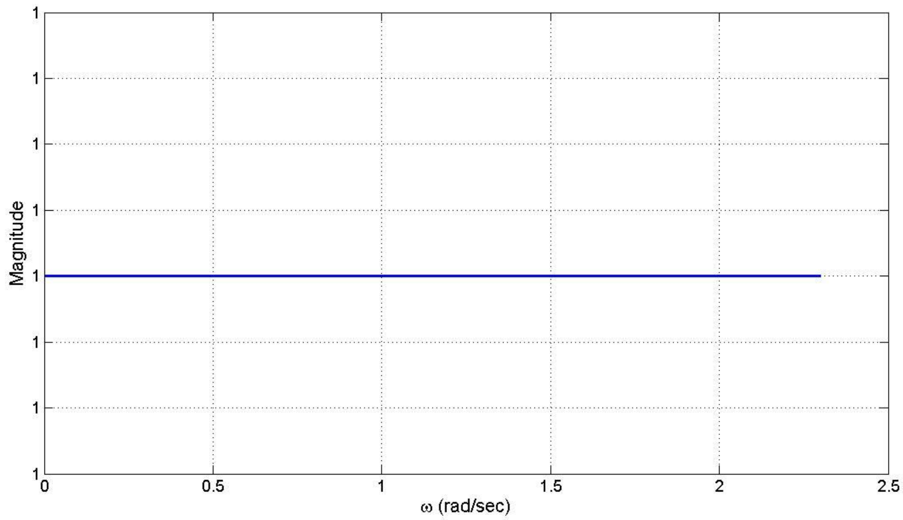
$$N(s) = s^5 + 5.0014s^3 + 4.6535s \tag{4.18}$$

นำสมการที่ (4.17) และสมการที่ (4.18) แทนลงในสมการ $H(s)$ จะได้

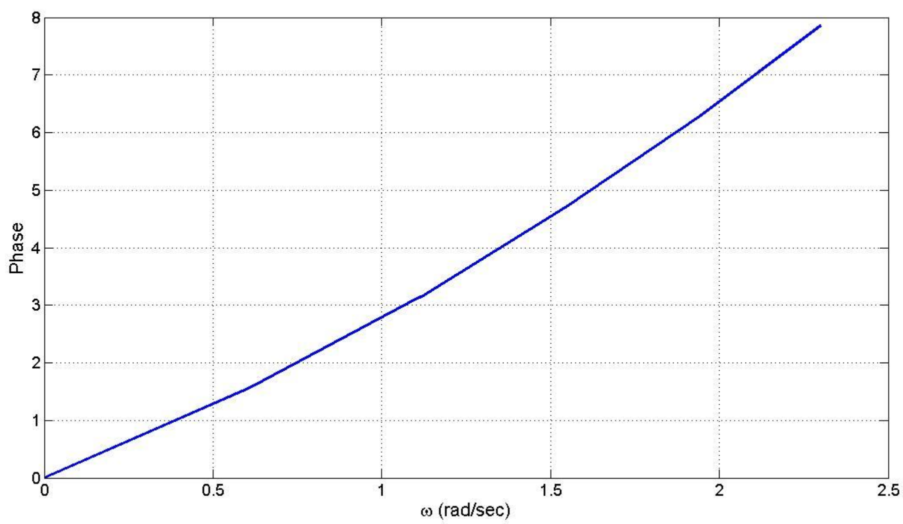
$$H(s) = \frac{(s^6 + 8.0592s^4 + 15.5395s^2 + 4.7081) - (s^5 + 5.0014s^3 + 4.6535s)}{(s^6 + 8.0592s^4 + 15.5395s^2 + 4.7081) + (s^5 + 5.0014s^3 + 4.6535s)} \tag{4.19}$$

$$H(s) = \frac{s^6 - s^5 + 8.0592s^4 - 5.0014s^3 + 15.5395s^2 - 4.6535s + 4.7081}{s^6 + s^5 + 8.0592s^4 + 5.0014s^3 + 15.5395s^2 + 4.6535s + 4.7081} \tag{4.20}$$

จากสมการที่ (4.20) นำสมการมาสร้างกราฟจะได้ผลดังรูปต่อไปนี้



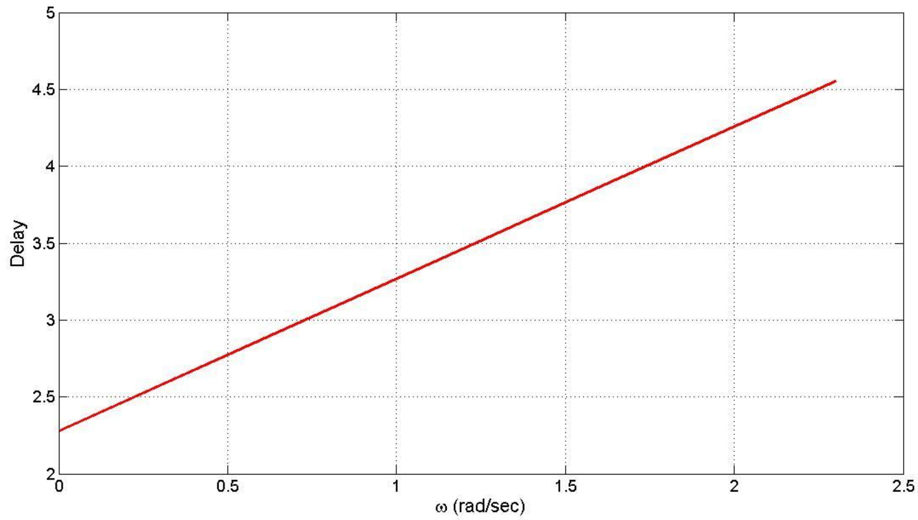
รูปที่ 4.6 ผลตอบสนองทางขนาดโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz



รูปที่ 4.7แสดงผลตอบสนองทางเฟสโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz

จากรูปที่ 4.6 แสดงผลตอบสนองทางขนาดโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz ที่คำนวณด้านความชันเป็นบวก จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางขนาดของกราฟโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz มีความราบเรียบ และรูปกราฟเป็นเส้นตรง

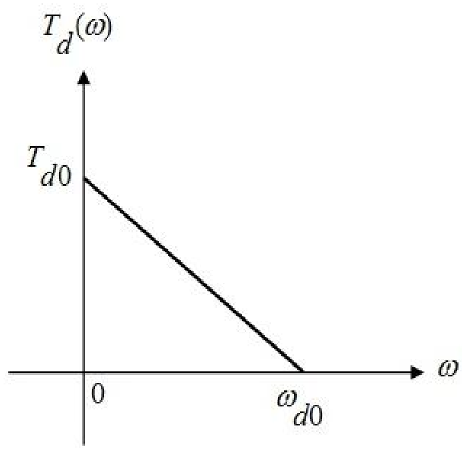
จากรูปที่ 4.7 แสดงผลตอบสนองทางเฟสโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz ที่คำนวณด้านความชันเป็นบวก จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางเฟสของกราฟที่ใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz ที่มีความชันเป็นบวก และมีลักษณะใกล้เคียงความเป็นเชิงเส้น



รูปที่ 4.8 ผลตอบสนองทางเวลาประวิงโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz

จากรูปที่ 4.8 แสดงผลตอบสนองทางเวลาประวิงโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz ที่คำนวณด้านความชันเป็นบวก จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางเวลาประวิงของกราฟที่ใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz ที่มีความเป็นเชิงเส้นโดยมีความชันเป็นบวก และเริ่มต้นที่ $T_{d0} = 2.2765$

เมื่อพิจารณาด้านความชันของกราฟเป็นลบ (Negative slope) จากแนวความคิดจะได้รูปกราฟแสดงผลตอบสนองทางเวลาประวิงในอุดมคติดังนี้



รูปที่ 4.9กราฟแสดงผลตอบสนองทางเวลาประวิงที่เป็นด้านลบในอุดมคติ

จากรูปที่ 4.9 สามารถนำมาเขียนเป็นสมการของผลตอบสนองทางเวลาประวิงได้ดังสมการที่ (4.21)

$$T_d(\omega) = \frac{T_{d0}}{\omega_{d0}}\omega - T_{d0} \tag{4.21}$$

เนื่องสมการที่ (4.21) นำสมการมาเปลี่ยนแปลงเป็นสมการเฟส แต่เนื่องจากสมการที่ (4.21) เป็นสมการคณิตศาสตร์จึงไม่สามารถนำมาออกแบบวงจรได้ จึงต้องนำทฤษฎีของ Hurwitzมาทำเป็นฟังก์ชันการถ่ายโอนเช่นเดียวกับแนวความคิดผลตอบสนองทางเวลาประวิงของกราฟในอุดมคติที่มีความชันเป็นบวก

จากสมการ (4.21) นำมาแปลงเป็นสมการเฟสได้ดังนี้

$$T_d(\omega) = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \tag{4.5}$$

$$-\phi(\omega) = \int T_d(\omega) d\omega \tag{4.6}$$

จะได้

$$-\phi(\omega) = \int \frac{T_{d0}}{\omega_{do}}\omega d\omega - \int T_{d0} d\omega \tag{4.22}$$

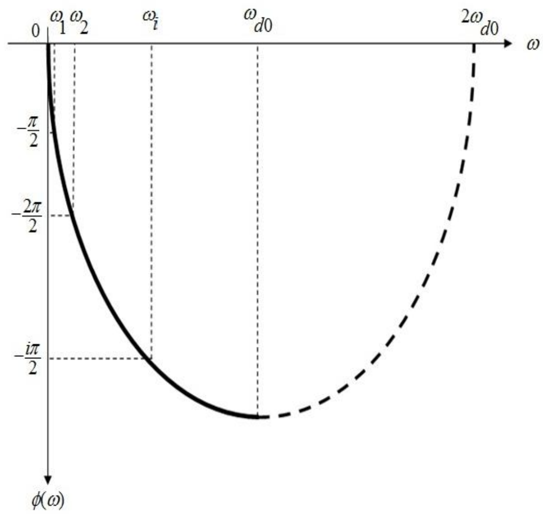
นำสมการเฟสที่ได้คือสมการที่ (4.22) ไปเทียบเท่ากับทฤษฎีของ J.Valand จะได้กราฟแสดงผลตอบสนองทางเฟสด้านลบดังรูปต่อไปนี้

จากรูปที่ 4.10 จะเห็นได้ว่าผลตอบสนองทางเฟสทุกค่ามีค่าติดลบ ดังนั้นเมื่อนำไปเปรียบเทียบกับสมการที่(4.22) จะได้

$$-\phi(\omega) = \int \frac{T_{d0}}{\omega_{do}}\omega d\omega - \int T_{d0} d\omega = -\frac{i\pi}{2} \tag{4.23}$$

$$-\phi(\omega) = \frac{T_{d0}}{2\omega_{do}}\omega^2 - T_{d0}\omega^2 = -\frac{i\pi}{2} \tag{4.24}$$

$$\frac{T_{d0}}{2\omega_{do}}\omega^2 - T_{d0}\omega^2 + \frac{i\pi}{2} = 0 \tag{4.25}$$



รูปที่ 4.10 ผลตอบสนองทางเฟสของทฤษฎีของ J. Valandที่เป็นด้านลบ

จากหลักการของการหาค่า x เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับสมการที่ (4.25) เพื่อหาค่า ω จะได้ว่า

$$\omega_i = \frac{-(-T_{d0}) \pm \sqrt{(-T_{d0})^2 - \frac{4T_{d0}}{2\omega_{d0}}\left(\frac{i\pi}{2}\right)}}{2\frac{T_{d0}}{2\omega_{d0}}} \tag{4.26}$$

เนื่องจากพิจารณาด้านความชันเป็นลบ

แทนค่า $\omega_{d0} = \frac{(n-1)\pi}{T_{d0}}$ จะได้

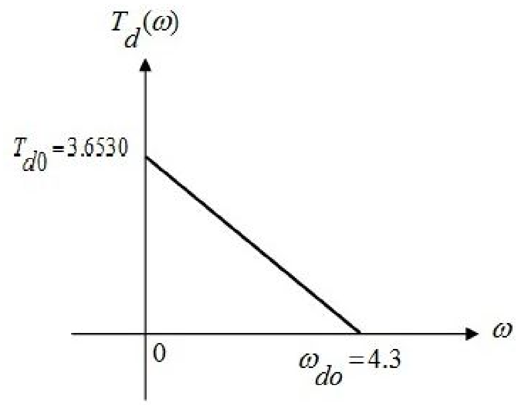
$$\omega_i = \frac{T_{d0} - \sqrt{T_{d0}^2 - T_{d0}(i\pi)\left(\frac{T_{d0}}{(n-1)\pi}\right)}}{T_{d0}} \times \omega_{d0} \tag{4.27}$$

$$\therefore \omega_i = \left(1-\sqrt{1-\frac{i}{(n-1)}}\right)\times \omega_{d0} \tag{4.28}$$

จากสมการที่(4.28) พิจารณาorder 6 เพื่อใช้ในการคำนวณในด้านความชันที่เป็นบวก (Positive slope) โดยกำหนดค่าของตัวแปรดังนี้ $n = 6$ $\omega_{d0} = 4.3$ และ $T_{d0}(\omega) = \frac{(n-1)\pi}{\omega_{d0}} = \frac{(6-1)\pi}{4.3}$

$\therefore T_{d0}(\omega) = 3.6530$

เมื่อนำมาพล็อตกราฟผลตอบสนองทางเฟสจะได้กราฟแสดงดังรูป



รูปที่ 4.11 ผลตอบสนองทางเวลาประวิงที่เป็นด้านลบในอุดมคติ

จากสมการที่ (4.28) นำมาพิจารณาหาค่า $\omega_0 - \omega_5$ เพื่อนำไปแทนในสมการฟังก์ชันการถ่ายโอน

จาก
$$\omega_i = \left(1-\sqrt{1-\frac{i}{(n-1)}}\right)\times \omega_{d0}$$

$$\omega_0 = \left(1-\sqrt{1-\frac{0}{(6-1)}}\right)\times 4.3 = 0$$

$$\omega_1 = \left(1-\sqrt{1-\frac{1}{(6-1)}}\right)\times 4.3 = 0.4539$$

$$\omega_2 = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2}{(6-1)}}\right) \times 4.3 = 0.9692$$

$$\omega_3 = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{3}{(6-1)}}\right) \times 4.3 = 0.1.5804$$

$$\omega_4 = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4}{(6-1)}}\right) \times 4.3 = 2.3769$$

$$\omega_5 = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{5}{(6-1)}}\right) \times 4.3 = 4.3$$

นำค่า $\omega_0 - \omega_5$ ที่ได้มาแทนค่าลงในสมการ(4.15) ได้ผลดังนี้

$$P_6(s) = (s^2 + 0.4539^2)(s^2 + 1.5804^2)(s^2 + 4.3^2) + s(s^2 + 0.9692^2)(s^2 + 2.3769^2)$$
$$P_6(s) = \left\{\left(s^4 + 0.4539^2 s^2 + 1.5804^2 s^2 + (0.4539^2)(1.5804^2)\right)(s^2 + 4.3^2)\right\}$$
$$+\left\{s\left(s^4 + 0.9692^2 s^2 + 2.3769^2 s^2 + (0.9692^2)(2.3769^2)\right)\right\}$$

$$P_6(s) = \begin{pmatrix} s^6 + 0.4539^2 s^4 + 1.5804^2 s^4 + (1.5804^2)(0.4539^2)s^2 + (4.3^2)s^4 \\ +(4.3^2)(0.4539^2)s^2 + (4.3^2)(1.5804^2)s^2 + (4.3^2)(1.5804^2)(0.4539^2) \\ +\left(s^5 + 0.9692^2 s^3 + 2.3769^2 s^3 + (0.9692^2)(2.3769^2)s\right) \end{pmatrix}$$

$$P_n(s) = (s^6 + 21.1937s^4 + 50.5058s^2 + 9.5146) + (s^5 + 6.5890s^3 + 5.3070s) \tag{4.29}$$

นำสมการที่ (4.29) ไปแทนค่าในสมการที่ (4.2) ได้ดังนี้

$$M(s) = s^6 + 21.1937s^4 + 50.5058s^2 + 9.5146 \tag{4.30}$$

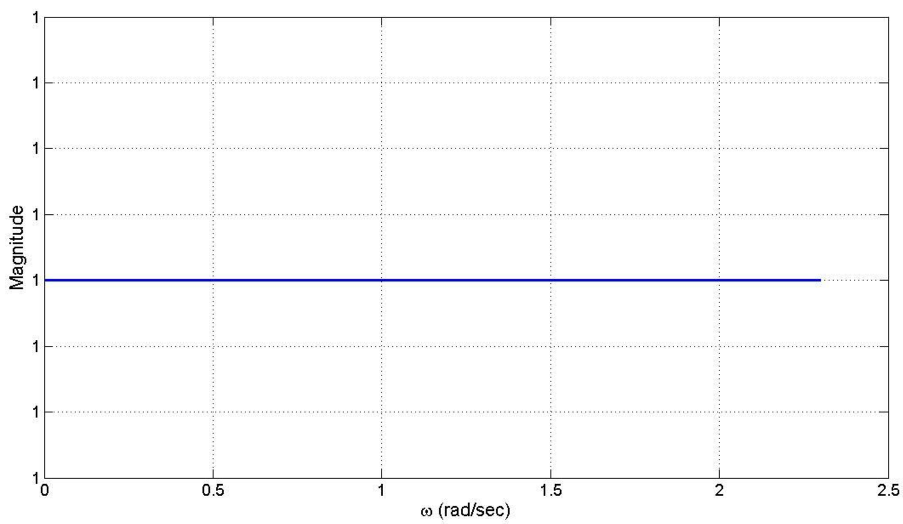
$$N(s) = (s^5 + 6.5890s^3 + 5.3070s) \tag{4.31}$$

นำสมการที่ (4.30) และ (4.31) แทนลงในสมการ $H(s)$ จะได้

$$H(s)=\frac{(s^6+21.1937s^4+50.5058s^2+9.5146)-(s^5+6.5890s^3+5.3070s)}{(s^6+21.1937s^4+50.5058s^2+9.5146)+(s^5+6.5890s^3+5.3070s)} \tag{4.32}$$

$$H(s)=\frac{s^6-s^5+21.1937s^4-6.5890s^3+50.5058s^2-5.3070s+9.5146}{s^6+s^5+21.1937s^4+6.5890s^3+50.5058s^2+5.3070s+9.5146} \tag{4.33}$$

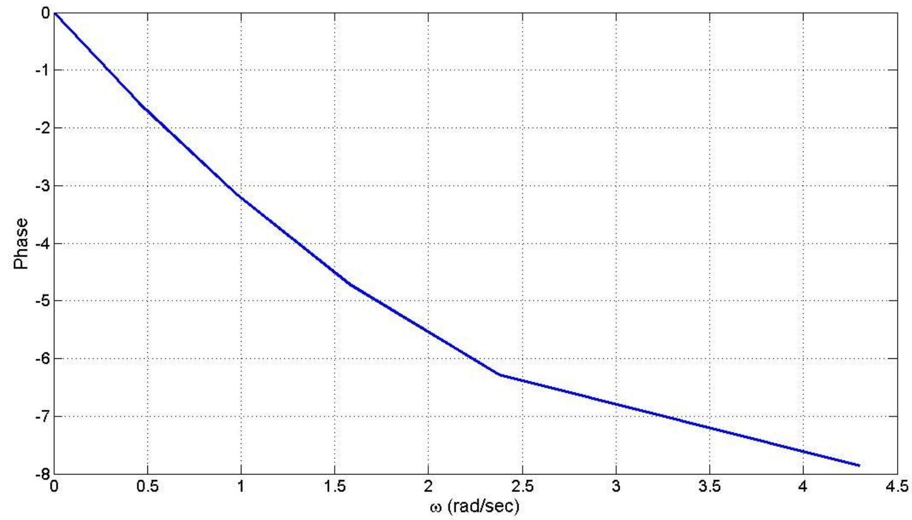
จากสมการที่ (4.33) เมื่อนำสมการมาสร้างกราฟจะได้ผลดังรูปต่อไปนี้



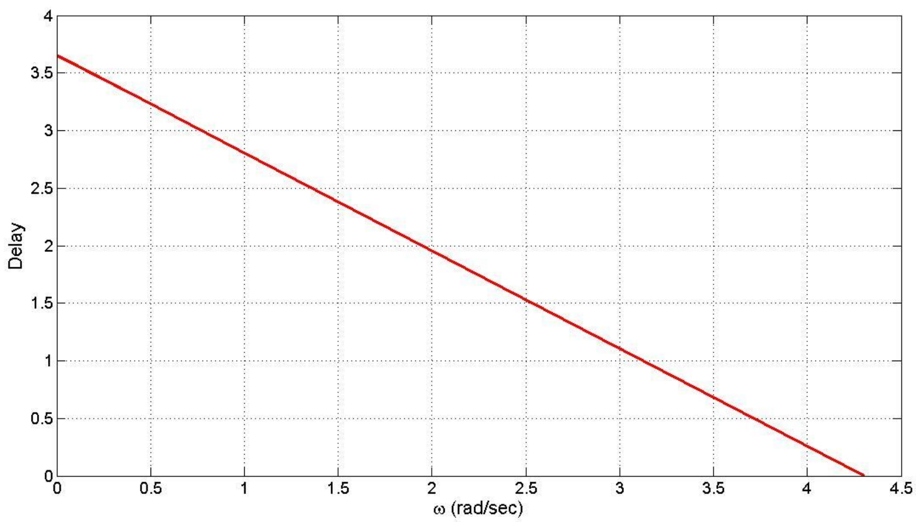
รูปที่ 4.12 ผลตอบสนองทางขนาดโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz

จากรูปที่ 4.12 แสดงผลตอบสนองทางขนาดโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz ที่คำนวณด้านความชันเป็นลบ จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางขนาดของกราฟโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz ได้กราฟเป็นเส้นตรง แสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะทางขนาดมีความราบเรียบ

จากรูปที่ 4.13 แสดงผลตอบสนองทางเฟสโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz ที่คำนวณด้านความชันเป็นลบ จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางเฟสของกราฟโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz มีความชันเป็นลบ และมีลักษณะใกล้เคียงความเป็นเชิงเส้น



รูปที่ 4.13แสดงผลตอบสนองทางเฟสโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz



รูปที่ 4.14แสดงผลตอบสนองทางเวลาประวิงโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz

จากรูปที่ 4.14 แสดงผลตอบสนองทางเวลาประวิงโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz ที่คำนวณด้านความชันเป็นลบ จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางเวลาประวิงของกราฟที่ใช้สมการโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz ที่มีความเป็นเชิงเส้นและเริ่มต้นที่ $T_{d0} = 3.6530$

<u>แนวคิดที่ 2</u> การพิจารณาค่า k ในสมการโพลีโนเมียลของ Hurwitz อันดับที่ n ดังสมการที่ (4.34)

$$P_n(s) = M(s) + kN(s) \tag{4.34}$$

เมื่อ $M(s)$ เป็นสมการกำลังคู่ (Even part)

$N(s)$ เป็นสมการกำลังคี่ (Odd part)

k เป็นค่าคงที่ (Constant)

ในการพิจารณาค่า k จะเริ่มจากการกำหนดสมการฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ที่ให้ผลตอบสนองทางดีเลย์เป็นค่าคงที่ (Constant time delay) ดังสมการที่ (4.35)

$$F(s) = H_0 e^{-sT} = \frac{K_0}{\sinh sT + \cosh sT} \tag{4.35}$$

จากแนวคิดของ Storch [1] ทำการกระจายอนุกรมของ $\sinh sT$ และ $\cosh sT$ ได้ดังนี้

$$\sinh sT = sT + (sT)^3/3! + (sT)^5/5! + (sT)^7/7! + \ldots \tag{4.36}$$

$$\cosh sT = 1 + (sT)^2/2! + (sT)^4/5! + (sT)^6/6! + \ldots \tag{4.37}$$

กำหนดให้ $sT = 0, \pm j\pi, \pm 2j\pi, \ldots$ สำหรับสมการที่ (4.36) และ $sT = \pm j\pi/2, \pm 3j\pi/2, \ldots$ สำหรับสมการที่ (4.37) และนอร์แมลไลซ์ $T = 1$ นำค่าดังกล่าวแทนลงในสมการ (4.36) และสมการที่ (4.37) ตามลำดับ ได้เป็น

$$\sinh s = k_1 s(s^2 + \pi^2)(s^2 + 4\pi^2)(s^2 + 9\pi^2)(s^2 + 16\pi^2)\ldots \tag{4.38}$$

$$\cosh s = k_2 (s^2 + \frac{\pi^2}{4})(s^2 + \frac{9\pi^2}{4})(s^2 + \frac{25\pi^2}{4})(s^2 + \frac{49\pi^2}{4})\ldots \tag{4.39}$$

เมื่อ $k = \frac{k_1}{k_2}$ ค่าคงที่ k นี้จะมีผลกระทบอย่างมากกับผลตอบสนองทางเฟส หรือมุมเฟส (Phase angle) การหาค่ามุมเฟสสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (4.40) เมื่อกำหนดให้ $k = 1$ และ สมการที่ (4.41) เมื่อต้องการปรับเปลี่ยนค่าคงที่ k

$$\phi_1 = \tan^{-1} \frac{N(\omega)}{M(\omega)} \tag{4.40}$$

$$\phi_2 = \tan^{-1} k \frac{N(\omega)}{M(\omega)} \tag{4.41}$$

จากสมการที่ (4.41) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\phi_2 = \tan^{-1}(k \tan\phi_1) \tag{4.42}$$

ในที่นี้จะสมมติสมการฟังก์ชันถ่ายโอนที่ให้ผลตอบสนองทางดีเลย์เป็นค่าคงที่ (Constant time delay) อันดับที่ 4 5 6 และ 7 ดังสมการที่ (4.43) ถึงสมการที่ (4.46) เมื่อค่าคงที่ $k = 1$

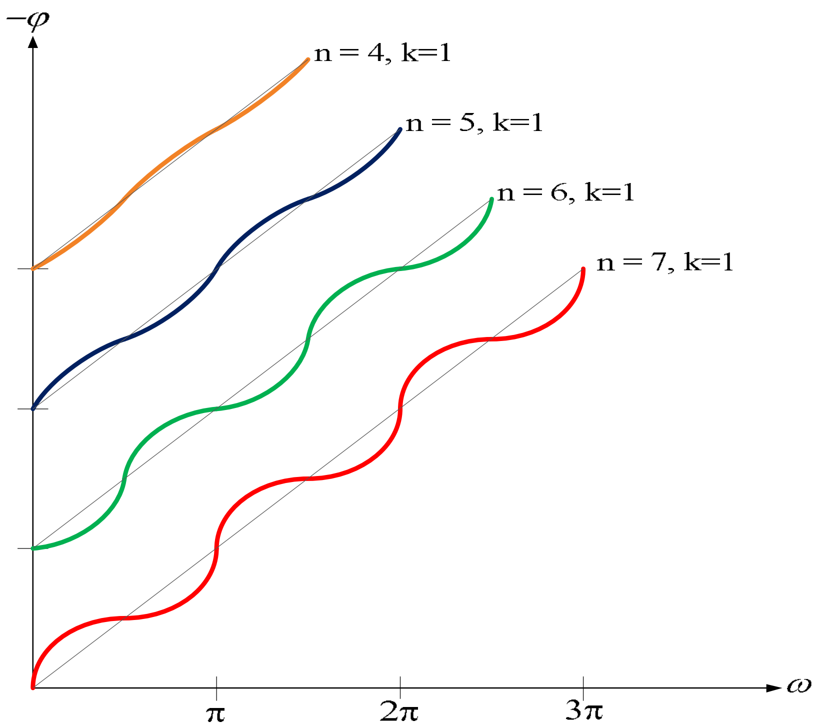
$$F(s) = \frac{K_0}{s(s^2+\pi^2)+(s^2+\frac{\pi^2}{4})(s^2+\frac{9\pi^2}{4})} = \frac{K_0}{s^4+s^3+24.675s^2+9.870s+54.793} \tag{4.43}$$

$$\begin{aligned} F(s) &= \frac{K_0}{s(s^2+\pi^2)(s^2+4\pi^2)+(s^2+\frac{\pi^2}{4})(s^2+\frac{9\pi^2}{4})} \\ &= \frac{K_0}{s^5+s^4+49.350s^3+24.675s^2+389.640s+54.790} \end{aligned} \tag{4.44}$$

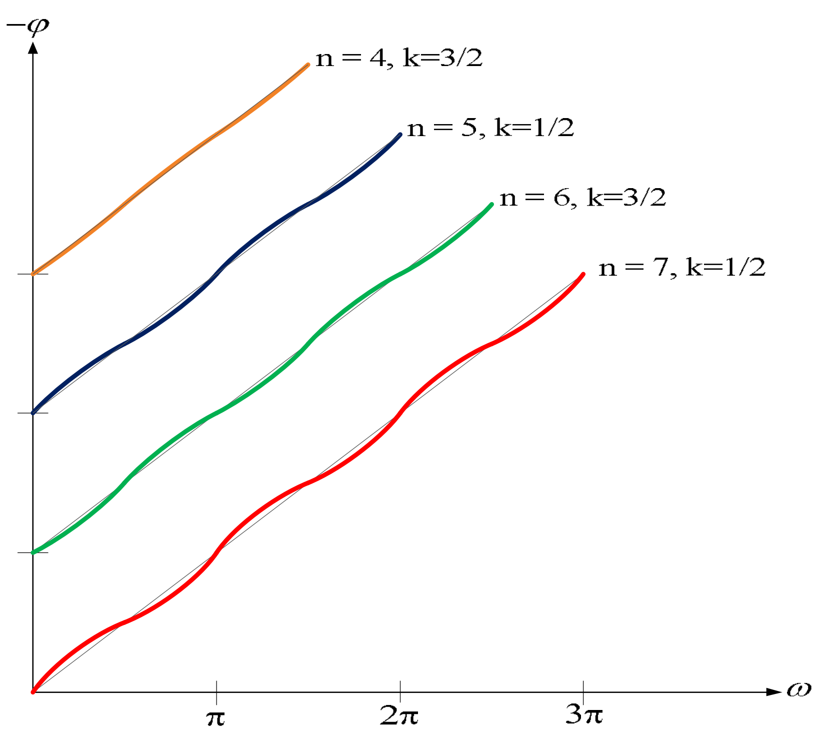
$$\begin{aligned} F(s) &= \frac{K_0}{s(s^2+\pi^2)(s^2+4\pi^2)+(s^2+\frac{\pi^2}{4})(s^2+\frac{9\pi^2}{4})(s^2+\frac{16\pi^2}{4})} \\ &= \frac{K_0}{s^6+s^5+64.155s^4+49.355s^3+1028.893s^2+389.640s+2163.127} \end{aligned} \tag{4.45}$$

$$\begin{aligned} F(s) &= \frac{K_0}{s(s^2+\pi^2)(s^2+4\pi^2)(s^2+9\pi^2)+(s^2+\frac{\pi^2}{4})(s^2+\frac{9\pi^2}{4})(s^2+\frac{16\pi^2}{4})} \\ &= \frac{K_0}{s^7+s^6+9.870s^5+64.155s^4+4773.090s^3+1028.893s^2+334610.04s+2163.127} \end{aligned} \tag{4.46}$$

นำสมการที่ (4.33) ถึงสมการที่ (4.46) มาพล็อตกราฟเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสได้ดังรูป



รูปที่ 4.15 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสของสมการฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับที่ 4 5 6 และ 7 เมื่อ $k = 1$



รูปที่ 4.16 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสของสมการฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับที่ 4 5 6 และ 7 เมื่อปรับเปลี่ยนค่าคงที่ k

จากรูปที่ 4.15 แสดงการเปรียบเทียบผลผลตอบสนองทางเฟสของสมการฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับที่ 4 5 6 และ 7 เมื่อ $k = 1$ จะเห็นว่าเฟสมีการแกว่งตลอดช่วงความถี่ และมีการแกว่งมากเมื่อจำนวนอันดับของสมการฟังก์ชันถ่ายโอนมากขึ้น ดังนั้นถ้าทำการปรับค่าคงที่ k โดยในที่นี้สมมติให้ค่าคงที่ k มีค่าเท่ากับ 3/2 1/2 3/2 และ 1/2 สำหรับอันดับที่ 4 5 6 และ 7 ตามลำดับ จะได้กราฟผลตอบสนองทางเฟสดังรูปที่ 4.16

จากรูปที่ 4.16 แสดงการเปรียบเทียบผลผลตอบสนองทางเฟสของสมการฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับที่ 4 5 6 และ 7 เมื่อทำการปรับเปลี่ยนค่าคงที่ k เป็น 3/2 1/2 3/2 และ 1/2 ตามลำดับ จะเห็นว่าเฟสมีการแกว่งที่น้อยลงอย่างมาก

ได้ว่า ค่าคงที่ k ที่เพิ่มเข้ามาในสมการโพลีโนเมียลของ Hurwitz นั้น สามารถทำให้ผลตอบสนองทางเฟสมีการแกว่งลดลงอย่างเห็นได้ชัด ดังนั้นถ้าเลือกค่าคงที่ k ที่มีความเหมาะแล้วจะสามารถทำให้ได้ผลตอบสนองทางเฟสใกล้เคียงเส้นตรงมาก ซึ่งต่อไปจะเป็นการแสดงวิธีการหาค่าคงที่ k ที่เหมาะสม เพื่อนำมาใช้ในการออกแบบสมการของวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิง

จากสมการที่ (4.14)สามารถทำการคำนวณหาค่า k ได้ดังนี้

$$k_i = \frac{N(\omega)}{\frac{dM(\omega)}{d\omega}} T_{d0} \sqrt{1 + \frac{3i}{n-1}} \tag{4.47}$$

เมื่อ $i = 0$ จะได้

$$\therefore k_0 = 0$$

เมื่อ $i = 1$ จะได้

$$k_1 = \frac{s^5 + 5.0024s^3 + 4.6535s}{6s^5 + 32.2368s^3 + 31.097s} \times 2.2765\sqrt{1 + \frac{3}{5}}$$
$$\therefore k_1 = \frac{1}{6} \times 2.2765 \times 1.2649 = 0.4799$$

ดังนั้น

$$\therefore P_1(s) = s^6 + 0.4799s^5 + 8.0593s^4 + 2.4006s^3 + 15.5396s^2 + 2.3330s + 4.7801 \tag{4.48}$$

เมื่อ $i = 2$ จะได้

$$\therefore k_2 = \frac{1}{6} \times 2.2765 \times 1.4832 = 0.5627$$

$$\therefore P_2(s) = s^6 + 0.5627s^5 + 8.0593s^4 + 2.8148s^3 + 15.5396s^2 + 2.6183s + 4.7801 \quad (4.49)$$

เมื่อ $i = 3$ จะได้

$$\therefore k_3 = \frac{1}{6} \times 2.2765 \times 1.6733 = 0.6348$$

$$\therefore P_3(s) = s^6 + 0.6348s^5 + 8.0593s^4 + 3.1755s^3 + 15.5396s^2 + 2.9538s + 4.7801 \quad (4.50)$$

เมื่อ $i = 4$ จะได้

$$\therefore k_4 = \frac{1}{6} \times 2.2765 \times 1.8439 = 0.6996$$

$$\therefore P_4(s) = s^6 + 0.6996s^5 + 8.0593s^4 + 3.4996s^3 + 15.5396s^2 + 3.2553s + 4.7801 \quad (4.51)$$

เมื่อ $i = 5$ จะได้

$$\therefore k_5 = \frac{1}{6} \times 2.2765 \times 2 = 0.7588$$

$$\therefore P_5(s) = s^6 + 0.7588s^5 + 8.0593s^4 + 3.7957s^3 + 15.5396s^2 + 3.5308s + 4.7801 \quad (4.52)$$

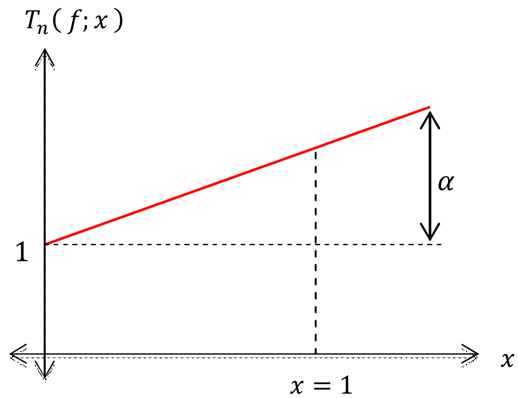
4.4 การออกแบบวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิงโดยใช้โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์

การใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์มาใช้ในการออกแบบวงจรปรับเท่าทางเวลาประวิงเพื่อแก้ไขความผิดเพี้ยนทางเวลาประวิงของสัญญาณวิดีโอ จากแนวความคิดจะได้สมการฟังก์ชันการถ่ายโอนที่เป็นผลตอบสนองทางเวลาประวิงด้านความชันของกราฟเป็นบวกดังนี้

จากรูปที่ 4.17 สามารถนำมาเขียนสมการได้ดังนี้

$$1 + \alpha x \quad (4.53)$$

จากสมการที่ (4.53) เป็นสมการคณิตศาสตร์ที่ไม่สามารถนำมาออกแบบวงจรได้ ดังนั้นจึงต้องใช้ Bernstein Polynomial เพื่อให้สมการฟังก์ชันการถ่ายโอนเป็น Rational Function สำหรับใช้ในการออกแบบวงจรซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้



รูปที่ 4.17 สมการฟังก์ชันการถ่ายโอนในอุดมคติทางด้านบวก

$$T_n(f;x) = \frac{1}{B_n(f;x)} = 1 + \alpha x \tag{4.54}$$

และจากสมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์

$$B_n(f;x) = \sum_{i=0}^{n} f\left(\frac{i}{n}\right)\binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} \tag{4.55}$$

นำสมการที่ (4.55) มาแทนค่าลงในสมการที่ (4.54) จะได้

$$T_n(f;x) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{n} f\left(\frac{i}{n}\right)\binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i}} = 1 + \alpha x$$

แทนสมการที่ได้จากรูปกราฟไปในฟังก์ชันของ Bernstein Polynomial

$$\therefore T_n(f;x) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{n}(1+\alpha x)^{-1}\binom{n}{i}x^i(1-x)^{n-i}} \tag{4.56}$$

คำนวณหาตัวส่วนของสมการที่ (4.56) ได้ดังนี้

จากสมการตัวส่วน $\sum_{i=0}^{n}\left(1+\alpha x\right)^{-1}\binom{n}{i}x^i(1-x)^{n-i}$

แทนค่า $x = \dfrac{\Omega^2}{1+\Omega^2}$

และ $\alpha = 0.12$

$$\sum_{i=0}^{n}\left(1+\alpha x\right)^{-1}\binom{n}{i}x^i(1-x)^{n-i} = \sum_{i=0}^{n}\left(1+(0.12)\left(\frac{\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)\right)^{-1}\binom{n}{i}\left(\frac{\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^i\left(1-\frac{\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^{n-i}$$

$$= \sum_{i=0}^{n}\left(1+(0.12)\left(\frac{\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)\right)^{-1}\binom{n}{i}\left(\frac{\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^i\left(\frac{1}{1+\Omega^2}\right)^n(1+\Omega^2)^i$$

$$= \sum_{i=0}^{n}\left(1+(0.12)\left(\frac{\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)\right)^{-1}\binom{n}{i}\left(\frac{(\Omega^2)^i}{(1+\Omega^2)^n}\right)$$

$$= \sum_{i=0}^{n}\left(\frac{1+\Omega^2+0.12\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^{-1}\binom{n}{i}\left(\frac{(\Omega^2)^i}{(1+\Omega^2)^n}\right)$$

$$\therefore \sum_{i=0}^{n}\left(1+\alpha x\right)^{-1}\binom{n}{i}x^i(1-x)^{n-i} = \sum_{i=0}^{n}\left(\frac{1+1.12\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^{-1}\binom{n}{i}\left(\frac{(\Omega^2)^i}{(1+\Omega^2)^n}\right) \tag{4.57}$$

พิจารณาการใช้สมการ order 4 ในการคำนวณ

กำหนดให้ $i = 0, n = 4$

$$B_4(f;x)=\left(\frac{1+1.12\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^{-1}\left(\frac{4!}{4!0!}\right)\left(\frac{(\Omega^2)^0}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+1.12\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^{-1}(1)\left(\frac{1}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+1.12\Omega^2}\right)\left(\frac{1}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{1+1.12\Omega^2}\right)\left(\frac{1}{(1+\Omega^2)^3}\right)$$

เมื่อ $i=1,n=4$

$$B_4(f;x)=\left(\frac{1+1.12\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^{-1}\left(\frac{4!}{3!1!}\right)\left(\frac{(\Omega^2)^1}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+1.12\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^{-1}(4)\left(\frac{\Omega^2}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+1.12\Omega^2}\right)\left(\frac{4\Omega^2}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{1+1.12\Omega^2}\right)\left(\frac{4\Omega^2}{(1+\Omega^2)^3}\right)$$

เมื่อ $i=2,n=4$

$$B_4(f;x)=\left(\frac{1+1.12\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^{-1}\left(\frac{4!}{2!2!}\right)\left(\frac{(\Omega^2)^2}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+1.12\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^{-1}(6)\left(\frac{\Omega^4}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$= \left(\frac{1+\Omega^2}{1+1.12\Omega^2} \right) \left(\frac{6\Omega^4}{(1+\Omega^2)^4} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{1+1.12\Omega^2} \right) \left(\frac{6\Omega^4}{(1+\Omega^2)^3} \right)$$

เมื่อ $i = 3, n = 4$

$$B_4(f;x) = \left(\frac{1+1.12\Omega^2}{1+\Omega^2} \right)^{-1} \left(\frac{4!}{1!3!} \right) \left(\frac{(\Omega^2)^3}{(1+\Omega^2)^4} \right)$$

$$= \left(\frac{1+1.12\Omega^2}{1+\Omega^2} \right)^{-1} (4) \left(\frac{\Omega^6}{(1+\Omega^2)^4} \right)$$

$$= \left(\frac{1+\Omega^2}{1+1.12\Omega^2} \right) \left(\frac{4\Omega^6}{(1+\Omega^2)^4} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{1+1.12\Omega^2} \right) \left(\frac{4\Omega^6}{(1+\Omega^2)^3} \right)$$

เมื่อ $i = 4, n = 4$

$$B_4(f;x) = \left(\frac{1+1.12\Omega^2}{1+\Omega^2} \right)^{-1} \left(\frac{4!}{0!4!} \right) \left(\frac{(\Omega^2)^4}{(1+\Omega^2)^4} \right)$$

$$= \left(\frac{1+1.12\Omega^2}{1+\Omega^2} \right)^{-1} (1) \left(\frac{\Omega^6}{(1+\Omega^2)^4} \right)$$

$$= \left(\frac{1+\Omega^2}{1+1.12\Omega^2} \right) \left(\frac{\Omega^8}{(1+\Omega^2)^4} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{1+1.12\Omega^2} \right) \left(\frac{\Omega^8}{(1+\Omega^2)^3} \right)$$

จากสมการที่ (4.57) นำแต่ละค่ามารวมกัน

$$B_4(f;x) = \left(\frac{1}{1+1.12\Omega^2} \times \frac{1}{(1+\Omega^2)^3} \right)(1+4\Omega^2+6\Omega^4+4\Omega^6+\Omega^8)$$

$$= \left(\frac{1}{1+1.12\Omega^2} \times \frac{1}{(1+3\Omega^2+3\Omega^4+\Omega^6)} \right)(1+4\Omega^2+6\Omega^4+4\Omega^6+\Omega^8)$$

$$= \left(\frac{1}{1.12\Omega^8+4.36\Omega^6+6.36\Omega^4+4.12\Omega^2+1} \right)(1+4\Omega^2+6\Omega^4+4\Omega^6+\Omega^8)$$

$$\therefore B_4(f;x) = \left(\frac{\Omega^8+4\Omega^6+6\Omega^4+4\Omega^2+1}{1.12\Omega^8+4.36\Omega^6+6.36\Omega^4+4.12\Omega^2+1} \right) \tag{4.58}$$

$$T_4(\Omega^2) = \frac{1}{B_4(f;x)} = \frac{1}{\left(\frac{\Omega^8+4\Omega^6+6\Omega^4+4\Omega^2+1}{1.12\Omega^8+4.36\Omega^6+6.36\Omega^4+4.12\Omega^2+1} \right)}$$

$$\therefore T_4(\Omega^2) = \frac{1.12\Omega^8+4.36\Omega^6+6.36\Omega^4+4.12\Omega^2+1}{\Omega^8+4\Omega^6+6\Omega^4+4\Omega^2+1} \tag{4.59}$$

จะได้สมการฟังก์ชันการถ่ายโอนของผลตอบสนองทางเวลาประวิงดังนี้

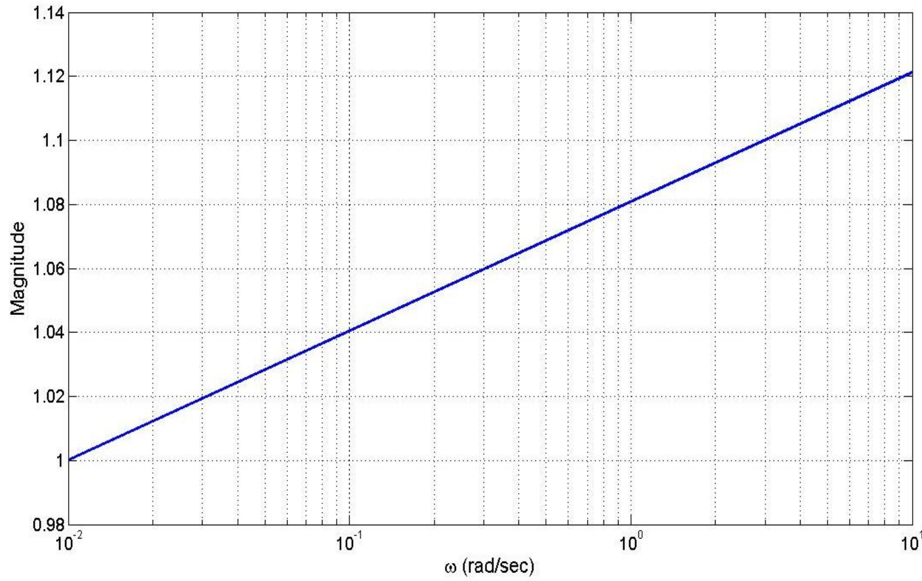
$$\therefore T_4(s) = \frac{1.12s^4+4.36s^3+6.36s^2+4.12s+1}{s^4+4s^3+6s^2+4s+1} \tag{4.60}$$

จากนั้นนำสมการที่ (4.60) มาพล็อตกราฟได้ดังนี้

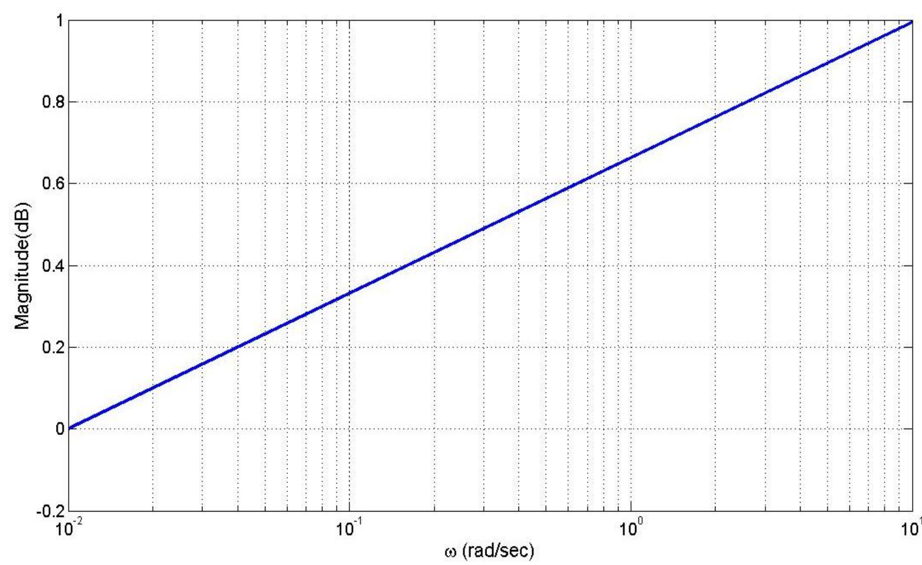
จากรูปที่ 4.18 แสดงผลตอบสนองทางขนาดโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ที่คำนวณด้านความชันเป็นบวก จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางขนาดของกราฟโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ มีความเป็นเชิงเส้นและมีความชันเป็นบวกที่เพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องจากจุดเริ่มต้นที่ y =1

จากรูปที่ 4.19 แสดงผลตอบสนองทางขนาด (หน่วยเดซิเบล: dB) โดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ที่คำนวณด้านความชันเป็นบวก จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางขนาดของกราฟโดยใช้สมการ

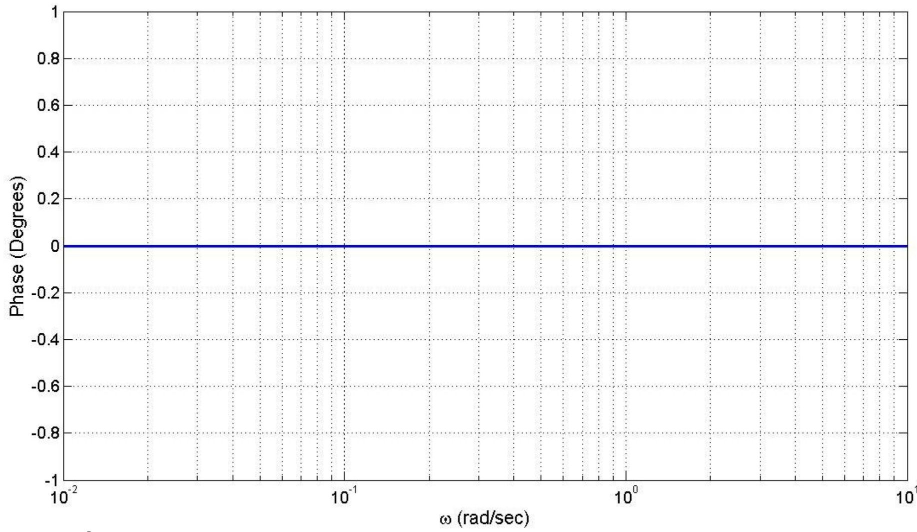
โพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ มีความเป็นเชิงเส้นและมีความชันเป็นบวกที่เพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องจากจุดเริ่มต้นที่ y =0



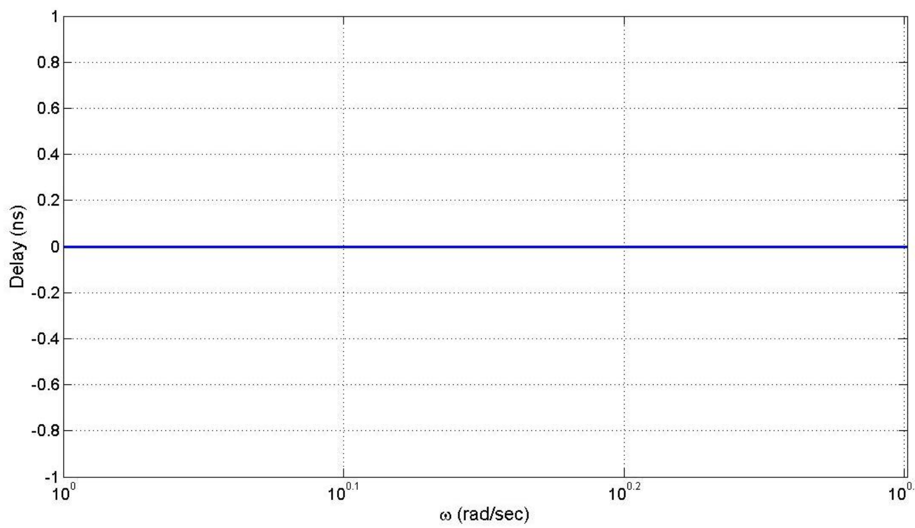
รูปที่ 4.18 ผลตอบสนองทางขนาดโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์



รูปที่ 4.19 ผลตอบสนองทางขนาด (หน่วยเดซิเบล: dB) โดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์



รูปที่ 4.20 ผลตอบสนองทางเฟสโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์



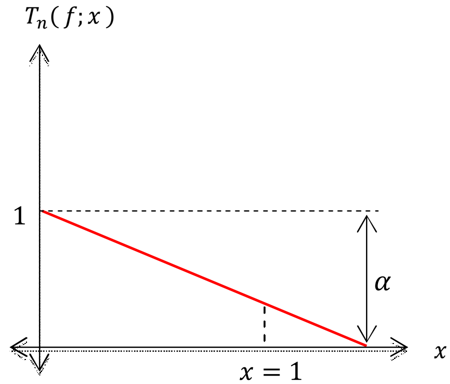
รูปที่ 4.21 ผลตอบสนองทางเวลาประวิงโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์

จากรูปที่ 4.20 แสดงผลตอบสนองทางเฟสโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ที่คำนวณด้านความชันเป็นบวก จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางเฟสของกราฟโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ ได้ค่าที่เป็นเส้นตรงซึ่งตรงกับคุณสมบัติที่เป็นกราฟรูปเฟสมีการเปลี่ยนแปลงที่น้อยมาก (Minimum phase)เนื่องจากสัมประสิทธิ์ทั้งเศษและส่วนหน้าเลขยกกำลังที่เท่ากันมีความใกล้เคียงกัน

จากรูปที่ 4.21 แสดงผลตอบสนองทางเวลาประวิงโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ที่คำนวณด้านความชันเป็นบวก จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางเวลาประวิงของกราฟที่ใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์เป็นเส้นตรง ดังนั้นค่าดีเลย์ที่ได้จะเป็นค่าๆเดียวที่เป็นค่าคงที่ คือมีค่าเท่ากับ 0

เมื่อพิจารณาด้านความชันของกราฟเป็นลบ (Negative slope)

จากแนวความคิดจะได้รูปกราฟแสดงสมการฟังก์ชันการถ่ายโอนที่เป็นผลตอบสนองทางเวลาประวิงในอุดมคติดังนี้



รูปที่ 4.22 สมการฟังก์ชันการถ่ายโอนในอุดมคติทางด้านลบ

จากรูปที่ (4.22) สามารถนำมาเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$1-\alpha x \tag{4.61}$$

จากสมการที่ (4.61) เป็นสมการคณิตศาสตร์ที่ไม่สามารถนำมาออกแบบวงจรได้ ดังนั้นจึงต้องใช้ Bernstein Polynomial เพื่อให้สมการฟังก์ชันการถ่ายโอนเป็น Rational Function สำหรับใช้ในการออกแบบวงจรซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$T_n(f;x)=\frac{1}{B_n(f;x)}=1-\alpha x \tag{4.62}$$

และจากสมการที่ (4.55) แทนค่าลงในสมการที่ (4.62) จะได้ว่า

$$T_n(f;x)=\frac{1}{\sum_{i=0}^{n} f\left(\frac{i}{n}\right)\binom{n}{i} x^i(1-x)^{n-i}}=1-\alpha x$$

แทนสมการที่ได้จากรูปกราฟไปในฟังก์ชันของ Bernstein Polynomial

$$\therefore T_n(f;x) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{n}(1-\alpha x)^{-1}\binom{n}{i}x^i(1-x)^{n-i}} \tag{4.63}$$

คำนวณตัวส่วนจากสมการที่ (4.63) ได้ดังนี้

จากสมการตัวส่วน $\sum_{i=0}^{n}\left(1-\alpha x\right)^{-1}\binom{n}{i}x^i(1-x)^{n-i}$

แทนค่า $x = \dfrac{\Omega^2}{1+\Omega^2}$

และ $\alpha = 0.12$

$$\sum_{i=0}^{n}\left(1-\alpha x\right)^{-1}\binom{n}{i}x^i(1-x)^{n-i} = \sum_{i=0}^{n}\left(1-(0.12)\left(\frac{\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)\right)^{-1}\binom{n}{i}\left(\frac{\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^i\left(1-\frac{\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^{n-i}$$

$$= \sum_{i=0}^{n}\left(1-(0.12)\left(\frac{\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)\right)^{-1}\binom{n}{i}\left(\frac{\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^i\left(\frac{1}{1+\Omega^2}\right)^n(1+\Omega^2)^i$$

$$= \sum_{i=0}^{n}\left(1-(0.12)\left(\frac{\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)\right)^{-1}\binom{n}{i}\left(\frac{(\Omega^2)^i}{(1+\Omega^2)^n}\right)$$

$$= \sum_{i=0}^{n}\left(\frac{1+\Omega^2-0.12\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^{-1}\binom{n}{i}\left(\frac{(\Omega^2)^i}{(1+\Omega^2)^n}\right)$$

$$= \sum_{i=0}^{n}\left(\frac{1+0.88\Omega^2}{1+\Omega^2}\right)^{-1}\binom{n}{i}\left(\frac{(\Omega^2)^i}{(1+\Omega^2)^n}\right)$$

$$= \sum_{i=0}^{n}\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)\binom{n}{i}\left(\frac{(\Omega^2)^i}{(1+\Omega^2)^n}\right)$$

$$\therefore \sum_{i=0}^{n}\left(1-\alpha x\right)^{-1}\binom{n}{i}x^i(1-x)^{n-i} = \sum_{i=0}^{n}\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)\binom{n}{i}\left(\frac{(\Omega^2)^i}{(1+\Omega^2)^n}\right) \tag{4.64}$$

พิจารณาการใช้สมการ order 4 ในการคำนวณ

กำหนดให้ $i=0, n=4$

$$B_4(f;x)=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{4!}{4!0!}\right)\left(\frac{(\Omega^2)^0}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)(1)\left(\frac{1}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{1}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{1}{(1+\Omega^2)^3}\right)$$

เมื่อ $i=1, n=4$

$$B_4(f;x)=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{4!}{3!1!}\right)\left(\frac{(\Omega^2)^1}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)(4)\left(\frac{\Omega^2}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{4\Omega^2}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{4\Omega^2}{(1+\Omega^2)^3}\right)$$

เมื่อ $i=2, n=4$

$$B_4(f;x)=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{4!}{2!2!}\right)\left(\frac{(\Omega^2)^2}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)(6)\left(\frac{\Omega^4}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{6\Omega^4}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{6\Omega^4}{(1+\Omega^2)^3}\right)$$

เมื่อ $i=3,n=4$

$$B_4(f;x)=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{4!}{1!3!}\right)\left(\frac{(\Omega^2)^3}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)(4)\left(\frac{\Omega^6}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{4\Omega^6}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{4\Omega^6}{(1+\Omega^2)^3}\right)$$

เมื่อ $i=4,n=4$

$$B_4(f;x)=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{4!}{0!4!}\right)\left(\frac{(\Omega^2)^4}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)(1)\left(\frac{\Omega^6}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1+\Omega^2}{1+0.88\Omega^2}\right)\left(\frac{\Omega^8}{(1+\Omega^2)^4}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{1+0.88\Omega^2} \right) \left(\frac{\Omega^8}{(1+\Omega^2)^3} \right)$$

จากสมการที่ (4.63) นำแต่ละค่ามารวมกัน

$$B_4(f;x) = \left(\frac{1}{1+0.88\Omega^2} \times \frac{1}{(1+\Omega^2)^3} \right) (1+4\Omega^2+6\Omega^4+4\Omega^6+\Omega^8)$$

$$= \left(\frac{1}{1+0.88\Omega^2} \times \frac{1}{(1+3\Omega^2+3\Omega^4+\Omega^6)} \right) (1+4\Omega^2+6\Omega^4+4\Omega^6+\Omega^8)$$

$$= \left(\frac{1}{0.88\Omega^8+3.64\Omega^6+5.64\Omega^4+3.88\Omega^2+1} \right) (1+4\Omega^2+6\Omega^4+4\Omega^6+\Omega^8)$$

$$\therefore B_4(f;x) = \left(\frac{\Omega^8+4\Omega^6+6\Omega^4+4\Omega^2+1}{0.88\Omega^8+3.64\Omega^6+5.64\Omega^4+3.88\Omega^2+1} \right) \tag{4.65}$$

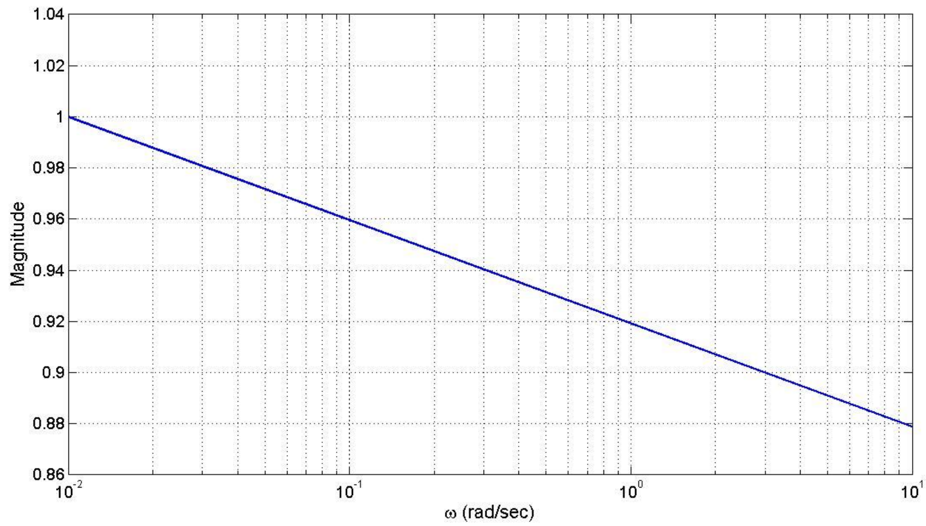
$$T(\Omega^2) = \frac{1}{B_4(f;x)} = \frac{1}{\left(\frac{\Omega^8+4\Omega^6+6\Omega^4+4\Omega^2+1}{0.88\Omega^8+3.64\Omega^6+5.64\Omega^4+3.88\Omega^2+1} \right)}$$

$$\therefore T(\Omega^2) = \frac{0.88\Omega^8+3.64\Omega^6+5.64\Omega^4+3.88\Omega^2+1}{\Omega^8+4\Omega^6+6\Omega^4+4\Omega^2+1} \tag{4.66}$$

จะได้สมการฟังก์ชันการถ่ายโอนของผลตอบสนองทางเวลาประวิงดังนี้

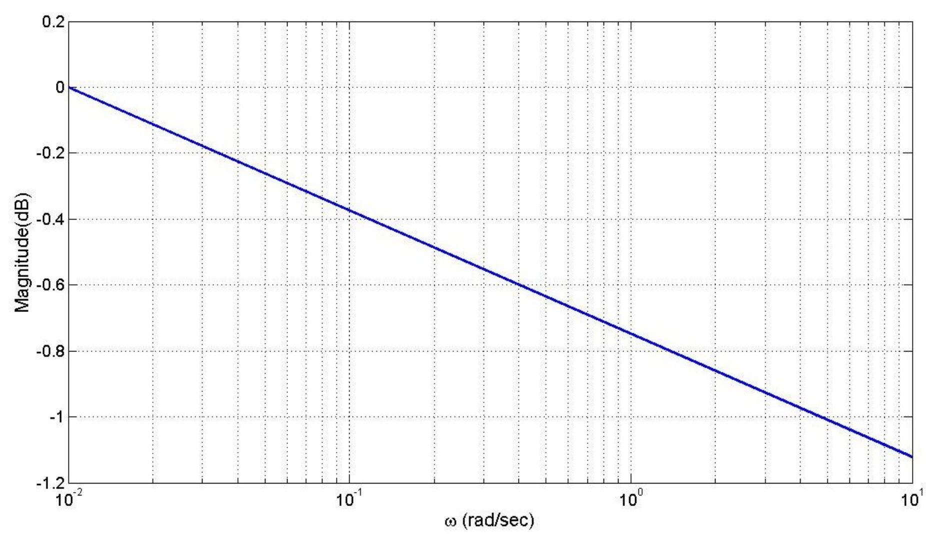
$$\therefore T(s) = \frac{0.88s^4+3.64s^3+5.64s^2+3.88s+1}{s^4+4s^3+6s^2+4s+1} \tag{4.67}$$

จากนั้นนำสมการที่ (4.67) มาพล็อตกราฟได้ดังนี้



รูปที่ 4.23 ผลตอบสนองทางขนาดโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์

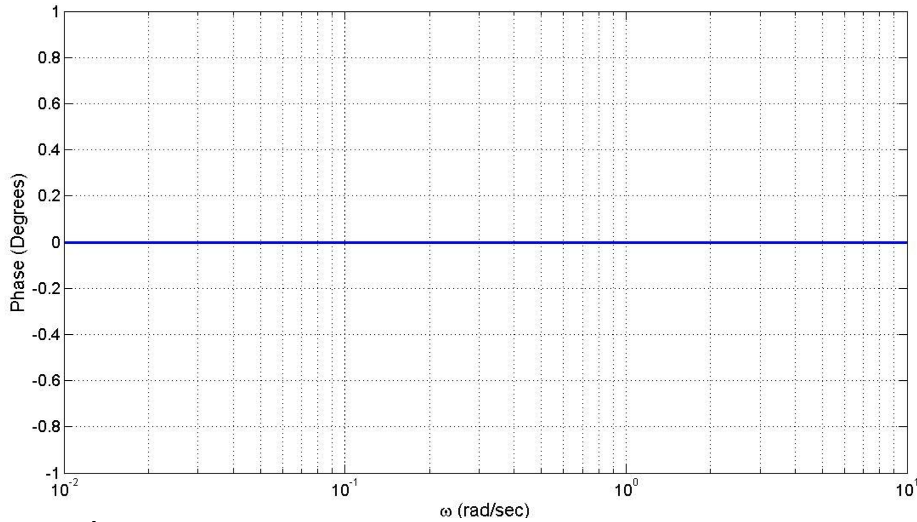
จากรูปที่ 4.23 แสดงผลตอบสนองทางขนาดโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ที่คำนวณด้านความชันเป็นบวก จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางขนาดของกราฟโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ มีความเป็นเชิงเส้นและมีความชันเป็นลบที่ลดลงอย่างต่อเนื่องจากจุดเริ่มต้นที่ y = 1



รูปที่ 4.24 ผลตอบสนองทางขนาด (หน่วยเดซิเบล:dB) โดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์

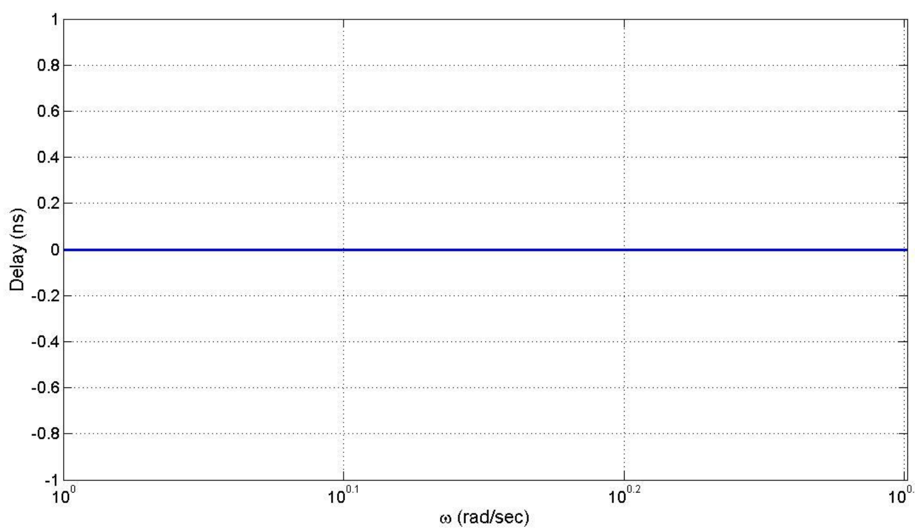
จากรูปที่ 4.24 แสดงผลตอบสนองทางขนาด (หน่วยเดซิเบล:dB) โดยใช้สมการโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ที่คำนวณด้านความชันเป็นลบ จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางขนาดของกราฟโดยใช้สมการ

โพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ มีความเป็นเชิงเส้นและมีความชันเป็นลบที่ลดลงอย่างต่อเนื่องจากจุดเริ่มต้นที่ y = 0



รูปที่ 4.25 ผลตอบสนองทางเฟสโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์

จากรูปที่ 4.25 แสดงผลตอบสนองทางเฟสโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ที่คำนวณด้านความชันเป็นลบ จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางเฟสของกราฟโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ ได้ค่าที่เป็นเส้นตรงซึ่งตรงกับคุณสมบัติที่เป็นกราฟรูปเฟสมีการเปลี่ยนแปลงที่น้อยมาก (Minimum phase) เนื่องจากสัมประสิทธิ์ทั้งเศษและส่วนหน้าเลขยกกำลังที่เท่ากันมีความใกล้เคียงกัน



รูปที่ 4.26แสดงผลตอบสนองทางเวลาประวิงโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์

จากรูปที่ 4.26 แสดงผลตอบสนองทางเวลาประวิงโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ที่คำนวณด้านความชันเป็นลบ จากรูปจะเห็นได้ว่าคุณลักษณะทางเวลาประวิงของกราฟโดยใช้สมการโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์เป็นเส้นตรง ดังนั้นค่าดีเลย์ที่ได้จะเป็นค่าๆ เดียวที่เป็นค่าคงที่ คือมีค่าเท่ากับ 0

4.5 บทสรุป

เนื่องจากในขั้นตอนการศึกษาและวิเคราะห์ พบว่าทฤษฎีโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์สามารถให้ผลของสมการฟังก์ชันถ่ายโอนคุณลักษณะทางขนาดยกกำลังสองของวงจร (Transfer Function) ที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าทฤษฎีโพลิโนเมียลแบบ Hurwitz ร่วมกับทฤษฎีของ J. Valand และให้ผลกราฟที่ตรงตามอุดมคติ ซึ่งจะนำแนวคิดที่ได้จากทฤษฎีโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ไปใช้ในการแก้ไขความความผิดเพี้ยนของสัญญาณทางเวลาประวิงของสัญญาณวีดิโอและยังสามารถนำไปประยุกต์กับสัญญาณในระบบอื่นๆ ได้อีกด้วย