

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรและการสอน
 - 1.1 หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.2 การสอนเรขาคณิต
2. โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad)
 - 2.1 ความเป็นมาของโปรแกรม GSP
 - 2.2 ความสามารถของโปรแกรม GSP
 - 2.3 การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GSP
3. ทักษะการเชื่อมโยง
 - 3.1 ความหมายของทักษะการเชื่อมโยง
 - 3.2 การพัฒนาทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยง
 - 3.3 แนวทางการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยง
4. บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
 - 4.1 ความหมายของบทเรียนปฏิบัติการ
 - 4.2 ประโยชน์ของบทเรียนปฏิบัติการ
 - 4.3 องค์ประกอบของบทเรียนปฏิบัติการ
 - 4.4 ขั้นตอนการสร้างบทเรียนปฏิบัติการ
 - 4.5 การหาประสิทธิภาพของบทเรียนปฏิบัติการ
5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.3 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
 - 5.4 การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
6. ความพึงพอใจต่อบทเรียนปฏิบัติการ
 - 6.1 ความหมายของความพึงพอใจ
 - 6.2 แนวคิดทฤษฎีเกี่ยวกับความพึงพอใจ
 - 6.3 การวัดความพึงพอใจ
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

7.1 งานวิจัยในประเทศ

7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 47-50)

1. จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วนร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2. การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยามแบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

4. พีชคณิต แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซตการให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

6. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1. มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์

เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง ร้อยละ การดำเนินการของจำนวน สมบัติเกี่ยวกับจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งและร้อยละพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ สามารถหาค่าประมาณของจำนวนนับและทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร ความจุ เวลา เงินทศ แผนผัง และขนาดของมุม สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด มุม และเส้นขนาน

4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้ แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูปสามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาพร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัวและแก้สมการนั้นได้

5. รวบรวมข้อมูล อภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ แผนภูมิรูปวงกลม กราฟเส้น และตาราง และนำเสนอข้อมูลในรูปของแผนภูมิรูปภาพแผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ และกราฟเส้น ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการคาดคะเนการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้

6. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คำอธิบายรายวิชา รายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เวลา 160 ชั่วโมง (โรงเรียนอนุบาลสมเด็จพระวันรัต, 2552, หน้า 53)

ศึกษา ผูกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกการแก้ปัญหาในสาระต่อไปนี้

จำนวนนับ หลักเลขและค่าประจำหลัก ค่าของตัวเลขในแต่ละหลัก การเขียนในรูปกระจาย การเรียงลำดับจำนวน การประมาณค่าใกล้เคียงเป็นจำนวนเต็มสิบ เต็มร้อย เต็มพัน เต็มหมื่น เต็มแสน เต็มล้าน จำนวนเฉพาะ การแยกตัวประกอบ ท.ร.ม. ค.ร.น.

เศษส่วน เศษส่วนที่เท่ากัน การเปรียบเทียบและการเรียงลำดับเศษส่วน สมบัติการสลับที่ของการบวก สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก สมบัติการสลับที่ของการคูณ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

ทศนิยม การอ่านและการเขียนทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง หลักเลข ค่าประจำหลัก ค่าของตัวเลขในแต่ละหลัก การเขียนในรูปกระจาย การเปรียบเทียบและการเรียงลำดับทศนิยม การเขียนทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งในรูปเศษส่วนและการเขียนเศษส่วนที่มีตัวส่วน เป็นตัวประกอบของ 10, 100 หรือ 1,000 ในรูปทศนิยม ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนทศนิยม และ ร้อยละ การประมาณค่าใกล้เคียงเป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง สองตำแหน่ง สมบัติการสลับที่ของการบวก สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก สมบัติการสลับที่ของการคูณ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

การบวก การลบ การคูณ การหาร และโจทย์ปัญหา การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ การบวก ลบ คูณ หารจำนวนนับระคน การบวก การลบ การคูณและการหารเศษส่วน การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วนระคน การบวก การลบ การคูณ และการหารที่ผลลัพธ์เป็นทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง โจทย์ปัญหาและโจทย์ปัญหาระคน โจทย์ปัญหาการคูณและการหาร (บัญญัติไตรยางค์) โจทย์ปัญหาร้อยละ

การหาความยาว ความยาวของเส้นรอบรูปวงกลม โจทย์ปัญหาและสถานการณ์

การหาพื้นที่ การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม การหาพื้นที่ของรูปวงกลม การคาดคะเนพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมเป็นตารางเมตร ตารางเซนติเมตร และตารางวา โจทย์ปัญหาและสถานการณ์

การหาปริมาตร การหาปริมาตรและ / หรือความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ทิศ แขนง และแผนที่ การบอกชื่อและทิศทางของทิศทั้งแปดทิศ มาตราส่วน การอ่านแผนที่และแผนผัง การเขียนแผนผัง

รูปเรขาคณิตและสมบัติบางประการของรูปเรขาคณิต มุมที่มีขนาดเท่ากัน การแบ่งครึ่งมุมโดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์ การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงโดยใช้ไม้บรรทัดเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม การสร้างรูปสี่เหลี่ยม ส่วนประกอบของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวยปริซึม พีระมิด รูปคลี่ สมบัติของเส้นขนาน การพิจารณาเส้นขนานโดยอาศัยสมบัติของเส้นขนาน

สมการและการแก้สมการ สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า 1 ตัว สมการที่เป็นจริง สมการที่เป็นเท็จ คำตอบของสมการ การแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า 1 ตัว โจทย์ปัญหา

สถิติและความน่าจะเป็นเบื้องต้น การอ่านและการเขียนแผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ การอ่านและการเขียนกราฟเส้น การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม การเก็บรวบรวมข้อมูล ความหมายและการนำไปใช้ในวิถีชีวิตประจำวันของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นแน่นอน อาจเกิดขึ้น หรือไม่เกิดขึ้น ไม่เกิดขึ้นแน่นอน

การจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ที่ใกล้ตัวให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยปฏิบัติจริง ทดลอง สรุปรายงานเพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา

การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและเชื่อมั่นในตนเอง

การวัดและประเมินผล ใช้วิธีการหลากหลายตามสภาพความเป็นจริงของเนื้อหา และทักษะที่ต้องการวัด

สรุปได้ว่า หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นการจัดการศึกษาที่มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาคือในระดับที่สูงขึ้น เมื่อพิจารณาจากสาระที่ 3 เรขาคณิต คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และคำอธิบายรายวิชา ผู้วิจัยจึงได้พิจารณา เนื้อหาสาระเรขาคณิตมีความเหมาะสมในการนำบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงมาใช้ โดยสาระเรขาคณิต หมายถึง เนื้อหาสาระตามคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 รูปเรขาคณิตและสมบัติบางประการของรูปเรขาคณิต ได้แก่ เรื่อง มุมและส่วนของเส้นตรง เส้นขนาน และรูปสี่เหลี่ยม

การสอนเรขาคณิต

1. ความสำคัญของเรขาคณิต

สมวงศ์ แปลงประสพโชค (ม.ป.ป, ออนไลน์) กล่าวไว้ว่าจุดมุ่งหมายหลักของการเรียนการสอนเรขาคณิต มี 3 ประการดังนี้

1. การฝึกให้เป็นคนมีเหตุผล ผล การเรียนเรขาคณิตไม่ว่าจะเป็นการศึกษาหรือเริ่มต้นด้วยระบบสัจพจน์มักจะมีผลสืบเนื่องติดตามมาซึ่งไม่จำเป็นต้องสำรวจหรือตั้งระบบใหม่ เราสามารถพิสูจน์ผลสืบเนื่องนั้น เรขาคณิตนิยมใช้การพิสูจน์บนข้อมูลที่มีอยู่ซึ่งเป็นลักษณะที่ต้องการให้คนมีเหตุผลมากกว่าจะเชื่อโชคลาง หรือเคาสุ่ม นอกจากนี้พื้นฐานของการพิสูจน์เป็นรากฐานของการเรียนกฎหมาย ในการพิสูจน์นักเรียนต้องแยกแยะได้ว่าอะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผลที่ต้องพิสูจน์ ส่วนใดนำมาอ้างอิงได้ แต่เพียงแยกแยะเหตุผลออกได้เองนับว่าน่าพอใจระดับหนึ่ง แต่ถ้าจะมุ่งหวังจากการเรียนเรขาคณิตอย่างเต็มที่ที่จะมุ่งฝึกความสามารถต่อไปนี้

1.1 ความสามารถด้านนิรนัย

1.2 สามารถยกตัวอย่างค้าน (counterexample) สำหรับข้อความที่เป็นเท็จ

1.3 สามารถให้นิยามที่ชัดเจนและรัดกุม

1.4 รู้จักเงื่อนไขที่จำเป็น และเงื่อนไขที่เพียงพอ

1.5 สามารถพิสูจน์บางแบบ เช่น พิสูจน์โดยแจกกรณี (proof by cases) และ

พิสูจน์โดยทำให้เกิดข้อขัดแย้ง (proof by contradiction) เป็นต้น

1.6 ให้อธิบายระบบสัญลักษณ์ บทบาท และคุณค่าของระบบสัญลักษณ์

2. ฝึกความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สามารถมองโครงสร้างหรือรูปสำคัญออกจากรูปที่ซับซ้อน (field independent) หรือสามารถมองว่ารูปที่กำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งของอะไรบ้าง ตลอดจนการจินตนาการในเรื่องสมมาตรแบบต่างๆ ทั้งการเลื่อน การสะท้อนและการหมุน และรับรู้ความผิดปกติของรูป เช่น เขียนขอบแก้วทรงกระบอกเป็นลูกรีก็ไม่ว่าจะมองมุมใดเป็นไปไม่ได้ที่จะไม่พบความหักของโค้งบนระนาบ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์นี้หมายรวมถึงการกะประมาณด้วยการมองรูปหรือการสำรวจสเปซรอบ ๆ ตัวเรา เป็นเรื่องที่เด็กคุ้นเคย และให้ความสนใจตามธรรมชาติอยู่แล้ว เพียงแค่ขาดการชี้ไปที่ดี ทำให้พัฒนาไม่ถึงขีดสุด และที่พบอยู่ในชีวิตจริงมักเป็นสิ่ง 3 มิติ

3. มีพื้นฐานสำหรับการนำไปใช้ ทั้งด้านเทคโนโลยีทางวิทยาศาสตร์ กลศาสตร์ แสง เสียง และวิศวกรรมศาสตร์ การออกแบบทั้งด้านสัญลักษณ์และเครื่องกล การตรวจสอบสถาปัตยกรรม ช่างไม้ ช่างตัดเสื้อ การเดินเรือ เช่น โครงรูปสามเหลี่ยมเป็นโครงที่แข็งแรง ใช้ยึดเสากับโครงที่ยังไม่สำเร็จ โครงรูปสี่เหลี่ยมปรับเป็นรูปสามเหลี่ยมใช้ออกแบบคีมล็อค การใช้วงเวียนและสันตรงออกแบบรูปตราสัญลักษณ์ และตัวอักษร การใช้มุมในส่วนของวงกลม ช่วยให้เรือไม่เกยหินโสโครก โดยไม่ต้องแล่นให้ไกล ผึ้งนัก เป็นต้น

มานะ เอกจริยวงศ์ (2537, หน้า 4-8) ได้กล่าวไว้ว่าเรขาคณิตเป็นวิชาที่เรียนรู้โดยผ่านทาง การมองเห็น (visual subject) โดยมีจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับโรงเรียนดังนี้

1. เพื่อให้ตระหนักถึงคุณค่าของเรขาคณิตว่ามีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตในโลกที่เป็นจริง
2. เพื่อท้าทายความคิด ปลูกฝังความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ (spatial ability) และพัฒนาแบบความคิดทางคณิตศาสตร์ (mathematical cast of mind) ในส่วนที่เป็นแบบความคิดที่เกิดจากการใช้ภาพ (geometric type) หรือ เป็นแบบความคิดที่ผสมผสานแบบความคิดที่เกิดจากการใช้ภาพกับความสามารถในการคิดเชิงนามธรรม โดยอาศัยองค์ประกอบทางด้านภาษาเพื่อการใช้เหตุผล (harmonic type)
3. เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์มองเห็นความหมายและความสำคัญของการพิสูจน์
4. เพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางเรขาคณิตกับคณิตศาสตร์แขนงอื่นๆ อันเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา

สรุปได้ว่าเรขาคณิตมีความสำคัญกล่าวคือ ช่วยให้ความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่อยู่รอบตัว ช่วยพัฒนาความสามารถด้านการคิดเชิงตรรกศาสตร์ ทักษะเชิงมิติสัมพันธ์ หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (spatial sense) การคิด การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ ซึ่งทักษะ

เหล่านี้ เป็นพื้นฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ ตลอดจนเนื้อหาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับความรู้แขนงอื่น ๆ

2. แนวทางการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต

สิริพร ทิพย์คง (2537, หน้า 272) ได้กล่าวว่า การเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับชั้นต่างๆ ก็เพื่อให้นักเรียนได้รับความรู้และสามารถนำความรู้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศิลปะ สามารถอธิบายสิ่งแวดลอมที่นักเรียนพบเห็นในชีวิตประจำวัน มีความเข้าใจและซาบซึ้งในวิชาเรขาคณิต ตลอดจนการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาและการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นสูงต่อไป ในชั้นประถมศึกษา นักเรียนควรได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ด้วยตนเอง โดยใช้สื่อรูปธรรม เช่น การตัดกระดาษ เป็นรูปต่างๆ การสร้างรูปเรขาคณิตบนกระดาษตะปู การพับกระดาษให้เป็นรูปเรขาคณิต การใช้กระจกเงาให้เกิดภาพสะท้อนในการเรียนเรื่องการสมมาตร

โกมล ไพศาล (2540, หน้า 22) ได้เสนอแนะแนวทางเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรขาคณิตไว้ดังนี้

1. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน
2. ทบทวนความรู้ที่เป็นพื้นฐานของสิ่งที่จะเรียนต่อไป
3. การจัดกิจกรรมที่นักเรียนต้องศึกษาโดยการสังเกตและสำรวจ เพื่อให้เห็นแนวทางในการสรุปแนวคิดหรือแก้ปัญหาโจทย์
4. การสอนบทนิยาม ทฤษฎีบท และบทสร้าง ควรให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วม เช่น ใช้วิธีการตามคอบ ใช้อุปกรณ์การสอนสำเร็จรูปและการเขียนรูปในแต่ละขั้นตอน จนกระทั่งได้ข้อสรุปที่ต้องการ
5. การสอนแบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เน้นการศึกษาในลักษณะค้นพบด้วยตนเอง ให้ผู้เรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์และสิ่งที่ผู้เรียนเห็นว่าสำคัญ

ปานทอง กุลนาถศิริ (2549, ออนไลน์) ได้กล่าวไว้ว่าการจัดกิจกรรมเรขาคณิตต่างๆ ควรเอื้อต่อการค้นพบ เพื่อเสริมสร้างความรู้ ความเข้าใจ และเพื่อให้เกิดมโนคติ (concepts) ต่างๆ ทางเรขาคณิต กิจกรรมต่างๆ ควรท้าทาย น่าสนใจ เปิดโอกาสให้เด็กได้ทดลองปฏิบัติ สังเกต สัมผัส สำรวจ วิพากษ์วิจารณ์ หาคิด คัด แก้ปัญหา และแสดงผลทางคณิตศาสตร์ การจัดกิจกรรมเรขาคณิตเพื่อให้เกิดวิสัยทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (mathematical visualization) และความรู้สึกสัมผัสทางมิติ (spatial sense) ตลอดจนการสร้างเจตคติที่ดี การสร้างความสุนทรีย์ทางเรขาคณิต เพื่อให้เห็นถึงความงดงามของคณิตศาสตร์กับศิลปะเป็นสิ่งที่ควรตระหนักด้วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิต

วรรณวิภา สุขทเกียรติ (2542, หน้า 27) กล่าวว่า การเรียนการสอนเรขาคณิตยังต้องอาศัยบทบาทของครูในการกำหนดกิจกรรม การวางขั้นตอนที่เหมาะสม รวมทั้งบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความต้องการที่จะเรียนรู้สิ่งต่างๆ และให้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองเพื่อ

การค้นพบสิ่งใหม่ๆ ซึ่งเป็นสิ่งที่ทำลายความสามารถ ความอยากรู้อยากเห็นตามลักษณะของวัยของนักเรียนเพื่อให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น และยังส่งผลให้นักเรียนเป็นผู้ที่มีจินตนาการพร้อมที่จะแก้ปัญหาต่างๆ

สมเดช บุญประจักษ์ (2544, หน้า 2) กล่าวว่าเพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเรขาคณิต สามารถใช้ความรู้และเชื่อมโยงความรู้เรขาคณิตกับความรู้แขนงอื่นๆ ได้ ผู้เรียนจะต้องได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ โดยเริ่มจากกิจกรรมง่ายๆ ไปสู่สถานการณ์ปัญหาที่ท้าทาย ผู้เรียนจะต้องทำการสืบค้น ทดลองและสำรวจสิ่งที่อยู่รอบตัว เช่น ฝึกการมองภาพ วาดภาพ และเปรียบเทียบรูปร่างในตำแหน่งต่างๆ กัน

ยุพิน พิพิธกุล (2545, หน้า 13) ได้กล่าวว่า ในยุคปฏิรูปการศึกษา ต้องการให้ผู้เรียนสามารถค้นพบข้อสรุปด้วยตนเอง และสามารถสร้างองค์ความรู้ได้

วรวรรณ กฤตยากรนุพงศ์ (2551, หน้า 28) ได้ศึกษาแนวคิดในการสอนเรขาคณิตของสิธุ (Sidhu) ว่าในการเริ่มต้นเรียนเรขาคณิต ถ้าผู้เรียนสามารถใช้ตรรกศาสตร์ได้ ครูผู้สอนก็อย่าไปขัดขวาง ในความเป็นจริงแล้วผู้เรียนสามารถเริ่มใช้เหตุผลตั้งแต่วัยเด็ก และสามารถมองเห็นการเชื่อมโยงระหว่างข้อเท็จจริงโดยใช้ตรรกศาสตร์ ครูผู้สอนควรสนับสนุนแต่ต้องไม่ลืมว่าเป้าหมายหลักในการเรียนเรขาคณิต ก็คือ เพื่อเก็บรวบรวมข้อความเป็นข้อเท็จจริง ถ้าผู้เรียนคนใดไม่สามารถตอบสนองทางตรรกศาสตร์เป็นที่พอใจก็ไม่ต้องเร่งรีบหรือกังวลเกี่ยวกับเรื่องนั้น

นอกจากนั้นสิธูยังได้แนะนำการสอนเรขาคณิตไว้ดังนี้

1. งานที่ให้ผู้เรียนฝึกทำ ควรได้สัดส่วนและชัดเจน
2. ครูควรให้ผู้เรียนสังเกตสิ่งต่างๆ ด้วยตัวเอง โดยการได้ลงมือทดลองวัดจริง หรือจากประสบการณ์ตรง
3. กระดานดำที่ใช้ควรได้สัดส่วนสะอาดเพื่อหลีกเลี่ยงความสงสัยและความเข้าใจผิดของผู้เรียน และใช้ชอล์กสีเพื่อเน้นรายละเอียดที่สำคัญ ขณะเดียวกันครูควรใช้ภาษาที่ถูกต้องชัดเจน
4. การให้แบบฝึกหัดผู้เรียน ไม่ควรทิ้งค้างไว้เพื่อให้ทำคอนท้ายของภาคเรียน แต่ควรจะให้ทำพร้อมกับทฤษฎีบทนั้น
5. ควรฝึกผู้เรียนให้เขียนรูปจากทฤษฎีบทและแบบฝึกหัดที่เห็นสมควรแล้วแต่กรณี ในเบื้องต้นการสร้างทั้งหมดควรใช้วงเวียนและไม้บรรทัด
6. ครูควรมีการทบทวน โดยการถามผู้เรียนเกี่ยวกับทฤษฎีบทต่างๆ ที่ได้เรียนผ่านมาแล้วเท่าที่สามารถกระทำได้
7. ศัพท์ทางเรขาคณิต ครูผู้สอนต้องนำมาใช้ให้ถูกต้อง
8. ครูผู้สอนควรสนับสนุนผู้เรียนให้แสดงเนื้อหาสาระ โดยการเขียนรูป การสร้าง และถ้อยคำเท่าที่เป็นไปได้

9. ครูผู้สอนควรให้ผู้เรียนสรุปผลลัพท์สุดท้ายด้วยตนเอง

จากแนวทางดังกล่าวสรุปได้ว่าในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตมีวิธีการได้หลากหลาย ครูผู้สอนจะเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีสอนแบบใดนั้นต้องคำนึงถึงความเหมาะสมของเนื้อหาวิชา ความสอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน ในแต่ละเนื้อหาอาจใช้วิธีการสอนที่แตกต่างกัน ซึ่งการสอนแบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เรียนรู้จากการทำกิจกรรม จากสื่อรูปธรรมต่างๆ จากการพูดคุยเล่าเรื่องราว และการสื่อสารที่เหมาะสม ศึกษาโดยการสังเกตสำรวจ และมีส่วนร่วมช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์และสิ่งที่ผู้เรียนเห็นว่าสำคัญ เพื่อเสริมสร้างความรู้และเพื่อให้เกิดมโนคติต่างๆ ทางเรขาคณิต

3. การใช้เทคโนโลยีในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ในปัจจุบันวิทยาการและเทคโนโลยีได้พัฒนาเพิ่มขึ้นอย่างมาก การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ทำเทคโนโลยีเหล่านี้มาใช้เป็นสื่อการเรียนรู้ในการจัดการเรียนการสอน ทั้งเครื่องคิดเลขกราฟิก (graphic calculator) คอมพิวเตอร์ อินเทอร์เน็ต เป็นต้น ทั้งนี้การใช้เทคโนโลยีประเภทใดมาจัดการเรียนการสอนนั้นขึ้นอยู่กับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการให้ปรากฏ และเกิดประโยชน์สูงสุดต่อผู้เรียนเป็นหลัก จากเอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์(กระทรวงศึกษาธิการ, 2545, หน้า 213)ได้ให้ความสำคัญของสื่อการเรียนรู้ว่าทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตัวเอง ได้พัฒนาศักยภาพทางความคิด เช่น การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดอย่างมีเหตุผล การคิดอย่างหลากหลายอีกทั้งสื่อที่ดีควรกระตุ้นให้นักเรียนได้รู้จักแสวงหาคำรู้ด้วยตนเอง สื่อเหล่านี้มีประโยชน์ทั้งครูและนักเรียน ซึ่งยุพิน (2545, หน้า 52) ได้ให้ความสำคัญของการใช้คอมพิวเตอร์และเครื่องคิดเลขกราฟิกว่าครูผู้สอนควรใช้ให้เป็น เพราะสามารถช่วยในด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างมากช่วยสอนเนื้อหาบางเรื่องให้เห็นภาพอย่างชัดเจน สอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง(2537, หน้า 174-175)ที่ได้กล่าวถึงประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ที่มีต่อนักเรียนไว้ว่า เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนตามเอกัตภาพ สามารถให้ข้อมูลย้อนกลับได้ทันที (feedback) ที่ทำให้นักเรียนตื่นเต้น กลับมาทบทวนได้เรียนรู้ได้นอกเวลาเรียน ฝึกให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น (active learning) ฝึกให้คิดอย่างมีเหตุผล ให้นักเรียนมีความคงทนในสิ่งที่เรียนและช่วยให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547, หน้า 14-16) ได้กล่าวถึงการนำเทคโนโลยีมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ว่า ทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนากระบวนการเรียนทางคณิตศาสตร์ได้ตรงตามมาตรฐานที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน ในอดีตนักศึกษาด้านคณิตศาสตร์ใช้เทคโนโลยีและสารสนเทศเพื่อการฝึกทักษะเป็นสำคัญ บนพื้นฐานความเชื่อตามทฤษฎีพฤติกรรมนิยม (Behaviorist Theories) ผลการเรียนรู้ตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและเน้นหนักที่ความเชี่ยวชาญตามทักษะต่าง ๆ ดังเช่น โปรแกรม ILS ต่อมา The Tool and Tutee Model ได้รับความนิยมแพร่หลายเนื่องจากเป็นรูปแบบ ที่ส่งเสริมความคิดระดับสูง (higher order thinking)

แนวคิดนี้มีทฤษฎีรองรับหลายทฤษฎี เช่น ทฤษฎีการประมวลผลสารสนเทศ (information processing) ทฤษฎีการสร้างความรู้ (constructivism) การเรียนแบบร่วมมือ (cooperative learning) และทฤษฎีอภิปัญญา (metacognition) การเปลี่ยนแปลงด้านนี้เกิดขึ้น

เนื่องมาจากความก้าวหน้าในฮาร์ดแวร์ กล่าวคือการใช้หน่วยความจำที่ใหญ่ขึ้น ประมวลผลได้รวดเร็วขึ้น มีเทคโนโลยีไร้สายที่มีขนาดเล็กลง และความเจริญก้าวหน้าในด้านซอฟต์แวร์ (dynamic geometry software) เช่น Cabri Geometry, The Geometer's Sketchpad, Maple, Mathematica, Deric และ Java Applets การเปลี่ยนแปลงสู่แนวคิดนี้เป็นการสร้างแรงกดดันให้มีการเปลี่ยนแปลงจุดมุ่งหมายและเนื้อหาของหลักสูตรคณิตศาสตร์ โดยลดความสำคัญของทักษะการคิดคำนวณ เช่น การหารเศษส่วน การดำเนินการทางพีชคณิต แต่มุ่งเน้นชิ้นงานที่ผู้เรียนต้องใช้การสำรวจ และการสืบเสาะหาคำตอบของปัญหา ขณะเดียวกัน การสร้างความสมดุลระหว่างความเชี่ยวชาญในทักษะพื้นฐานและการสร้างความรู้หรือการสำรวจหาความรู้ก็สามารถนำเทคโนโลยีมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ในลักษณะต่าง ๆ ดังนี้

1. เทคโนโลยีสามารถเสริมวิธีสอนคณิตศาสตร์ตามปกติได้ เช่นบทเรียนที่เน้นทักษะและการเรียนการสอนที่เน้นครูเป็นศูนย์กลาง เช่นการสอนแบบสาธิต (demonstration)
 2. เทคโนโลยีสามารถทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ตามปกติดีขึ้น กล่าวคือ
 - 2.1 ช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงเนื้อหา เช่นการแทนฟังก์ชันหนึ่ง ๆ ได้หลายรูปแบบทำให้ผู้เรียนมุ่งความสนใจไปยังมโนทัศน์ (concept)
 - 2.2 การใช้โปรแกรม Java Applets ทำให้การสอนเรื่องเวกเตอร์ การแปลงแคลคูลัส และฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นไปอย่างมีชีวิตชีวา
 3. เทคโนโลยีสร้างแนวทางใหม่ในการสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะดังต่อไปนี้
 - 3.1 เป็นการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ
 - 3.2 เป็นกระบวนการเอื้ออำนวยให้เกิดการเรียนรู้โดยใช้คำถาม เช่น อะไรจะเกิดขึ้นถ้า.... (what if question)
 - 3.3 เป็นการเรียนการสอนที่เป็นพลวัต (dynamic)
 - 3.4 ช่วยให้นักเรียนสร้างภาพหรือมองเห็นอย่างเป็นรูปธรรม (visual)
 - 3.5 เป็นการสอนที่ต้องมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคล (interactive)
 - 3.6 การเชื่อมโยงความรู้ที่เป็นสาระการเรียนรู้หลัก เช่นการสอนออนไลน์เพื่อช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะวิธีการคำนวณพีชคณิต
- นอกจากนี้ยังมีวิธีการสอนอีกหลายแบบที่สามารถบูรณาการเทคโนโลยีสารสนเทศเข้าสู่หลักสูตรคณิตศาสตร์ได้ดังนี้
1. การสืบเสาะความรู้ในห้องเรียนร่วมกัน (interactive class investigation)
 2. การสาธิตในห้องเรียน (demonstration)
 3. การใช้เวลานอกห้องเรียน (boost)

การใช้เทคโนโลยีเป็นเครื่องมือเพื่อส่งเสริมการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มุ่งเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางจะช่วยให้เกิดกระบวนการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพมากขึ้นเนื่องจากเทคโนโลยีมีคุณสมบัติต่อไปนี้

1. เทคโนโลยีช่วยกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจในการสำรวจสืบเสาะตั้งข้อคาดเดาสวรรค์ ค้นพบหลักการ
2. เทคโนโลยีช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับกลุ่มสาระอื่น ๆ
3. เทคโนโลยีช่วยให้นักเรียนเป็นผู้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้มากกว่าการเรียนปกติ
4. เทคโนโลยีช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
5. เทคโนโลยีช่วยสนับสนุนให้ผู้สอนเป็นผู้จัดกิจกรรมเพื่อเอื้อให้เกิดกระบวนการเรียนรู้
6. เทคโนโลยีช่วยให้ครูผู้สอนเข้าใจความแตกต่างระหว่างบุคคลว่า นักเรียนคนใดต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ หรือนักเรียนคนใดมีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องมีการเปลี่ยนแปลงวิธีสอนและมีการปรับปรุงเนื้อหาในหลักสูตรนำสื่อการสอนที่ทันสมัยและเทคโนโลยีมาใช้ในการสอน เพราะการใช้เทคโนโลยีทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงการสอน

กิดานันท์ มลิทอง (2548, หน้า 265-266) ได้กล่าวว่า คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสูง เพื่อใช้ในการสอนทบทวนและฝึกปฏิบัติในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถใช้ตัวเลขและสัญลักษณ์ในการคำนวณ รวมถึงมองเห็นภาพพจน์เชิงวิทยาศาสตร์ การใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะช่วยดึงดูดความสนใจและสร้างความกระตือรือร้นแก่ผู้เรียนเป็นอย่างมาก สามารถใช้ในการเรียนรู้ความถนัดถนัดได้เป็นอย่างดีช่วยให้รู้สึกเป็นอิสระจากการคำนวณที่น่าเบื่อหน่ายทำให้มีสมาธิดีขึ้นในการแก้ปัญหา และช่วยให้เกิดจินตนาการของข้อมูลได้แจ่มชัดขึ้น โดยนำข้อมูลมาใช้ในการสอนเรขาคณิตและสถิติเช่น

1. The Geometer's Sketchpad ใช้ในการสอนเรขาคณิตเพื่อสร้างรูปทรงเรขาคณิต สองมิติและสามมิติ วัดหาขนาดส่วนของเส้นโค้ง เส้นตรง มุม และพื้นที่
2. Microsoft Excel, Lotus 1-2-3 ใช้ในการสอนสถิติเพื่อคำนวณข้อมูลในลักษณะตารางและสร้างเป็นกราฟรูปแบบต่างได้อย่างรวดเร็ว
3. Graphmatica และ Mathematica ใช้ในการสร้างกราฟสองมิติและสามมิติมีการใช้สีเพื่อเปรียบเทียบได้ชัดเจน

นัยนา บุญสมร (2550, หน้า 18) กล่าวว่า การใช้เทคโนโลยีในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีหลายวิธี เช่น การสืบเสาะความรู้ร่วมกัน การสาธิตหรือการใช้เวลานอกห้องเรียน

ซึ่งเทคโนโลยีจะช่วยทำให้ผู้เรียนเข้าใจแก่นแท้ทางคณิตศาสตร์ได้ยิ่งขึ้น

จากความก้าวหน้าทางวิทยาการและเทคโนโลยีสารสนเทศทางการศึกษามีการพัฒนาอย่างรวดเร็ว การเรียนการสอนในปัจจุบันจำเป็นต้องปรับเปลี่ยนทั้งรูปแบบและวิธีการเรียนรู้ โดยมีการนำเทคโนโลยีทางการศึกษาและซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์มาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความสนใจ กระตือรือร้นอยากรู้อยากเรียน ช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสศึกษาค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองอย่างกว้างขวางและเป็นเครื่องมือที่ช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการเรียนรู้และเชื่อมโยงเนื้อคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้มากยิ่งขึ้น

โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad)

1. ความเป็นมาของโปรแกรม GSP

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad โดยทั่วไปนิยมเรียกกันว่า Sketchpad หรือ GSP ในปัจจุบันประเทศต่าง ๆ ได้นำไปใช้ในการเรียนการสอนมากกว่า 50 ประเทศทั่วโลก การเรียนเรขาคณิตนั้น การวาดและการนึ่งภาพเป็นสิ่งสำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ทักษะเบื้องต้นที่สอนในวิชาเรขาคณิต คือการใช้วงเวียนและสันตรงในเรื่องการสร้าง ส่วนในวิชาพีชคณิตก็มีการเขียนกราฟของฟังก์ชัน แต่การใช้กระดาษและดินสอสร้างงานยังคงต้องใช้ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่ามีอุปสรรคที่สำคัญ คือ การสร้างแต่ละครั้งต้องใช้เวลา และเมื่อสร้างเสร็จแล้วรูปที่ได้ก็ไม่มีการเคลื่อนไหว อุปสรรคข้อแรก การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ GSP จะช่วยในการแก้ปัญหาเรื่องเวลาได้ด้วยการใช้คำสั่งต่าง ๆ เช่น แบ่งครึ่งมุม และการสะท้อน ซึ่งจะแสดงผลให้อย่างรวดเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับกรสร้างบนกระดาษ นอกจากนี้ GSP ยังช่วยให้เราสามารถสร้างและสำรวจได้หลากหลายวิธี ตั้งแต่อย่างง่ายไปจนถึงซับซ้อนขึ้นในเวลาอันจำกัด อุปสรรคข้อสอง เมื่อสร้างรูปเสร็จแล้ว รูปจะอยู่นิ่ง ไม่เคลื่อนไหว หากต้องการสำรวจลักษณะของการสร้างจำเป็นต้องวาดรูป หลาย ๆ รูปเพื่อตรวจสอบสมบัติของรูปนั้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2549, หน้า 1-4)

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม (2549, ออนไลน์) กล่าวว่าโปรแกรม GSP เป็นซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตเชิงพลวัต (dynamic geometry) ที่ใช้สร้างรูปเรขาคณิตที่เคลื่อนไหวได้ซึ่งนำไปสู่การค้นหาลักษณะต่าง ๆ ทางเรขาคณิต โดยผู้ใช้ซอฟต์แวร์นี้สร้างรูปแล้วสามารถสำรวจ ตั้งข้อคาดเดา และสืบเสาะตรวจสอบเพื่อยืนยันเหตุผลของตนเอง ทำให้เกิดจินตนาการในการค้นคว้าหาเหตุผล เพื่อเพิ่มพูนความรู้ ตลอดจนทำให้เกิดความถนัดทางการเรียนรู้ สามารถนำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนได้หลากหลายเนื้อหาทางเรขาคณิต เช่น เส้นตรงและมุม การสร้าง ความเท่ากันทุกประการ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เส้นขนาน ความคล้ายวงกลม นอกจากนี้ยังสามารถนำไปใช้ในเรื่องของตรีโกณมิติ เวกเตอร์ เรขาคณิตวิเคราะห์ ฟิสิกส์การเขียนแบบ ฯลฯ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2549, หน้า 1-4) กล่าวว่า โปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่สร้างขึ้นเพื่อนำไปใช้ในการสร้างสรรค์การสำรวจและการวิเคราะห์เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนั้น ยังเป็นเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์โดยการสร้างองค์ความรู้ หรือความคิดรวบยอดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง เนื่องจากเวลาใช้โปรแกรม GSP ผู้ใช้สามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematics Model) ที่ทำให้เกิดการเคลื่อนไหวเชิงเรขาคณิต และผู้ใช้สามารถมีปฏิสัมพันธ์ได้ต่อกับโปรแกรมได้ โปรแกรม GSP สามารถนำมาใช้ในการสำรวจเบื้องต้นเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ จำนวนและการดำเนินการ กราฟของสมการชนิดต่าง ๆ ตลอดจนจนถึงการแสดงการเคลื่อนไหวของรูปเรขาคณิตเพื่อการสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ให้สามารถเข้าใจได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ถ้าผู้ใช้เป็นนักเรียน โปรแกรม GSP จะช่วยทำให้ผู้เรียนสำรวจเนื้อหาและพัฒนาความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาสาระต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ได้หลายสาระ เช่น เรขาคณิตพีชคณิต ตรรกศาสตร์ แคลคูลัสและเนื้อหาอื่น ๆ สำหรับครูผู้สอน โปรแกรม GSP เป็นสื่อที่ช่วยสร้างบรรยากาศของกาเรียนที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีการซักถามและได้ตอบ และช่วยทำให้นักเรียนตั้งข้อสงสัยความคาดเดาเหตุการณ์และหาข้อสรุปในเวลาเรียนในห้องปฏิบัติการ หรือในช่วงเวลาที่มีการนำเสนอหน้าห้องเรียนได้ สำหรับผู้ใช้ที่เป็นนักวิจัยทางคณิตศาสตร์หรือนักคณิตศาสตร์ศึกษา จะพบว่า การใช้ โปรแกรม GSP จะช่วยตอบคำถามที่เกี่ยวกับการทดลอง เช่น ถ้า...แล้ว โปรแกรม GSP จะช่วยพิสูจน์สมบัติต่าง ๆ ทางเรขาคณิต นอกจากนั้นยังสามารถสร้างการค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้อย่างไม่สิ้นสุด

สมเกียรติ เพ็ญทอง และสุรชัย อินทสังข์ นักวิชาการสาขาคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ร่วมกันให้ความเห็นว่า โปรแกรมนี้ทำให้ครูและนักเรียนมีเวลาในการเรียนการสอนมากขึ้น เพราะไม่ต้องเสียเวลานานในการสร้างรูปเรขาคณิตจำนวนมากเพื่อพิสูจน์ทฤษฎีต่าง ๆ อีกทั้งยังทบทวนได้ง่ายและบ่อยขึ้น การสอนด้วยโปรแกรม GSP ยังทำให้นักเรียนเรียนได้สนุก เข้าใจได้เร็ว และน่าตื่นเต้น นอกจากนั้นการใช้โปรแกรม GSP สร้างสื่อการสอน และใบงาน ยังทำได้รวดเร็วและแม่นยำกว่าใช้โปรแกรมไมโครซอฟท์ออฟฟิศอื่น ๆ (จุลยา มงคล, 2551, ออนไลน์)

มาลิณี พูลศรี (2549, หน้า 42) กล่าวว่า โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นสื่อเทคโนโลยีอย่างหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนคณิตศาสตร์ในทุกช่วงชั้นมีการพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนตรงตามเกณฑ์มาตรฐานของกระทรวงศึกษาธิการ

สรุปได้ว่าโปรแกรม GSP หมายถึง ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิต พลวัต ซึ่งผู้วิจัยนำมาใช้ประกอบบทเรียนปฏิบัติการ เพื่อใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง มุมและส่วนของเส้นตรง เส้นขนาน รูปสี่เหลี่ยม ซึ่งสามารถสร้างรูปเรขาคณิต วัดความยาวส่วนของเส้นตรง ส่วนโค้ง และขนาดของมุมได้อย่างถูกต้องรวดเร็ว เพื่อเรียนรู้โมทัศน์ต่างๆ ทาง

เรขาคณิต สามารถสำรวจข้อคาดการณ์ ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดจินตนาการในการค้นคว้าหาเหตุผล ช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะและความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิต

2. ความสามารถของโปรแกรม GSP

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548, หน้า 1-2) ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีที่ช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีเจตคติที่ดีในการเรียนรู้ และเรียนรู้ด้วยความหมาย จึงได้พิจารณาโปรแกรมต่าง ๆ และเห็นว่า GSP เป็นโปรแกรมหนึ่งที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนักและเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพสามารถทำให้นักเรียนเรียนรู้อคณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตร พัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการจินตนาการ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง สสวท. จึงซื้อลิขสิทธิ์โปรแกรม GSP จากบริษัท Key Curriculum Press และ แปลเป็นภาษาไทยเพื่อให้ครูสามารถใช้โปรแกรมในการสอน และ นักเรียนสามารถใช้ในการเรียนรู้ได้ง่าย และสะดวก

เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550, หน้า 35) กล่าวว่าโปรแกรม GSP มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

1. การสร้างความเข้าใจเกี่ยวเรขาคณิต ดรีโกณมิติ พีชคณิตและแคลคูลัสและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในวิชาวิทยาศาสตร์ เกี่ยวกับกลศาสตร์และวิชาศิลปะ
2. การนำเสนอเป็นรูปแบบการเคลื่อนที่ที่ทำให้กระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจและตื่นเต้นและสามารถทำความเข้าใจหรือการหาคำตอบด้วยตนเองได้จากสำรวจกิจกรรมต่าง ๆ
3. สามารถสร้างงานได้หลากหลายรูปแบบตามจินตนาการของผู้ใช้ การนำเสนอด้วยกราฟิกสวยงาม เพิ่มสีสันการนำเสนอด้วยสีพาราเมตริก (parametric color) และการออกแบบกิจกรรมได้ง่ายต่อการใช้งาน
4. มีฟังก์ชันคำนวณและฟังก์ชันต่าง ๆ สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ง่ายต่อการประยุกต์หรือดัดแปลงเพื่อประกอบการสอน
5. ผู้ใช้สามารถบูรณาการไปสู่กิจกรรมทางเรขาคณิตบนเว็บ (web-based) ได้
6. สามารถสร้างรูปที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ได้ง่าย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, หน้า 1-85) กล่าวว่าโปรแกรม GSP มีความสามารถในการสร้างสื่อการสอนวิชาเรขาคณิต และวิชาอื่น ๆ เช่น ฟิสิกส์ เป็นต้น และลักษณะการใช้งานเบื้องต้นดังต่อไปนี้

1. การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต ในการสร้างรูปเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานของการศึกษาเรขาคณิตนั้น สามารถทำได้ด้วยวงเวียน และสันตรง การใช้ โปรแกรม GSP ในการ

ช่วยสอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตนี้ สามารถตรวจสอบร่องรอยการสร้างได้จากคำสั่งแสดงสิ่งที่ซ่อนไว้ทั้งหมด การสร้างรูปเรขาคณิตต้องอาศัยความรู้เรื่องการสร้างพื้นฐาน 6 แบบ ดังนี้

1.1 การสร้างส่วนของเส้นตรงที่ยาวเท่ากับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

1.2 การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

1.3 การสร้างมุมที่มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนดให้

1.4 การแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้

1.5 การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายนอกมายังเส้นตรงที่กำหนดให้

1.6 การสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดจุดหนึ่งบนเส้นตรงที่กำหนดให้

2. การสร้างตารางความสัมพันธ์ โปรแกรม GSP มีสมบัติที่เอื้อให้ครูใช้สร้างตารางความสัมพันธ์เพื่อช่วยในการสอนเนื้อหาต่าง ๆ

3. การแปลงทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตประกอบไปด้วย การสะท้อน การหมุน การเลื่อนขนาน และการย่อ/ขยาย ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการสร้างรูปเรขาคณิตต่าง ๆ ได้สะดวกมากขึ้น

4. การสร้างกราฟ โปรแกรม GSP สามารถสร้างกราฟได้อย่างง่ายดาย ทำให้นักเรียนได้สำรวจลักษณะของกราฟเมื่อมีค่าของตัวแปร เปลี่ยนแปลงไปโดยไม่ต้องสร้างรูปกราฟขึ้นมาใหม่ เช่น กราฟสมการเชิงเส้น กราฟของพาราโบลา กราฟของภาคตัดกรวย กราฟฟังก์ชัน

5. การสร้างรูปสามมิติ โปรแกรม GSP สามารถสร้างเป็นรูปสามมิติได้และสามารถเคลื่อนไหว (animation) ให้เห็นลักษณะของรูปได้รอบด้านสามมิติในระนาบแกน x , y และ z

6. การพิสูจน์ทางเรขาคณิต โปรแกรม GSP สามารถแสดงการพิสูจน์ทางเรขาคณิตเพื่อสร้างความเข้าใจให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดี เช่นการพิสูจน์เกี่ยวกับพีระมิด

อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547, หน้า 14-16) ได้กล่าวถึงความสามารถของ โปรแกรม GSP ดังนี้

1. ด้านศิลปะ และการเคลื่อนไหว (art/animation) โปรแกรม GSP สามารถที่จะนำเครื่องมือมาสร้างรูปต่าง ๆ และสามารถใช้คำสั่ง เพื่อที่จะทำให้รูปดังกล่าว เคลื่อนไหวได้ตามที่ต้องการ ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ไม่เคยปรากฏมาก่อน

2. วิชาแคลคูลัส (calculus) ในวิชาแคลคูลัสสามารถใช้โปรแกรม GSP คำนวณหาปริมาตรของกล่องซึ่งเกิดจากการตัดมุมทั้งสี่ของกระดาษ ซึ่งเราจะเห็นการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของกล่องดังกล่าวเมื่อมีการเคลื่อนไหว และนอกจากนี้ยังสามารถใช้โปรแกรม ดังกล่าวสร้างกราฟจากสมการต่าง ๆ ได้

3. วงกลม (circles) ในโปรแกรม GSP สามารถที่จะใช้เครื่องมือ สร้างวงกลมที่ต้องการและสามารถที่จะวัดหาความยาวของรัศมี เส้นรอบวง และคำนวณหาพื้นที่ได้

4. ภาคตัดกรวย (conic section) ในภาคตัดกรวยโปรแกรม GSP สามารถที่จะสร้างวงกลม (circle) วงรี (ellipse) พาราโบลา (parabola) และ ไฮเพอร์โบลา (hyperbola) โดยการเคลื่อนที่จะทำให้เห็นรอยรอย (trace) ของกราฟ ซึ่งจะให้เห็นรูปร่าง ๆ ได้ตามความต้องการ

5. การเขียนกราฟและการหาจุดโคออร์ดิเนตในเรขาคณิต (graphing/coordinate geometry) ในการเขียนกราฟจากรูปสมการต่าง ๆ

6. เส้นตรงและมุม (line and angles) ในการสร้างเส้นตรงและมุมโดยการใช้โปรแกรม GSP สามารถทำได้โดยง่าย ซึ่งเมื่อได้ทำการสร้างเส้นตรงและมุมเสร็จแล้วสามารถที่จะวัดขนาดส่วนของเส้นตรงและมุมดังกล่าวได้ ด้วยความสามารถและสมบัติดังกล่าวทำให้สรุปเนื้อหา และทฤษฎีเกี่ยวกับเรื่องเส้นตรงและมุมได้

7. รูปสามเหลี่ยม (triangles) เมื่อสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยการใช้โปรแกรม GSP สามารถที่จะใช้คำสั่งในโปรแกรมเพื่อคำนวณหาความยาวของด้านแต่ละด้าน มุมแต่ละมุม และคำนวณหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมย่อมไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นเมื่อโยกจุดยอดของสามเหลี่ยมไปอยู่ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ โดยที่ความสูงเท่าเดิมพื้นที่ของสามเหลี่ยมย่อมคงที่เสมอ นอกจากนี้ยังสามารถหาจุดออร์โทเซนเตอร์ (orthocenter) ของสามเหลี่ยมได้อีกด้วย

8. ตรีโกณมิติ (trigonometry) ในการหาฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรม GSP กระทำได้โดยสร้างวงกลมหนึ่งหน่วย (unit circle) เมื่อกำหนดมุม A ก็สามารหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม A ได้ตามต้องการ

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547, หน้า 22-24) กล่าวถึงความสามารถของ GSP ไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการให้คำจำกัดความเรื่องกราฟ และความแตกต่างของเครื่องมือที่สมบูรณ์แบบซึ่งพัฒนาให้ใช้ได้กับวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรขาคณิต ตรีโกณมิติ พีชคณิตและแคลคูลัส อีกทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ ในวิชาวิทยาศาสตร์ เกี่ยวกับกลศาสตร์ และวิชาศิลปะ

2. รูปแบบการเคลื่อนที่ (animation) ทำให้มีความยืดหยุ่นและง่ายต่อการใช้

3. สามารถใช้งานได้หลากหลายด้วยเครื่องมือลักษณะพิเศษเฉพาะ และสร้างแฟ้มเอกสารทางอิเล็กทรอนิกส์ การนำเสนอ การออกแบบกิจกรรม การแบ่งผลงาน และแก้ไขในเรื่องการคำนวณ สามารถดัดแปลงให้สามารถใช้งานได้ง่าย เป็นต้น

4. การใช้การคำนวณและฟังก์ชันต่าง ๆ ง่ายต่อการดัดแปลงรูป(split verge)

5. ผู้ใช้สามารถบูรณาการไปสู่กิจกรรมทางเรขาคณิตบนเว็บ (web – base)

6. สามารถใช้ได้ทั้งระบบปฏิบัติการวินโดว (Window) และแมคอินทอช (Macintosh)

7. สามารถสร้างรูปที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น
8. เพิ่มกราฟิกให้มีสีสันของวัตถุ ตัวอักษร และพื้นหลังที่น่าประทับใจ
9. ใช้เพิ่มสีในมิติพิเศษ (parametric color) ในมุมมองที่มากขึ้น ทำให้ง่ายต่อการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนการสอนทั้งในระดับเริ่มต้นและระดับสูง
10. สามารถเลือกวัตถุ (multiple objects) ได้ง่ายมากขึ้น
11. สร้างรูปเพื่อศึกษาทฤษฎีของยุคคิดและนอกระบบยุคคิดได้ โดยใช้เมนูคำสั่งเครื่องมือการวาดภาพในกล่องเครื่องมือ และคำสั่งในเมนูการสร้าง
12. ปรับเปลี่ยนรูปโดยใช้คำสั่ง transformation menu ในการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน การย่อขยาย แบบทำซ้ำ เพื่อกำหนด จำนวน และบอกปริมาณต่างๆ
13. การป้อนข้อมูลผลการวิเคราะห์ทางเรขาคณิต เพื่อให้แสดงรูปในการสร้างกราฟในระบบแกนมุมฉาก หรือโพลาร์
14. กำหนดและแสดงอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่างๆ ทั้งในรูปของกราฟและสัญลักษณ์
15. สร้างภาพเคลื่อนไหวเพื่อแสดงกราฟ ของฟังก์ชันไซน์และสำรวจเอกลักษณ์ตรีโกณมิติได้และการใช้งานของโปรแกรม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548, หน้า 2 - 4) กล่าวว่า GSP เป็นโปรแกรมอเนกประสงค์ ขอบเขตของการใช้ขึ้นอยู่กับจินตนาการของผู้ใช้ ตัวอย่างที่สามารถทำได้โดยใช้ โปรแกรม GSP

1. การสำรวจและการสอนทฤษฎีบททางเรขาคณิต ในหนังสือเรขาคณิตมักเต็มไปด้วยทฤษฎีบท สัจพจน์ บทแทรก บทตั้ง (lemma) และบทนิยาม ซึ่งมีหลากหลายอย่างที่ยากที่จะเข้าใจหรือแม้จะเข้าใจก็ไม่ลึกซึ้ง วิธีที่จะให้เข้าใจทฤษฎีบทที่ยากๆ หรือวิธีการสอนเรื่องยากในชั้นเรียน คือ การใช้ โปรแกรม GSPสร้างแบบจำลองต่าง ๆ

2. การนำเสนอในชั้นเรียน แบบร่างที่นำเสนอเป็นเอกสารของ โปรแกรม GSP ที่ได้ออกแบบไว้สำหรับการนำเสนอไปยังกลุ่มบุคคลต่าง ๆ เช่น นักเรียน เพื่อนร่วมชั้นเรียน หรือครู โดยปกติแบบร่างที่นำเสนอจะมีภาพกราฟิกที่สวยงาม เคลื่อนไหวได้ มีปุ่มแสดงการทำงานต่าง ๆ และมีเนื้อหาได้หลายหน้า ครูสามารถใช้ โปรแกรม GSP ให้เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพ ถึงแม้ว่าจะไม่สามารถสอนในห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ได้ทุกวัน แต่ก็สามารถนำมาสาธิตในห้องเรียนที่มีคอมพิวเตอร์เพียงเครื่องเดียวพร้อมเครื่องฉาย LCD ได้ นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถนำงานที่สร้างในแบบร่างมาเสนอในชั้นเรียน หรือทำรายงานตลอดจนทำแฟ้มผลงานต่าง ๆ ได้

3. การศึกษารูปต่าง ๆ จากหนังสือเรียนเมื่อเราชำนาญในการใช้ โปรแกรม GSP แล้ว จะพบว่าในการสร้างรูปต่าง ๆ บนจอคอมพิวเตอร์ จะใช้เวลาน้อยกว่าการสร้างด้วยมือ นอกจากนั้นในการสร้างรูปด้วย โปรแกรม GSP ยังได้เปรียบตรงที่สามารถทำให้รูปนั้น

เคลื่อนไหวได้ และสำรวจการเปลี่ยนแปลงได้ ดังนั้นควรพิจารณาใช้ ในการสร้างและศึกษารูปในหนังสือเรียนและในการทำการบ้าน

4. ใช้ โปรแกรม GSP ในรายวิชาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ โปรแกรม GSP เป็นเครื่องมือที่จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในรายวิชาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นนักเรียนหรือครู เช่นในพีชคณิต สามารถใช้ ตรวจสอบความชันและสมการของเส้นตรง ตรวจสอบสมบัติพาราโบลา และหัวข้ออื่น ๆ ที่สำคัญอีกหลายหัวข้อ ในวิชา algebra และ pre - calculus ทั้งนักเรียนและครู สามารถสำรวจการเคลื่อนไหวของวงรีของฟังก์ชันด้วยการใช้คำสั่งต่าง ๆ จากเมนูกราฟ ใช้กับวิชาตรีโกณมิติ ในวิชาแคลคูลัส ใช้สำรวจอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ด้วยการสร้างเส้นสัมผัสเส้นโค้ง และใช้คำสั่งอนุพันธ์ หรือ สำรวจปริพันธ์โดยการสร้างพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง นอกจากนี้ โปรแกรม GSP ยังสามารถใช้ประโยชน์ในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับวิทยาลัย เช่นวิชา non-Euclidean geometry หรือหัวข้อต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูง

5. การสร้างแฟร็กทัล (fractal) แฟร็กทัลเป็นรูปเรขาคณิตที่สวยงามสะดุดตาซึ่งพบเห็นได้ในธรรมชาติ และเป็นรากฐานที่สำคัญของโปรแกรมคอมพิวเตอร์กราฟิกหลาย ๆ โปรแกรม แฟร็กทัลเป็นรูปเรขาคณิตที่คล้ายกับตัวเอง มันจะดูเหมือนกันไม่ว่าจะขยายในมุมมองใด ๆ การสร้างแฟร็กทัลเริ่มจากการสร้างรูปร่าง ๆ แล้วทำซ้ำรูปเดิมแต่ให้มีขนาดเล็กลง ๆ การใช้คำสั่งทำซ้ำของ GSP ช่วยให้สามารถสร้างแฟร็กทัลนี้ หรือ การสร้างแบบอื่น ๆ ที่ใช้กระบวนการทำซ้ำได้

6. การวาดภาพที่ได้สัดส่วนเหมือนจริงและรูปศิลปะทางเรขาคณิตแบบต่าง ๆ หากต้องการทำบัตรอวยพร หรือต้องการออกแบบพื้นหลังบน webpage ให้ได้ภาพที่สวยงามไม่ซ้ำแบบใคร สามารถใช้เครื่องมือในเมนูการแปลงของ โปรแกรม GSP ร่วมกับเครื่องมือจากเมนูแสดงผล และจากที่อ่าน ๆ ก็จะช่วยให้เราสร้างภาพได้อย่างวิจิตรงดงาม ดึงดูดใจ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่าโปรแกรม GSP มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สร้างรูปเรขาคณิตพื้นฐาน สามารถมองเห็นการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ของรูปได้โดยง่าย สะดวกและรวดเร็ว
2. การนำเสนอเป็นรูปแบบการเคลื่อนที่ที่ทำให้กระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจและตื่นเต้น และสามารถทำความเข้าใจหรือการหาคำตอบด้วยตนเองได้จากสำรวจกิจกรรมต่าง ๆ
3. สามารถสร้างงานได้หลากหลายรูปแบบตามจินตนาการของผู้ใช้ การนำเสนอด้วยกราฟิกสวยงามเพิ่มสีสันการนำเสนอด้วยสีพาราเมตริก (parametric color) และการออกแบบกิจกรรมได้ง่ายต่อการใช้งาน
4. การสร้างความเข้าใจเกี่ยวเรขาคณิต ตรีโกณมิติ พีชคณิตและแคลคูลัสและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในวิทยาศาสตร์ เกี่ยวกับกลศาสตร์และวิชาศิลปะ

5. มีฟังก์ชันคำนวณและฟังก์ชันต่าง ๆ เขียนกราฟ สำหรับการสอนคณิตศาสตร์
ง่ายต่อการประยุกต์หรือตัดแปลงเพื่อประกอบการสอน

3. การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GSP

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการใช้สื่อโปรแกรม GSP ในการสอนคณิตศาสตร์
มีผู้วิจัยได้นำเสนอขั้นตอนการสอนไว้หลายท่านดังนี้

วรรณวิภา สุขเกษียรติ (2542, หน้า 6) ได้พัฒนาบทเรียนเรขาคณิตโดยใช้
โปรแกรม GSP โดยมีกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิด จินตนาการ ด้วยการลงมือ
ปฏิบัติเอง โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. สำรวจ โดยสำรวจตามแนวทางที่แนะไว้เพื่อมองหาความสัมพันธ์
2. ตั้งข้อาคาดเดา เป็นการบันทึกของนักเรียนที่คิดว่าเป็นไปได้ในรูปเรขาคณิตที่มี
เงื่อนไขตามกำหนด
3. การสืบเสาะหาเหตุผล เป็นการตรวจสอบข้อาคาดเดาที่ตั้งไว้ โดยพิจารณาจาก
รูปเรขาคณิตที่สร้างไว้
4. สรุปเนื้อหาโดยครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนตอบข้อซักถามและสรุปเนื้อหาที่ได้
จากการปฏิบัติ

สุจิตรา มุสิกะเจริญ (2542, หน้า 40) ได้ใช้โปรแกรม GSP ในการสอนคณิตศาสตร์
โดยมีลักษณะการจัดกิจกรรมดังนี้

1. ช้่นนำ นักเรียนทบทวนความรู้เดิมโดยใช้ไฟล์สำเร็จรูป สรุปเนื้อหาที่ผ่านมา
2. ช้่นสอน
 - 2.1 ช้่นสร้างรูป ให้นักเรียนสร้างรูปในเรื่องที่เรียน หรือใช้ไฟล์สำเร็จรูปที่ครู
เตรียมไว้ในกรณีที่ต้องสร้างรูปที่ซับซ้อน
 - 2.2 ทดลอง(ลองผิดลองถูก)นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนในใบงานนั้น ๆ เช่น
วัดมุม โยกรูป เพื่อให้นักเรียนค้นพบสมบัติต่าง ๆ ด้วยตนเอง
 - 2.3 ช้่นสรุป นักเรียนสรุปเรื่องที่นักเรียนทำได้
3. ช้่นสรุป ครูให้นักเรียนเปิดไฟล์ ซึ่งเป็นข้อสรุปของเนื้อหาในแต่ละชั่วโมง
อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์ (2542, หน้า 41) ได้ใช้โปรแกรม GSP ประกอบกับกิจกรรม
การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ช้่นคือ
 1. ช้่นสำรวจ ให้นักเรียนใช้รูปจากไฟล์ สำเร็จรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น หรือนักเรียน
อาจสร้างรูปเองในการสำรวจค่าต่าง ๆ เช่น ขนาดของมุม ความยาวของเส้นตรง
 2. ช้่นตั้งข้อาคาดเดา เป็นช้่นที่มีข้อความขึ้นมาและมีข้อความในวงเล็บให้นักเรียน
เลือก โดยนักเรียนนักเรียนพิจารณาจากกิจกรรมช้่นสำรวจ
 3. ช้่นสืบเสาะหาเหตุผล เป็นการตรวจสอบข้อาคาดเดา โดยการโยกรูปเคลื่อนไหวรูป
และให้นักเรียนให้เหตุผล ในกรณีที่ข้อาคาดเดาของนักเรียนไม่ถูก

4. **ขั้นสรุปผล** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสรุปผลจากการทำกิจกรรมที่ผ่านมาทั้ง 3 ขั้น
วัชรสันต์ อินธิสาร (2547, หน้า 67) ได้จัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์โดยให้
นักเรียนใช้โปรแกรม GSP โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. **ขั้นนำ** เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนโดยใช้ไฟล์สำเร็จรูปและใช้
การถามตามสรุปเนื้อหาคาบที่ผ่านมา

2. **ขั้นสอน** นักเรียนเรียนเนื้อหาใหม่โดยทำกิจกรรมตามใบงานมีขั้นตอน คือ

2.1 **ขั้นการสร้างรูป** ให้นักเรียนสร้างรูปโดยใช้โปรแกรม GSP

2.2 **ขั้นการทดลอง**(เพื่อหาข้อค้นพบ) หลังจากนักเรียนสร้างรูปแล้ว ให้
นักเรียนปฏิบัติตามใบงานโดยใช้เครื่องมือในโปรแกรมวัดขนาดหรือความยาว นักเรียนสังเกต
วิเคราะห์สิ่งที่ค้นพบ

2.3 **ขั้นสรุปข้อค้นพบ** นักเรียนนำข้อค้นพบ ที่ได้มาสรุปเป็นหลักการ

3. **ขั้นสรุป** นักเรียนเปิดไฟล์สำเร็จรูป ซึ่งเป็นข้อสรุปของเนื้อหาหลังการเรียน
นัยนา บุญสมร (2550, หน้า 22) ได้สรุปว่าการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม
GSP มีขั้นตอนดังนี้

1. **ขั้นนำ** เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมให้กับนักเรียนโดยใช้คำถาม หรือไฟล์
สำเร็จรูป

2. **ขั้นสอน** มีขั้นตอนย่อย ดังนี้

2.1 **ขั้นสำรวจ** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนใช้ไฟล์สำเร็จรูปในการสำรวจค่าต่าง ๆ ที่ได้

2.2 **ขั้นตั้งข้อคาดเดา** ซึ่งจะเป็นขั้นที่มีข้อความหรือคำถามให้นักเรียนตอบ
โดยนักเรียนต้องพิจารณาจากกิจกรรมการสำรวจในขั้นที่ 1 เพื่อนำมาตอบในขั้นข้อคาดเดา

2.3 **ขั้นสืบเสาะหาเหตุผล** เป็นขั้นตรวจสอบข้อคาดเดาโดยให้นักเรียนปฏิบัติ
ตามขั้นตอนในใบงาน

2.4 **ขั้นสรุปผล** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสรุปข้อค้นพบจากการทำกิจกรรมใน 3
ขั้นที่ผ่านมา มาสรุปเป็นหลักการ

3. **ขั้นสรุป** ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้โดยใช้ไฟล์สำเร็จรูปสรุปเนื้อหา
เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550, หน้า 6) จัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่
ใช้โปรแกรม GSP ประกอบด้วยขั้นตอนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน คือ

1. **ขั้นสำรวจ (exploration)** เป็นขั้นสำรวจค่าหรือลักษณะต่าง ๆ ของรูปภาพที่มี
การเคลื่อนไหวได้ โดยนักเรียนเป็นผู้สำรวจด้วยการลาก (drag) ค่าของตัวแปรเลื่อนไปมาจาก
ไฟล์สำเร็จรูปที่ผู้วิจัยได้สร้างโดยใช้โปรแกรม GSP

2. **ขั้นตั้งข้อคาดเดา (conjecture)** เป็นขั้นที่จะมีข้อความขึ้นต้นและข้อความใน
วงเล็บมาให้นักเรียนเลือก การเลือกนั้นนักเรียนจะต้องพิจารณาจากกิจกรรมที่สำรวจตามข้อ 1
เพื่อนำมาตอบในขั้นตั้งข้อคาดเดา

3. ขั้นสืบเสาะหาเหตุผล (investigation) เป็นการตรวจสอบข้อคาดเดาโดยใช้สื่อที่สร้างจากโปรแกรม GSP ซึ่งเป็นไฟล์สำเร็จรูปโดยการลาก (drag) ค่าของตัวแปรเลื่อนไปมาแล้วตรวจสอบว่า รูปที่เกิดขึ้นถูกต้องตามข้อคาดเดาหรือไม่

4. ขั้นสรุปผล (conclusion) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสรุปผลที่ได้จากการทำกิจกรรมจากขั้นตอนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GSP ดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่าการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GSP สำหรับนักเรียนในระดับประถมศึกษาควรมีขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นขั้นครูชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ ทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนโดยใช้คำถามหรือไฟล์สำเร็จรูป

2. ขั้นสอน มีขั้นตอนย่อยดังนี้

2.1 ขั้นสำรวจ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนศึกษาบทเรียนและใช้ไฟล์สำเร็จรูปในการสำรวจค่าต่าง ๆ ที่ได้

2.2 ขั้นตั้งข้อคาดเดา เป็นขั้นที่มีข้อความหรือคำถามให้นักเรียนตอบโดยพิจารณาความเป็นไปได้ตามเงื่อนไขที่กำหนด เพื่อนำมาตอบในขั้นข้อคาดเดา

2.3 ขั้นสืบเสาะหาเหตุผล เป็นการตรวจสอบข้อคาดเดาว่าถูกต้องหรือไม่โดยนักเรียนปฏิบัติขั้นตอนตามใบงาน

2.4 ขั้นสรุปผล เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสรุปข้อค้นพบจากการทำกิจกรรมในขั้นที่ผ่านมา แล้วทำแบบฝึกหัด เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่เป็นหลักการ

3. ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้โดยใช้ไฟล์สำเร็จรูปนำเสนอสิ่งที่ค้นพบไปตอบคำถามหรืออธิบายใบงานแล้วนำเสนอ และร่วมกันสรุปอีกครั้ง

ทักษะการเชื่อมโยง

1. ความหมายของทักษะการเชื่อมโยง

กรมวิชาการ (2545 ก , หน้า 203) กล่าวว่า ทักษะการเชื่อมโยง คือ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อนั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้เรื่องเซตในการให้คำจำกัดความบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามลำดับในรูปของฟังก์ชัน นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหาเช่น เรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรมในทางศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

ศศิธร แก้วรักษา (2547, หน้า 15-16) ได้ศึกษาความหมายของการเชื่อมโยง คือ

การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกัน ไปสัมพันธ์กัน ให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชารวมทั้งพืชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนของผู้เรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้อำนาจที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่นวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจ และทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง และตรงกับสภาพชีวิตจริง

พงศธร มหาวิจิตร (2550, หน้า 30) กล่าวว่าทักษะ/กระบวนการด้านการเชื่อมโยง หมายถึง ความสามารถในการผสมผสานแนวคิด/ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสิ่งต่างๆ ทั้งกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ด้วยกัน เนื้อหาศาสตร์อื่นๆ รวมทั้งสถานการณ์ต่างๆ ในชีวิตประจำวัน เพื่อประยุกต์ใช้ให้เป็นประโยชน์ในการดำรงชีวิตได้อย่างเหมาะสม

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่าทักษะการเชื่อมโยง หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ สามารถระลึกถึงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มา แล้วนำความรู้เหล่านั้นมาใช้เชื่อมโยงในการเรียนและวิชาอื่น ๆ ได้โดยสามารถแก้ปัญหาในกิจกรรมที่ครูผู้สอนกำหนดขึ้น หรือนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

2. การพัฒนาทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(2551, หน้า34-36)กล่าวว่า กระบวนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ นั้น ต้องเน้นที่การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย และใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์

ในการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อจำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเซตในการให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่างๆ คือ บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลัง และผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

ในการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ

เพื่อให้นักเรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และการนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

เพื่อให้นักเรียนได้มีการปฏิบัติจริง และมีทักษะกระบวนการการเชื่อมโยงความรู้ที่ผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้นักเรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและนักเรียน ให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน ผู้สอนอาจเปิดประเด็นให้นักเรียนได้มีการอภิปรายต่อในเรื่องนี้ได้อีกในประเด็นที่ว่า ในชีวิตจริงแล้วก่อนตัดสินใจลงทุนทำกิจการใด ผู้ลงทุนจะไม่พิจารณาเฉพาะค่าเช่าเพียงอย่างเดียว ต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่น ๆ ด้วย เช่น สภาพแวดล้อม ความสะดวกในการเข้าออกที่ดินอยู่ใกล้หรือไกลจากบริษัทเพียงใด ประเด็นเหล่านี้จะช่วยทำให้นักเรียนมีความคิดพิจารณาที่กว้างขึ้นสามารถนำความคิดเช่นนี้ไปประยุกต์ในชีวิตจริงได้ เป็นการส่งเสริมทักษะกระบวนการการให้เหตุผล ความคิดสร้างสรรค์ ส่งเสริมคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ในด้านการคิดอย่างถี่ถ้วนรอบคอบ กล้าแสดงความคิดเห็นและคิดอย่างมีวิจารณ์ญาณอีกด้วย

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics , [NCTM.] 2000, p. 360) กล่าวว่า นักเรียนควรได้รับโอกาสในการปฏิสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทั้งในโรงเรียน และในสังคมปัจจุบันมากขึ้น ครูคณิตศาสตร์ต้องค้นคว้าร่วมมือกับครูในวิชาอื่นเพื่อสำรวจแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปยังปัญหาอื่นซึ่งเกิดขึ้นในห้องเรียนการรวมคณิตศาสตร์เข้าไปในเนื้อหาซึ่งให้สัญลักษณ์และกระบวนการที่มีประโยชน์ เป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญของมาตรฐานทั้งหมด ทำให้นักเรียนมองเห็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้เข้าใจมันได้

ทักษะการเชื่อมโยงมีประโยชน์ในการแก้ปัญหา การอภิปราย และแบบจำลองข้อเท็จจริงในโลก การสื่อสารความคิดและข้อมูลที่ซับซ้อนในลักษณะที่ละเอียดและชัดเจน นอกจากนี้การนำเสนอปัญหาจะช่วยให้มองสิ่งต่าง ๆ ได้ทั่วและชัดเจนขึ้นทำให้นักเรียนอธิบายปัญหาและหาคำตอบได้ ถ้านักเรียนเป็นผู้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องฝึกให้นักเรียนปรับเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายขึ้น และตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างมุมมองที่แตกต่างกัน การเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างได้หลายแนวทางเมื่อนักเรียนศึกษาหัวข้อหนึ่งสามารถนำไปประยุกต์ในหัวข้ออื่นได้โดยการเชื่อมโยงปรากฏออกมาขณะนักเรียนทำคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น

1. ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่สามารถช่วยให้เข้าใจในการดำเนินการของเศษส่วน การนำเสนอข้อมูล การแก้ปัญหาสัดส่วน การหาตัวประกอบและความน่าจะเป็น
2. บทเรียนเรื่องการวัดต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างสูตรและแก้ปัญหา โดยใช้แนวคิดทางเรขาคณิต การวัด และพีชคณิต นักเรียนจะได้แนวคิดใหม่ ๆ กระบวนการ และ

ทักษะ จากการแก้ปัญหา แล้วสามารถรวบรวมแนวคิดและความคิดรวบยอดเพื่อส่งเสริมความเชื่อมั่นของนักเรียนในความคิดของเขาเอง

เนื้อหาส่งเสริมทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อการเชื่อมโยง แต่ครูจะต้องหาโอกาสในการช่วยเหลือนักเรียนให้สร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ปัญหาที่สร้างขึ้นต้องเป็นปัญหาที่เน้นให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เอาใจใส่ต่อการตระหนัก และการสร้างความเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อ จะค่อย ๆ ซึมซาบเข้าไปในตัวนักเรียน ซึ่งคาดหมายว่าแนวคิดที่พวกเขาเรียนรู้จะเป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาและค้นคว้าความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ

กรมวิชาการ (2545 ข, หน้า 202-202) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้ และมีพื้นฐานในการนำไปศึกษาต่อ นั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้เรื่องเซตในการให้คำจำกัดความ หรือบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันแล้ว ยังมี การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้เรื่องเลขยกกำลัง และยังมี การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง การตวง วัด การคำนวณระยะทาง และเวลาที่ใช้ในการเดินทาง

สมบัติ แสงทองคำสุก (2545, หน้า 40-44) กล่าวว่า การเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนผัง สัญลักษณ์ และ ภาษา รูปแบบการแสดงความคิดรวบยอดและความเข้าใจเนื้อหาต่าง ๆ ให้รวมกันเป็นหลักการทางคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และโลกแห่งความเป็นจริง

จากแนวคิดดังกล่าวสรุปได้ว่าการพัฒนาทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยงมีความสำคัญ ครูจะต้องจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ครูต้องสามารถตอบคำถามของนักเรียนได้อย่างเหมาะสม สามารถออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ จัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้นักเรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ พยายามให้นักเรียนได้ใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนมีความตระหนักและเชื่อมั่นในคุณค่าของคณิตศาสตร์ มองคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งที่อยู่ในทุกที่ทุกเวลาและเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อชีวิตเขา

3. แนวทางการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยง

กระทรวงศึกษาธิการ (2544, หน้า 200-202) กล่าวว่าในการจัดการเรียนรู้ให้

ผู้เรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

ทรงชัย อักษรคิด (2548, หน้า 33-40) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอน ครูผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้โดยการเชื่อมโยงเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตเป็นอยู่ประจำวัน ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือกำหนดสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอเพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือ เห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

การส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ นั้น มีองค์ประกอบที่สำคัญ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องของเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะกระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้อง
4. มีทักษะในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจและสามารถแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

พงศธร มหาวิจิตร (2550, หน้า 31) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

สรุปว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเชื่อมโยงควรบูรณาการความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์โดยนำความรู้ หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ ตลอดจนนำไปประยุกต์ใช้ในการดำรงชีวิต และการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนตระหนัก เข้าใจ และเห็นความสัมพันธ์ของแนวคิดการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ร่วมกัน สามารถใช้การเชื่อมโยงองค์ความรู้ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และสร้างแนวคิดต่าง ๆ เพื่อให้ได้องค์ความรู้ใหม่ ตลอดจนตระหนักและประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในเนื้อหาวิชาอื่น ๆ

บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

1. ความหมายของบทเรียนปฏิบัติการ

มีผู้ให้ความหมายของบทเรียนปฏิบัติการ ไว้ดังนี้

ลาวัลย์ พลกล้า (2523, หน้า 6 -11) ที่กล่าวว่า บทเรียนปฏิบัติการ เป็นสื่อการเรียนการสอนแบบหนึ่งที่ทำให้นักเรียนได้เรียนจากการที่ได้ทำจริง ๆ เป็นการเรียนตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์ นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ (laboratory direction) ทำการทดลอง บันทึกข้อมูล แล้วสรุปหาข้อความจริง สูตรกฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากข้อมูลเหล่านั้น อาจจะเป็นการปฏิบัติเพื่อหาข้อมูล สร้างสรรค์ เสาะหากระบวนการหรือหาคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับ รวีวรรณ ชุมชัย(2537, หน้า 98) ที่กล่าวว่า บทเรียนปฏิบัติการ (laboratory lessons) เป็นสื่อการเรียนการสอนชนิดหนึ่งที่ใช้ในวิธีการสอนแบบปฏิบัติการครูต้องจัดหาบทเรียนต่าง ๆ พร้อมทั้งวัสดุอุปกรณ์ที่จำเป็นเตรียมไว้ให้พร้อม สื่อการเรียนการสอนที่ใช้สำหรับวิธีการสอนแบบปฏิบัติการมีหลายรูปแบบ เช่น บทเรียนปฏิบัติการ (laboratory lesson) บทเรียนกิจกรรม(activity lesson), บทเรียนโปรแกรม (program text) ,บัตรงาน (work card , work sheet) ,บัตรปัญหา (problem card) และ เกม เป็นต้น

วัฒนศิริ ชมหมู (2548, หน้า 21) กล่าวว่า บทเรียนปฏิบัติการ เป็นสื่อการเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนได้เรียนจากการที่ได้ทำจริง นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ ทำการทดลอง บันทึกข้อมูล แล้วหาข้อสรุปจากข้อมูลเหล่านั้น สรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตนเอง

มาลิณี พูลศรี (2549, หน้า 7) กล่าวว่า บทเรียนปฏิบัติการเป็นสื่อการเรียนการสอนแบบหนึ่งที่ทำให้นักเรียนได้เรียนจากการที่ได้ทำจริง เป็นการเรียนตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์ นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ (laboratory direction) ทำการทดลอง บันทึกข้อมูล แล้วสรุปหาข้อความจริง สูตร กฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากข้อมูลเหล่านั้น เป็นการปฏิบัติเพื่อหาข้อมูล สร้างสรรค์เสาะหากระบวนการหรือคำตอบ การเรียนจากบทเรียนปฏิบัติการนั้นนักเรียนจะต้องเป็นผู้กระทำการเพื่อหาข้อเท็จจริง ข้อสรุป กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตนเอง นักเรียนจะได้รับการฝึกฝนตนเองหลายๆ ด้าน เช่น การอ่านข้อปฏิบัติและทำความเข้าใจ การหาข้อมูล การจัดข้อมูล การพิจารณาข้อมูลเพื่อหาความเกี่ยวข้อง การหาข้อสรุป วินัยในการทำงาน ความรับผิดชอบ โดยที่นักเรียนต้องปฏิบัติกิจกรรมจากบัตรงาน บัตรปัญหา บทเรียนปฏิบัติการนี้อาจใช้สอน

นักเรียนแบบรายบุคคลหรือกลุ่มย่อยก็ได้ เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติจริง รู้จักค้นคว้าหาวิธีการและกระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเองจนค้นพบข้อสรุป สูตร หรือคำตอบและเกิดการเชื่อมโยงความรู้สู่การนำไปใช้ในชีวิตประจำวันและเกิดความภาคภูมิใจ อีกทั้งยังเป็นการสร้างเจตคติที่ดีของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ อันจะนำไปสู่การทำให้นักเรียนเรียนอย่างมีความสุขและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น

สรุปได้ว่าบทเรียนปฏิบัติการ หมายถึง สื่อการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องมุมและส่วนของเส้นตรง เส้นขนาน และรูปสี่เหลี่ยม สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยนักเรียนต้องศึกษาและลงมือปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนในบทเรียนโดยครูเป็นผู้คอยแนะนำและช่วยเหลือให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนรู้

2. ประโยชน์ของบทเรียนปฏิบัติการ

อุษา คำประกอบ (2530, หน้า 33) ได้ศึกษาประโยชน์ของบทเรียนปฏิบัติการและสรุปไว้ ดังนี้

1. ผู้เรียนสามารถทดสอบตนเองว่ามีความสามารถอยู่ในระดับใด หลังจากนั้นก็เริ่มต้นเรียนในสิ่งที่ตนเองไม่ทราบทำให้ไม่ต้องเสียเวลากลับมาเรียนในสิ่งที่ผู้เรียนรู้อแล้ว
2. ผู้เรียนสามารถนำบทเรียนไปที่ไหนก็ได้ตามความพอใจ โดยไม่จำกัดในเรื่องของเวลา สถานที่
3. เมื่อเรียนจบแล้วผู้เรียนสามารถทดสอบด้วยตนเองได้ทันทีเวลาไหนก็ได้ และได้ทราบผลการเรียนของตนเองทันทีเช่นกัน
4. ผู้เรียนมีโอกาสได้พบปะหารือกับผู้สอนมากขึ้น เพราะผู้เรียนเรียนด้วยตนเองครูก็มีเวลาให้คำปรึกษากับผู้มีปัญหาในขณะที่ใช้บทเรียนปฏิบัติการ
5. ผู้เรียนจะได้คะแนนเท่าไร ขึ้นอยู่กับความสามารถของผู้เรียนหรือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ไม่มีคำว่าสอบตกสำหรับนักเรียนเมื่อเรียนไม่สำเร็จ แต่จะให้ผู้เรียนกลับไปศึกษาเรื่องเดิมใหม่ จนผลการเรียนได้มาตรฐานตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้

ลาวัลย์ พลกล้า (2523, หน้า 3) กล่าวว่า การเรียนจากบทเรียนปฏิบัติการนั้น

1. ช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้นๆ เกิดจินตนาการและความคิดสร้างสรรค์ ในการหาขบวนการและวิธีการต่าง ๆ
2. นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เข้ากับโลกภายนอกห้องเรียนหรือชีวิตจริงเพราะคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเรียนนั้น เรียนจากกิจกรรมที่ปฏิบัติจริงทำให้เกิดมโนภาพในเรื่องนั้น ๆ
3. การเรียนจากการปฏิบัติจริงนักเรียนจะเกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้ทำให้เกิดความสามารถในการถ่ายโยง (transfer) การเรียนรู้
4. บรรยายภาคในชั้นเรียนจะเป็นแบบนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนทุกคนต้องคิดต้องทำ ถ้าเป็นกลุ่มย่อยต้องมีการแสดงความคิดเห็น รับผิดชอบต่องานของตนและของกลุ่ม

4. อุปกรณ์ที่ใช้
5. การจัดกลุ่ม
6. การปฏิบัติการ
7. แบบบันทึกข้อมูลและการสรุปผลการปฏิบัติ
8. บัตรงาน เป็นสื่อการสอนที่ประกอบด้วยสาระ ต่อไปนี้
 - 8.1 เนื้อหาหรือสูตรที่จะนำไปใช้
 - 8.2 ตัวอย่าง
 - 8.3 โจทย์ที่จะให้นักเรียนทำ
 - 8.4 คำเฉลย

สรุปได้ว่า องค์ประกอบของบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ประกอบด้วย

1. คู่มือการใช้ หรือคำชี้แจงในการใช้บทเรียนเพื่อให้ผู้ใช้ได้ศึกษาและปฏิบัติตาม
2. จุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนทราบจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละเรื่องที่จะได้รับจากการเรียนรู้และปฏิบัติ
3. สาระการเรียนรู้ ได้แก่ความรู้ หรือทักษะที่ต้องการให้เกิดกับนักเรียนและสามารถนำความรู้เหล่านั้นมาใช้เชื่อมโยงในการเรียนคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ ได้
4. สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุเกี่ยวกับ สื่อ/อุปกรณ์และแหล่งเรียนรู้ในการจัดกิจกรรมหรือใช้ประกอบกับบทเรียนปฏิบัติการ เช่น ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ โปรแกรมที่ใช้
5. กิจกรรมการเรียนรู้ เป็นการเสนอขั้นตอนการจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนศึกษาและปฏิบัติเพื่อนำไปสู่การเรียนรู้
6. การวัดผลประเมินผล เป็นการระบุวิธีการหรือเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลและประเมินผล ได้แก่ แบบฝึกหัด แบบทดสอบ แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรม เพื่อจะได้ทราบว่านักเรียนประสบความสำเร็จหรือเกิดการเรียนรู้หรือไม่

4. ขั้นตอนการสร้างบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

ลาวัลย์ พลกล้า (2523, หน้า 14 – 17) กล่าวว่า การสร้างบทเรียนปฏิบัติการเป็นงานที่ละเอียด ผู้สร้างต้องตั้งจุดประสงค์ให้ชัดเจนว่า ต้องการให้นักเรียนทำอะไร เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปอะไรและการทำงานนั้นต้องอาศัยความสามารถอะไรบ้าง ข้อปฏิบัติในการทดลองนั้น ควรเลือกให้เหมาะกับวัยและความสามารถของนักเรียน ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1. เลือกหัวข้อเรื่อง หัวข้อเรื่องที่น่ามาสร้างเป็นบทเรียนปฏิบัติการนั้น ควรเลือกเรื่องที่มีความสำคัญและเป็นพื้นฐานในการเรียนต่อไป เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียนอย่าให้ยากจนเกินไปจนทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอย เนื้อหาของเรื่องควรเป็นประเภทที่

สามารถหาข้อสรุปจากการสังเกต (empirical) หรืออาศัยวิธีอุปมาน (inductive) เช่น เรื่องเกี่ยวกับรูป และรูปทรงเรขาคณิต สมบัติของรูป และ รูปทรงต่าง ๆ หัวข้อเรื่องเหล่านี้เราสามารถจัดประสบการณ์นำไปสู่การเรียนรู้ที่ใช้สัญลักษณ์ที่เป็นแบบแผนและเป็นระบบเชิงนามธรรม

2. เขียนความคิดรวบยอดหรือเนื้อหา หรือทักษะที่ต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้ การกำหนดความคิดรวบยอดของแต่ละเรื่องแต่ละปฏิบัติการ เป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งเพราะต้องยึดเป็นหลักในการกำหนดข้อปฏิบัติ

3. เลือกอุปกรณ์ที่จะให้นักเรียนใช้ในกิจกรรม

4. กำหนดข้อปฏิบัติ(lab direction)การเขียนข้อปฏิบัติการในการทดลองควรเป็นคำสั่งในการสั่งงานอย่างมีระบบ ควรเขียนให้เป็นข้อ ๆ อย่างชัดเจน และเรียงไปตามลำดับ

5. จัดกลุ่ม ครูต้องคิดว่างานที่จะให้นักเรียนทำนักเรียนต้องทำทุกคนหรือ ทำเป็นกลุ่มถ้างานที่ให้ทำนั้นไม่มากนักก็ควรให้ทำทุกคน แต่ถ้าต้องหาข้อมูลมาก และ ต้องการฝึกการทำงานเป็นกลุ่ม ควรระบุไว้ในบทเรียนด้วยว่าให้ทำกลุ่มละกี่คน แต่ถ้าไม่ได้ระบุถือว่าเป็นงานสำหรับนักเรียนรายบุคคล

6. การจัดเก็บข้อมูล

7. สรุปผลการทดลองและการนำไปใช้

ศิริพร หงส์พันธุ์ (2542, หน้า 126) กล่าวว่า การสร้างบทเรียนปฏิบัติการเป็นขั้นตอนของการกำหนดรายละเอียดทั้งหมดของกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งควรจะต้องมีการสำรวจและกำหนดเส้นทางที่ชัดเจน กำหนดจุดที่จะให้นักเรียนทำการศึกษาในพื้นที่โดยแต่ละจุดจะต้องมีรายละเอียดของวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม แนวคิดรวบยอด องค์ประกอบของความรู้ สื่อ และกิจกรรมที่จะใช้และ เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินผลตามวัตถุประสงค์ของบทเรียนปฏิบัติการ

สรุปการสร้างบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง มีขั้นตอน คือ

1. เลือกเนื้อหาของบทเรียนให้เหมาะสมกับการนำมาสร้างเป็นบทเรียนปฏิบัติการ โดยเน้นการให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติ

2. เขียนจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ที่ต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้

3. ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้

4. สร้างและกำหนดสื่อที่ใช้ประกอบบทเรียน

5. สร้างเครื่องมือและเกณฑ์การวัดและประเมินผล

6. ทดลองใช้โดยครูหรือนักเรียน แก้ไขปรับปรุงให้เหมาะสม

จากที่กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง หมายถึง สื่อการเรียนการสอนที่เป็นบทเรียนโดยใช้โปรแกรม GSP ที่ผู้วิจัย

สร้างขึ้น เพื่อให้ให้นักเรียนศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมในบทเรียนและเรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติ ตามขั้นตอน โดยใช้คอมพิวเตอร์และโปรแกรม GSP เป็นสื่อประกอบการเรียนรู้ โดยครูเป็นผู้ คอยแนะนำและช่วยเหลือ เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ เรียนรู้แล้วไปใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ทางคณิตศาสตร์ด้วยกัน ได้แก่ เรื่อง มุมและส่วนของ เส้นตรง เส้นขนาน และรูปสี่เหลี่ยม และมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้เรียนรู้กับศาสตร์ อื่น ๆ หรือนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

5. ประสิทธิภาพของบทเรียนปฏิบัติการ

เมฆิญา กิจระการ (2544, หน้า 44-51) กล่าวถึงประสิทธิภาพของสื่อการเรียนการสอนว่า หมายถึง ความสามารถของบทเรียนในการสร้างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้ผู้เรียนเกิด การเรียนรู้ตามจุดประสงค์ถึงระดับเกณฑ์ที่คาดไว้ ประสิทธิภาพที่วัดออกมาจะพิจารณาจาก เปอร์เซ็นต์การทำแบบฝึกหัดหรือกระบวนการปฏิสัมพันธ์กับเปอร์เซ็นต์การทำแบบทดสอบเมื่อ จบบทเรียน

การหาประสิทธิภาพของสื่อการเรียนการสอนใด ๆ มีกระบวนการที่สำคัญอยู่ 2 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนการหาประสิทธิภาพตามวิธีการหาประสิทธิภาพเชิงเหตุผล (rational approach) และขั้นตอนการหาประสิทธิภาพตามวิธีการหาประสิทธิภาพเชิงประจักษ์ (empirical approach) ทั้งสองวิธีนี้ต้องทำควบคู่กันไป จึงจะมั่นใจได้ว่าสื่อหรือเทคโนโลยีการเรียนการสอน ที่ผ่านกระบวนการหาประสิทธิภาพจะเป็นที่ยอมรับได้ โดยมีรายละเอียด (เมฆิญา กิจระการ, 2544, หน้า 46-51) ดังนี้

1. วิธีการหาประสิทธิภาพเชิงเหตุผล(rational approach) กระบวนการนี้เป็นการ หาประสิทธิภาพโดยใช้หลักของความรู้และเหตุผลในการตัดสินคุณค่าของสื่อการเรียนการสอน โดยอาศัยผู้เชี่ยวชาญ (panel of experts) เป็นผู้พิจารณาตัดสินคุณค่า ซึ่งเป็นการหาความ เทียงตรงเชิงเนื้อหา(content validity) และความเหมาะสมในด้านความถูกต้องของการนำไปใช้ (use ability) ผลจากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนนำมาหาประสิทธิภาพ ผู้เชี่ยวชาญจะ ประเมินสื่อการเรียนการสอนตามแบบประเมินที่สร้างขึ้นในลักษณะของแบบสอบถามชนิด มาตรฐานส่วนประมาณค่า (rating scale) (นิยมใช้มาตรฐานส่วนประมาณค่า 5 ระดับ) นำค่าเฉลี่ยที่ได้ จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนไปแทนค่าในสูตร สำหรับค่าเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญที่ ยอมรับจะต้องอยู่ในระดับมากขึ้นไป คือ ค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3.50 – 5.00 ค่าที่คำนวณได้ต้องสูงกว่า ค่าที่ปรากฏในตาราง ตามจำนวนของผู้เชี่ยวชาญจึงจะยอมรับว่าสื่อมีประสิทธิภาพ ถ้าได้ค่าไม่ ถึงเกณฑ์ที่กำหนดจะต้องปรับปรุงแก้ไขสื่อและนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาใหม่

2. วิธีการหาประสิทธิภาพเชิงประจักษ์ (empirical approach) วิธีการนี้จะนำสื่อ ไปทดลองใช้กับกลุ่มนักเรียนเป้าหมาย การหาประสิทธิภาพของสื่อ เช่น บทเรียนคอมพิวเตอร์ (CAI) บทเรียนโปรแกรม ชุดการสอน แผนการสอน แบบฝึกทักษะ เป็นต้น ส่วนมากใช้วิธีการ หาประสิทธิภาพด้วยวิธีนี้

2.1 เกณฑ์ 75/75 ในความหมายที่ 1 ตัวเลข 75 ตัวแรก (E1) คือ นักเรียนทั้งหมดทำแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบย่อยได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75 ถือเป็นประสิทธิภาพของกระบวนการ ส่วน 75 ตัวหลัง (E2) คือ นักเรียนทั้งหมดที่ทำแบบทดสอบหลังเรียน (Posttest) ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75

2.2 เกณฑ์ 75/75 ในความหมายที่ 2 ตัวเลข 75 ตัวแรก (E1) คือ จำนวนนักเรียนร้อยละ 75 ทำแบบทดสอบหลังเรียน ได้คะแนนร้อยละ 75 ทุกคน ส่วนตัวเลขตัวหลัง (E2) คือนักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนครั้งนี้ ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75

2.3 เกณฑ์ 75/75 ในความหมายที่ 3 ตัวเลข 75 ตัวแรก (E1) คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมด ทำแบบทดสอบหลังเรียนได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75 ส่วนตัวเลขตัวหลัง (E2) คือ คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75 ที่นักเรียนทำเพิ่มขึ้นจากแบบทดสอบหลังเรียนโดยเทียบคะแนนที่ทำได้ก่อนการเรียน

2.4 เกณฑ์ 75/75 ในความหมายที่ 4 ตัวเลข 75 ตัวแรก (E1) คือ นักเรียนร้อยละ 75 ทำแบบทดสอบหลังเรียน ได้คะแนนร้อยละ 75 ทุกคน ส่วนตัวเลขตัวหลัง (E2) คือ นักเรียนทั้งหมด ทำแบบทดสอบหลังเรียนแต่ละข้อถูกมีจำนวนร้อยละ 75

แนวคิดในการหาประสิทธิภาพที่ควรคำนึง มีดังนี้

1. สื่อการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น ต้องมีการกำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังเพื่อการเรียนการสอนอย่างชัดเจน และสามารถวัดได้
2. เนื้อหาของบทเรียนที่สร้างขึ้น ต้องผ่านกระบวนการวิเคราะห์สาระการเรียนรู้ตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของการเรียนการสอน
3. แบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบ ต้องมีประสิทธิภาพความเที่ยงตรงของสาระการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ของการสอนที่ได้วิเคราะห์ไว้ ส่วนความยากง่ายและอำนาจจำแนกของแบบฝึกหัดและแบบทดสอบควรมีการวิเคราะห์เพื่อนำไปใช้กำหนดค่าน้ำหนักของคะแนนในแต่ละข้อคำถาม
4. จำนวนแบบฝึกหัดต้องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ และต้องมีแบบฝึกหัดและข้อคำถามในแบบทดสอบครอบคลุมทุกผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของการสอน จำนวนแบบฝึกหัดและข้อคำถามในแบบทดสอบไม่ควรน้อยกว่าจำนวนวัตถุประสงค์

การคำนวณหาประสิทธิภาพสื่อการเรียนการสอนนี้เป็นผลรวมของการหาคุณภาพ (quality) ทั้งเชิงปริมาณที่แสดงเป็นตัวเลข (quantitative) และเชิงคุณภาพ (qualitative) ที่แสดงเป็นภาษาที่เข้าใจ ดังนั้นประสิทธิภาพของสื่อการเรียนการสอนในที่นี้จึงเป็นองค์รวมของประสิทธิภาพ (efficiency) ในความหมายของการทำในสิ่งที่ถูก (do the thing right) นั้นหมายถึง การเรียนอย่างถูกต้องตามกระบวนการของการเรียนด้วย CAI และการมีประสิทธิผล (effectiveness) ในความหมายของการทำสิ่งที่ถูกต้องให้เกิดขึ้น (get the right Thing done) นั้นหมายถึง ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามผลการเรียนรู้ถูกต้องถึงระดับเกณฑ์ที่คาดหวัง ทั้ง

ประสิทธิภาพและประสิทธิผลนั้นจะนำไปสู่การมีคุณภาพ ซึ่งมักนิยมเรียกรวมกันเป็นที่เข้าใจสั้น ๆ ว่า ประสิทธิภาพของสื่อการเรียนการสอน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ และคณะ (2521, หน้า 49 - 52) ได้กล่าวว่า การทดสอบ ประสิทธิภาพของสื่อการเรียนการสอน ต้องดำเนินการเป็นขั้นตอนดังนี้

1. แบบเดี่ยว (1:1) นำชุดการสอนไปทดลองใช้กับนักเรียน 1 - 3 คน โดยทดลอง กับนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน การทดลองแต่ละครั้งต้องปรับปรุงสื่อการสอนให้ดีขึ้น
2. แบบกลุ่ม (1:10) นำ ชุดการสอนที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองกับนักเรียน 6 - 10 คนที่มีความสามารถคละกัน แล้วทำ การปรับปรุงให้ดีขึ้น
3. ภาคสนาม (1:100) นำชุดการสอนไปทดลองใช้ในชั้นเรียนที่มีนักเรียนตั้งแต่ 30 - 100 คน หากการทดสอบภาคสนามให้ค่า E1 และ E2 ไม่ถึงเกณฑ์ที่ตั้งไว้จะต้องปรับปรุง ชุดการสอนและทำการทดสอบหาประสิทธิภาพซ้ำอีก

จันทร์ฉาย เดมิยาการ (2533, หน้า 90) อธิบายขั้นตอนการหาประสิทธิภาพ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทดลองกับผู้เรียน 3 คน โดยใช้กับเด็กที่เรียนอ่อน ปานกลางและเรียนเก่ง คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุงให้ดีขึ้น

ขั้นที่ 2 ทดลองกับผู้เรียนเป็นกลุ่ม จำนวน 6-10 คน (ละผู้เรียนเก่งกับอ่อน) คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุงให้ดีขึ้นอีก ในขั้นนี้คะแนนของผู้เรียนจะต้องได้เกณฑ์เท่า เกณฑ์ที่ตั้งไว้

ขั้นที่ 3 ทดลองกับผู้เรียนเป็นกลุ่มใหญ่ตั้งแต่ 40-100 คน คำนวณหา ประสิทธิภาพแล้วปรับปรุงให้ดีขึ้น ผลลัพธ์ที่ได้ไม่ควรใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งเอาไว้มีข้อแม้ว่า ต้องไม่ต่ำกว่าเกณฑ์เกินกว่า 2.5 เปอร์เซนต์

การที่จะกำหนดเกณฑ์ E_1/E_2 ให้มีค่าเท่าใดนั้นให้ผู้สอนเป็นผู้พิจารณาตามความ พอใจ แต่โดยปกติเนื้อหาที่เป็นความรู้มักจะต้องเอาไว้ดังนี้ 80/80 , 85/85 , 90/90 ส่วนเนื้อหา ที่เป็นทักษะอาจตั้งไว้ต่ำกว่านี้คือ 75/75 (จันทร์ฉาย เดมิยาการ, 2533 หน้า 90) สอดคล้องกับ เมธิญ กิจระการ (2544, หน้า 51) ที่กล่าวว่าเกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินเพื่อหาประสิทธิภาพของ สื่อการเรียนการสอนจะนิยมตั้งเป็นตัวเลข 3 ลักษณะ คือ 75/75 85/85 และ 90/90 ขึ้นอยู่กับ ธรรมชาติวิชาและเนื้อหาที่นำมาสร้างสื่อ นั้น ถ้าเป็นวิชาที่ค่อนข้างยากก็อาจตั้งเกณฑ์ไว้ 75/75 หรือ 85/85 สำหรับวิชาที่มีเนื้อหาง่าย ก็อาจตั้งเกณฑ์ไว้ 90/90 เป็นต้น นอกจากนี้ยังตั้งเกณฑ์ เป็นค่าความคาดเคลื่อนไว้เท่ากับร้อยละ 2.5 นั่นคือ ถ้าตั้งเกณฑ์ไว้ที่ 90/90 เมื่อคำนวณแล้ว ค่าที่ถือว่าใช้ได้คือ 87.5/87.5 หรือ 87.5/90 เป็นต้น

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ประสิทธิภาพของสื่อการเรียนการสอน หมายถึง ความสามารถของสื่อในการสร้างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่าง จุดประสงค์หรือเกณฑ์ที่คาดหวังไว้ ประสิทธิภาพที่วัดออกมาจะพิจารณาจากเปอร์เซ็นต์ในการ

ทำแบบฝึกหัดหรือกระบวนการปฏิสัมพันธ์กับเปอร์เซ็นต์การทำแบบทดสอบเมื่อจบบทเรียน แสดงค่าตัวเลข 2 ตัว E1/E2 เช่น 70/70, 75/75, 80/80, 85/85, 90/90 ในการดำเนินการสร้าง บทเรียนให้มีประสิทธิภาพจะต้องมีจุดประสงค์ เนื้อหาสาระ กระบวนการเรียนรู้ เกณฑ์มาตรฐาน และการประเมินผลเป็นองค์ประกอบสำคัญจึงจะทำให้เกิดประสิทธิภาพได้ เนื่องจากธรรมชาติ ของคณิตศาสตร์ มีเนื้อหาที่เป็นทักษะ เนื้อหาส่วนใหญ่เป็นนามธรรม เข้าใจยาก ผู้วิจัยจึงตั้ง เกณฑ์ประสิทธิภาพของบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะเชื่อมโยง 75/75

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1. ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นักวิชาการให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ดังนี้

อารีย์ วชิรวาการ (2542, หน้า 59-64) ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ว่าหมายถึง ผลที่เกิดขึ้นจากการเรียนการสอน การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ทั้งใน โรงเรียนที่บ้าน สิ่งแวดล้อมอื่น ๆ

อารีย์ คงสวัสดิ์ (2544, หน้า 23) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จความสมหวังในด้านการเรียนรู้ รวมทั้งด้านความรู้ ความเข้าใจ ความสามารถและ ทักษะทางด้านวิชาการของแต่ละบุคคลที่ประเมินได้จากการทำแบบทดสอบหรือการทำงานที่ ได้รับมอบหมายและผลของการประเมินผลการเรียนรู้ทางด้านการเรียนนั้นจะให้แยกกลุ่มของ นักเรียนที่ถูกประเมินออกเป็นระดับต่าง ๆ เช่น สูง กลาง และต่ำ เป็นต้น

อัญชญา โพธิ์พลากร (2545, หน้า 93) กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่ง ประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัด ผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบทดสอบนั้น สอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ความคิด (cognitive domain)

เจษฎ์สุดา หนูทอง (2546, หน้า 24) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ว่า หมายถึงความรู้หรือทักษะที่ได้รับจากการเรียนการสอน ที่พัฒนาขึ้นมาเป็นลำดับขั้น ในวิชา ต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้ว

นัยนา บุญสมร (2550, หน้า 26) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้หรือทักษะที่พัฒนามาจากการเรียน สามารถวัดได้โดยใช้ทดสอบหรือคะแนนที่ครูให้

กูด (Good. 1973, p, 103) ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง ความรู้ที่ได้รับหรือทักษะที่พัฒนามาจากการเรียนใน สถานศึกษา โดยปกติวัดจากคะแนนที่ครูเป็นผู้ให้หรือจากแบบทดสอบ หรืออาจารย์รวมทั้งคะแนนที่ ครูเป็นผู้ให้และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบ

จากความหมายดังกล่าวสรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จ ในด้านต่าง ๆ เช่น ความรู้ ทักษะการ กระบวนการ ความสามารถในการแก้ปัญหา การนำไปใช้

และการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ เป็นต้น รวมถึงประสิทธิภาพที่ได้จากการเรียนรู้ซึ่งได้รับมาจากการสอน การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่างๆ สามารถวัดได้โดยกระบวนการวัดและประเมินผลของครู ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ ความสามารถ ทักษะกระบวนการในการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องมุมและส่วนของเส้นตรง เส้นขนาน รูปสี่เหลี่ยม ซึ่งพิจารณาจากคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิด 4 คำเลือก ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งครอบคลุมเนื้อหาที่กำหนดและผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้ว

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ความหมายทั่วไปของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (achievement test) นั้นมีผู้ให้ความหมายไว้หลายท่าน ดังนี้

ล้วน สายยศ,และอังคณา สายยศ (2538, หน้า 171)ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอ (paper and pencil test) กับให้นักเรียนปฏิบัติจริง (performance test)

ศิริชัย กาญจนวาสี (2548, หน้า 64) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง เครื่องมืออย่างหนึ่งออกแบบไว้สำหรับวัดความรู้ หรือทักษะที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนในช่วงเวลาหนึ่ง

บุญชม ศรีสะอาด (2545, หน้า53) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (achievement test) หมายถึง แบบทดสอบที่วัดความรู้ความสามารถของบุคคลในด้านวิชาการ ซึ่งเป็นผลจากการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระตามจุดประสงค์ของวิชาหรือเนื้อหาที่สอบนั้นโดยทั่วไปจะวัดผลสัมฤทธิ์ในวิชาต่าง ๆ ที่เรียนในโรงเรียน วิทยาลัย มหาวิทยาลัย หรือสถาบันการศึกษาต่าง ๆ

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2548, หน้า28) ให้ความหมายของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ว่าแบบทดสอบความรู้เชิงวิชาการ มักใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เน้นการวัดความรู้ความสามารถจากการเรียนรู้ในอดีตหรือในสภาพปัจจุบันของแต่ละบุคคล

สมนึก ภัททิยธนี และอรนุช ศรีสะอาด (2548, หน้า 53) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดสมรรถภาพสมองค์ด้านต่าง ๆ ที่ผู้เรียนได้รับการเรียนรู้มาแล้วมีอยู่เท่าใด

พิชิต ฤทธิ์จรรยา (2549, หน้า 95 – 96) สรุปความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ว่าเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ทักษะ และความสามารถทางวิชาการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้มาแล้วว่าบรรลุความสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้เพียงใด

นัยนา บุญสมร (2550, หน้า 27) จากความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ความสามารถเชิงวิชาการจากเนื้อหาที่ได้

เรียนรู้มาแล้ว

จากความหมายข้างต้นสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึงเครื่องมือที่ใช้วัดหรือตรวจสอบความสามารถของผู้เรียนทั้งด้านความรู้และทักษะจากการที่ได้เรียนรู้มาแล้วเพื่อให้ทราบผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

3. ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

พร้อมพรรณ อุคมสิน (2544, หน้า 81) ได้กล่าวว่าแบบทดสอบถ้าแบ่งตามชนิดของข้อสอบจะแบ่งได้เป็นแบบอัตนัย (essay) และแบบปรนัย (objective) ซึ่งประกอบด้วยข้อสอบชนิดต่างๆดังนี้

1. แบบอัตนัย (essay type) ได้แก่
 - 1.1 แบบคำตอบสั้นหรือแบบจำกัดคำตอบ
 - 1.2 แบบเรียงความ
 - 1.3 แบบปากเปล่า
2. แบบปรนัย (objective type) ได้แก่
 - 2.1 แบบคำตอบสั้น
 - 2.1.1 คำเดียวสัญลักษณ์หรือสูตร
 - 2.1.2 หลายคำหรือวลี
 - 2.2 แบบถูกผิด
 - 2.3 แบบเลือกตอบ
 - 2.4 แบบจับคู่

อรนุช ศรีสะอาด สมบัติ ห้ายเรือคำ, และทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน (2549, หน้า 38) ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ไว้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ หมายถึงแบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ของนักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้มาแล้ว อาจแบ่งได้ 2 ประเภท คือแบบทดสอบที่ครูสร้างและแบบทดสอบมาตรฐาน ส่วนแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นมีดังนี้

1. แบบทดสอบแบบอัตนัย (subjective or essay test)
2. แบบทดสอบแบบถูกผิด (true – false test)
3. แบบทดสอบแบบเติมคำ (completion test)
4. แบบตอบสั้น ๆ (short answer test)
5. แบบทดสอบแบบจับคู่ (matching test)
6. แบบทดสอบแบบเลือกตอบ (multiple choice test)

สมนึก กัททิตยธนี (2549, หน้า 63) ได้แบ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็น 2 ประเภท

1. แบบทดสอบที่ครูสร้าง (teacher made test) หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผล

สัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน เป็นการทดสอบความรู้ของนักเรียนที่เรียนมาแล้ว ว่ามีความรู้มากแค่ไหน บทพร่องในส่วนตัว หรือเป็นการวัดเพื่อที่จะดูความพร้อมที่จะเรียนในเนื้อหาใหม่ จะไม่นำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มอื่น

2. แบบทดสอบมาตรฐาน (standardized test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาวิชา หรือจากครูที่สอน มีการวิเคราะห์และปรับปรุงเพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบจนมีคุณภาพและมาตรฐานแล้วสร้างเกณฑ์ปกติ (norm) ของแบบทดสอบ ซึ่งแบบทดสอบมาตรฐานมีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบคุณภาพต่าง ๆ ของนักเรียนที่ต่างกลุ่มกัน และมีมาตรฐานในด้านการดำเนินการสอบ วิธีให้คะแนนและการแปลผลของคะแนน

จากการศึกษาค้นคว้าสามารถสรุปได้ว่า ชนิดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีการแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐาน ถ้าแบ่งตามชนิดของข้อสอบจะแบ่งได้เป็นแบบอัตนัย และแบบปรนัย ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ต้องเลือกชนิดของแบบทดสอบให้เหมาะสมกับเนื้อหา ลักษณะที่ต้องการวัดนักเรียน

4. การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2538, หน้า 183 - 184) ได้กำหนดขั้นตอนในการสร้างข้อสอบไว้ดังนี้

1. สํารวจความมุ่งหมายและบันทึกพฤติกรรมจากความมุ่งหมายนั้น
2. สํารวจเนื้อหาวิชาที่สอนตามความมุ่งหมายนั้น
3. ให้จำกัดพฤติกรรมที่สำรวจได้จากความมุ่งหมายและเลือกเฉพาะพฤติกรรมที่เด็กสามารถปฏิบัติได้จริงๆ

4. สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรและวัตถุประสงค์ที่จะทำการทดสอบ
5. สร้างคำถามวัดพฤติกรรมนั้นๆ
6. ถ้าข้อสอบนั้นเป็นตอนๆ ก็เอาตอนๆ มารวมเป็นชุดเดียวกัน
7. เขียนคำสั่งคำชี้แจงแต่ละตอนให้ชัดเจน
8. ตรวจสอบข้อบกพร่องอีกครั้ง
9. ให้ผู้มีความรู้เรื่องการสร้างข้อสอบวิพากษ์วิจารณ์
10. ทำเฉลยไว้ให้เรียบร้อย
11. นำข้อสอบไปทดลองสอบ

นอกจากนี้ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2539, หน้า 122 - 124) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบไว้ดังนี้

1. การพิจารณาจุดประสงค์ของการสอบว่าการสอบครั้งนี้มีจุดประสงค์หรือจุดมุ่งหมายอะไร
2. สร้างตารางกำหนดรายละเอียด
3. เลือกแบบของข้อสอบให้เหมาะสม

4. รวมข้อสอบทำเป็นแบบทดสอบ
5. กำหนดวิธีการดำเนินการสอน
6. การประเมินคุณภาพของแบบทดสอบ
7. การนำผลไปใช้ปรับปรุงเป้าประสงค์ของการเรียนรู้

มาเรียม นิลพันธุ์ (2547, หน้า 166) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบ ไว้ดังนี้

1. กำหนดเนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัด เช่น ต้องการทดสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาวิธีวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์ ผู้วิจัยต้องกำหนดเนื้อหาใหญ่และเนื้อหาย่อยที่จะวัดและกำหนดพฤติกรรมที่ต้องการวัด ส่วนใหญ่จำแนกตามแนวคิดของบลูมและคณะ แบ่งออกเป็น 6 ระดับ คือ

- 1) ความรู้ (knowledge)
- 2) ความเข้าใจ (comprehension)
- 3) การนำไปใช้ (application)
- 4) การวิเคราะห์ (analysis)
- 5) การสังเคราะห์ (synthesis)
- 6) การประเมินค่า (evaluation)

2. เลือกชนิดและรูปแบบของแบบทดสอบ ให้เหมาะสมกับจุดประสงค์ เนื้อหา ระยะเวลา ปริมาณผู้ตอบ

3. เขียนข้อความ โดยการเลือกสถานการณ์ที่เป็นตัวแทนของเนื้อหา มาสร้างเป็นสิ่งเร้าเพื่อกระตุ้นให้ผู้ตอบได้ตอบสนองและแสดงพฤติกรรมออกมา

4. ตรวจสอบแก้ไข โดยให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความสอดคล้องของจุดประสงค์และพฤติกรรมที่ต้องการวัด

5. ตรวจสอบความเป็นปรนัย ความยากง่าย คำอ่านซ้ำจำแนก ความเที่ยงตรง และความเชื่อมั่นกับกลุ่มที่มีลักษณะไม่แตกต่างกันจากกลุ่มตัวอย่าง

6. ปรับปรุงแก้ไข

7. นำแบบทดสอบไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

สมนึก ภัททศิษณี (2549, หน้า 67 – 71) กล่าวถึงลักษณะแบบทดสอบที่คุณภาพควรมีลักษณะที่ดี 10 ประการ ดังนี้

1. ความเที่ยงตรง (validity) หมายถึง คุณภาพของแบบทดสอบ ที่สามารถวัดได้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่ต้องการ หรือวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้อย่างถูกต้องแม่นยำ ความเที่ยงตรงจึงเปรียบเสมือนหัวใจสำคัญของแบบทดสอบ ลักษณะความเที่ยงตรงของแบบทดสอบแบ่งออกเป็น 4 ชนิดคือ ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา ความเที่ยงตรงโครงสร้าง ความเที่ยงตรงตามสภาพและความเที่ยงตรงตามการพยากรณ์

2. ความเชื่อมั่น(reliability) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้คงที่คงวาไม่เปลี่ยนแปลง ไม่ว่าจะทำการทดสอบใหม่กี่ครั้งก็ตาม

3. ความยุติธรรม (fair) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบที่ไม่เปิดโอกาสให้มีความได้เปรียบ เสียเปรียบในกลุ่มผู้เข้าสอบด้วยกัน ไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนทำข้อสอบได้โดยการเดา ไม่ให้นักเรียนที่ไม่สนใจในการเรียนทำข้อสอบได้ดี ผู้ที่ทำข้อสอบได้ควรเป็นนักเรียนที่เรียนเก่ง และขยัน

4. ความลึกของคำถาม (searching) ข้อสอบแต่ละข้อจะต้องไม่ถามผิวเผินหรือถามประเภทความรู้ความจำ แต่ต้องถามให้นักเรียนนำความรู้ความเข้าใจไปคิดตัดแปลงแก้ปัญหาจึงจะตอบข้อสอบได้

5. ความยั่วยุ (exemplary) หมายถึง แบบทดสอบที่นักเรียนทำด้วยความสนุกเพลิดเพลินไม่เบื่อหน่าย

6. ความจำเพาะเจาะจง(definition) หมายถึง ข้อสอบที่มีแนวทางหรือทิศทางของการถามและการตอบชัดเจน ไม่คลุมเครือ ไม่แฝงกลเม็ดให้นักเรียนง

7. ความเป็นปรนัย (objective) แบบทดสอบจะเป็นปรนัยจะต้องมีคุณสมบัติ 3 ประการ คือ

7.1 ตั้งคำถามให้ชัดเจน ทำให้ผู้เข้าสอบทุกคนเข้าใจความหมายได้ถูกต้องและตรงกัน

7.2 ตรวจให้คะแนนได้ตรงกัน แม้ว่าจะตรวจหลายครั้งหรือหลายคนก็ตาม

7.3 แปลความหมายของคะแนนได้เหมือนกัน

8. ประสิทธิภาพ(efficiency)หมายถึง แบบทดสอบที่มีจำนวนข้อมากพอประมาณใช้เวลาพอเหมาะ ประหยัดค่าใช้จ่าย จัดทำแบบทดสอบด้วยความประณีต สามารถตรวจให้คะแนนได้อย่างรวดเร็ว รวมถึงการมีสิ่งแวดล้อมในการสอนที่ดี

9. อำนาจจำแนก (discrimination) หมายถึง ความสามารถของข้อสอบในการจำแนกผู้สอบที่มีคุณลักษณะ หรือความสามารถแตกต่างกันออกจากกันได้ ข้อสอบที่ดี จะต้องมอำนาจจำแนกสูง

10. ความยาก (difficulty) หมายถึง จำนวนคนตอบข้อสอบได้ถูกมากน้อยเพียงใด หรืออัตราส่วนของคนตอบถูกกับจำนวนคนทั้งหมดที่เข้าสอบ ขึ้นอยู่กับทฤษฎีที่เป็นหลักยึด เช่น ตามทฤษฎีการวัดแบบอิงกลุ่ม ข้อสอบที่ดีคือข้อสอบที่ไม่ง่ายหรือว่ายากเกินไป หรือความยากง่ายพอเหมาะ ส่วนทฤษฎีการวัดแบบอิงเกณฑ์นั้น ความยากง่ายไม่ใช่สิ่งสำคัญ สิ่งสำคัญอยู่ที่ข้อสอบนั้นได้วัดในจุดประสงค์ที่ต้องการวัดได้จริงหรือไม่ ถ้าวัดได้จริงก็นับว่าเป็นข้อสอบที่ง่ายก็ตาม

สรุป การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เพื่อวัดความรู้ในเนื้อหาและพฤติกรรมที่ได้สอนนักเรียนไปแล้ว ผู้สร้างจะต้องศึกษาวิธีการสร้างและหลักการสร้างเพื่อให้

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีคุณภาพ เหมาะกับเนื้อหาตรงกับหลักสูตร วัดได้ครอบคลุม จุดประสงค์และพฤติกรรมที่ต้องการวัด ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย ชนิด 4 ตัวเลือก เนื่องจากในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นตอนการวัดและประเมินผลได้ใช้วิธีการที่หลากหลายได้แก่ การถาม-ตอบ การสังเกตพฤติกรรม และการให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยการเขียนตอบ

ความพึงพอใจต่อบทเรียนปฏิบัติการ

1. ความหมายของความพึงพอใจ

วอลเลอร์สไตน์ (Wallerstein, 1971, p. 256) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกที่เกิดขึ้นเมื่อได้รับผลสำเร็จตามความมุ่งหมาย และอธิบายว่าความพึงพอใจ เป็นการกระทำทางจิตวิทยาไม่สามารถมองเห็นได้ชัดเจนแต่สามารถคาดคะเนได้ว่ามีหรือไม่มีจากการสังเกตพฤติกรรมเท่านั้น การที่จะทำให้คนเกิดความพึงพอใจจะต้องอาศัยปัจจัยและองค์ประกอบที่เป็นสาเหตุแห่งความพึงพอใจ

ศรีสุตา ญาติปลื้ม (2547, หน้า 69) ได้ให้ความหมายของความพึงพอใจว่า ความพึงพอใจหมายถึง ความรู้สึกรัก ชอบ พอใจ หรือเป็นเจตคติที่ดีของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งเกิดจากการได้รับการตอบสนองความต้องการหรือความคาดหวังในทางที่ดีทั้งด้านวัตถุและด้านจิตใจ เป็นความรู้สึกเมื่อได้รับความสำเร็จความต้องการหรือแรงจูงใจ

กรรณิกา ผาสุข (2549, หน้า 65) ได้กล่าวไว้ว่า ความพึงพอใจเป็นความรู้สึกบวกของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งอันเนื่อง มาจากความสำเร็จ ความสมประสงค์ในสิ่งที่ตนคาดหวังไว้ เป็นความรู้สึกที่สามารถปรับเปลี่ยน ได้เสมอ ขึ้นอยู่กับสภาพการณ์ สภาพแวดล้อม ช่วงเวลาในขณะนั้น ๆ ความพึงพอใจเป็นพลังแห่งการสร้างสรรค์ สามารถกระตุ้นให้เกิดความภาคภูมิใจ มั่นใจที่จะปรับเปลี่ยนพฤติกรรมให้เป็นไปในทางอันพึงปรารถนาได้

วรวรรณ กฤตยากรนุพงศ์ (2551, หน้า 23) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกชอบต่อกิจกรรมที่กระทำ ที่ปรากฏออกมาทางพฤติกรรมและเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ของบุคคล

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึก ทำที่ของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ ในสถานการณ์หนึ่ง ๆ ที่เอนเอียงไปในทางบวก ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่บุคคลแสดงออกมาหลังจากที่ได้รับประสบการณ์ในสิ่งที่ตรงตามความต้องการ หรือเป็นความรู้สึกที่มีความสุขเมื่อได้รับผลสำเร็จตามความมุ่งหมาย ดังนั้น ความพึงพอใจต่อบทเรียนปฏิบัติการ หมายถึง ความรู้สึกพอใจ หรือทำที่ที่นักเรียนมีต่อบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ที่เอนเอียงไปในทางบวก เป็นพฤติกรรมที่แสดงออกมาหลังจากที่

นักเรียนศึกษาครบทุกหน่วยในบทเรียนแล้ว ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความพึงพอใจที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. แนวคิดทฤษฎีเกี่ยวกับความพึงพอใจ

การที่บุคคลจะเกิดความพึงพอใจในการเรียนจะต้องอาศัยปัจจัยหลายอย่างมากระตุ้นให้เกิดความรักหรือทัศนคติที่ดีต่อการเรียน

ศุภศิริ โสมาเกตุ (2544, หน้า 52) ได้กล่าวถึงแนวคิดของ สก็อต (Scott) ในการสร้างแรงจูงใจให้เกิดความพึงพอใจต่อการทำงานที่จะให้ผลทางปฏิบัติมีลักษณะ ดังนี้

1. งานควรมีความสัมพันธ์กับความปรารถนาส่วนตัวงานจะมีความหมายต่อผู้ทำ
2. งานนั้นต้องมีการวางแผนและวัดความสำเร็จได้ โดยใช้ระบบการทำงานและการควบคุมที่มีประสิทธิภาพ

3. เพื่อให้ได้ผลในการสร้างสิ่งจูงใจภายใน เป้าหมายของงานจะต้องมีลักษณะดังนี้

- 3.1 คนทำงานมีส่วนในการตั้งเป้าหมาย
- 3.2 ผู้ปฏิบัติได้รับทราบผลสำเร็จในการทำงานโดยตรง
- 3.3 งานนั้นสามารถทำให้สำเร็จได้

จากแนวคิดของสก็อต (Scott, 1970). ศุภศิริ โสมาเกตุ (2544 หน้า 49) ได้นำมาประยุกต์ใช้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างแรงจูงใจให้เกิดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ได้ ดังนี้

1. ศึกษาความต้องการ ความสนใจ และระดับความสามารถหรือพัฒนาการตามวัยของผู้เรียน
2. วางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างเป็นกระบวนการและมีการประเมินผลอย่างมีประสิทธิภาพ
3. จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมและกำหนดเป้าหมายการทำงานสะท้อนผลงานและการทำงานร่วมกันได้

ไกล่รุ่ง นครวนากุล (2547, หน้า 54) ได้นำแนวคิดพื้นฐานที่เกี่ยวกับความพึงพอใจมาประยุกต์ใช้ในการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เนื่องจากเห็นว่าความพึงพอใจเป็นสิ่งสำคัญในการกระตุ้นให้ผู้เรียนทำงานที่ตีรับมอบหมาย หรือต้องปฏิบัติให้บรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนดังนั้นครูผู้สอนจึงมีบทบาทสำคัญในการสร้างความพึงพอใจให้เกิดขึ้นในผู้เรียน ซึ่งสามารถทำได้หลายวิธีการ ดังนี้

1. จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลายวิธีการเรียนรู้ เพื่อกระตุ้นความสนใจในการเรียนสนใจในการเรียน
2. จัดหาสื่ออุปกรณ์ที่เอื้อต่อการเรียนรู้ เพื่อให้เกิดแรงจูงใจในการเรียน
3. ให้นักเรียนได้รับผลตอบแทนภายใน จากการเรียนรู้ในแต่ละครั้ง โดยการให้รางวัลภายในที่ให้นักเรียนเกิดความรู้สึกที่ดี เช่น ความรู้สึกในความสำเร็จของตนเองที่สามารถเอาชนะความยุ่งยากต่าง ๆ ได้ ความภาคภูมิใจ ความมั่นใจ

4. เมื่อบรรลุวัตถุประสงค์ในการเรียนการสอนแล้ว ผู้สอนอาจให้ผลตอบแทนภายนอก เช่น คำชมเชย รางวัล หรือให้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในระดับที่น่าพึงพอใจ

กวรรณิกา ผาสุข (2549, หน้า 67) กล่าวว่าความพึงพอใจในการเรียนและผลการเรียนจะมีความสัมพันธ์กันในทางบวก ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับกิจกรรมที่นักเรียนได้ปฏิบัตินั้น ทำให้นักเรียนได้รับการตอบสนองความต้องการด้านร่างกายและจิตใจ ซึ่งเป็นส่วนสำคัญที่จะทำให้เกิดความสมบูรณ์ของชีวิต โดยสรุปว่า ความพึงพอใจหมายถึงความรู้สึกพอใจ ชอบใจ ในการร่วมปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนที่นักเรียนมีต่อการเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์

วรวรรณ กฤตยากรนุพงศ์ (2551, หน้า 23) กล่าวว่าบุคคลจะเกิดความพึงพอใจในการเรียนจะต้องอาศัยปัจจัยหลายอย่างมากระตุ้นให้เกิดความรักหรือทัศนคติที่ดีต่อการเรียนนั้น บุคคลจะเกิดความพึงพอใจนั้นจะต้องมีการจูงใจให้เกิดขึ้นแรงจูงใจหรือการจูงใจ (motivation) หมายถึง สภาวะที่อินทรีย์ถูกกระตุ้น หรือถูกผลักดันให้แสดงพฤติกรรม เพื่อไปยังจุดหมายปลายทางที่วางไว้

จากแนวคิดดังกล่าวข้างต้นสรุป ได้ว่า ความพึงพอใจเป็นสิ่งสำคัญที่จะกระตุ้นให้นักเรียนทำงานที่ได้รับมอบหมายหรือต้องการปฏิบัติให้บรรลุวัตถุประสงค์ ความพึงพอใจในการเรียนและผลการเรียน จะมีความสัมพันธ์กันทางบวกทั้งนี้ขึ้นอยู่กับกิจกรรมที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติ ทำให้ผู้เรียนได้รับการตอบสนองความต้องการด้านร่างกายและจิตใจ ซึ่งเป็นส่วนสำคัญที่ทำให้เกิดความสมบูรณ์ของการเรียนรู้ นั่นคือสิ่งที่ครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึงในการจัดกิจกรรมการเรียน เพื่อส่งเสริมความพึงพอใจในการเรียนรู้ให้กับผู้เรียน

3. การวัดความพึงพอใจ

บุญชม ศรีสะอาด (2545, หน้า 66) กล่าวว่าวิธีวัดความพึงพอใจ เป็นการศึกษา ระดับความพึงพอใจของนักเรียนโดยดำเนินการหลังจากนักเรียน ศึกษาบทเรียนปฏิบัติครบทุกหน่วยการเรียนรู้แล้ว โดยใช้แบบสอบถามความพึงพอใจ ซึ่งเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (rating scale) แบ่งระดับความพึงพอใจเป็น 5 ระดับ คือ มากที่สุดมาก ปานกลาง น้อย น้อยที่สุด แล้วหาค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) แล้วนำค่าเฉลี่ยไปเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่ตั้งค่าไว้

ประภาพันท์ พลายจันทร์ (2546, หน้า 6) กล่าวว่าการวัดความพึงพอใจนั้นสามารถทำได้หลายวิธี ดังต่อไปนี้

1. วิธีการใช้แบบสอบถาม โดยผู้ออกแบบสอบถาม ถามเพื่อต้องการทราบความคิดเห็น ซึ่งสามารถกระทำได้ในลักษณะกำหนดคำตอบให้เลือก หรือตอบคำถามอิสระคำถามดังกล่าว อาจจะถามความพึงพอใจในด้านต่าง ๆ

2. วิธีการสัมภาษณ์เป็นวิธีการวัดความพึงพอใจทางตรง ซึ่งต้องอาศัยเทคนิคและวิธีการที่ดี จึงจะได้ข้อมูลที่เป็นจริง

3. วิธีการสังเกต เป็นวิธีการวัดความพึงพอใจโดยการสังเกตพฤติกรรมของบุคคล เป้าหมาย ไม่ว่าจะแสดงออกจากการพูดจา กริยาท่าทาง วิธีนี้ต้องอาศัยการกระทำอย่างจริงจัง และสังเกตอย่างมีระเบียบแบบแผน

ใกล้รุ่ง นครวานากุล (2547, หน้า 70) ได้กล่าวถึงการวัดความพึงพอใจ ว่าเป็น การวัดด้านทัศนคติ หรือเจตคติที่เป็นนามธรรม เป็นการแสดงออกที่ค่อนข้างซับซ้อนยากที่จะ วัดได้โดยตรง ดังนั้น การวัดความพึงพอใจจึงใช้การวัดโดยอ้อมด้วยการวัดความคิดเห็นของ บุคคลเหล่านั้นแทน แต่การวัดความพึงพอใจมีขอบเขตจำกัด คือการวัดจะเกิดความ คลาดเคลื่อนได้ตลอดเวลาที่วัด ถ้าบุคคลแสดงความคิดเห็นไม่ตรงกับความรู้สึกที่แท้จริงซึ่ง ความคลาดเคลื่อนดังกล่าวย่อมเกิดขึ้นได้เป็นธรรมชาติของการวัดทุกๆ ไป

สรุปได้ว่า การวัดความพึงพอใจ เป็นการวัดด้านทัศนคติ หรือเจตคติที่เป็น นามธรรม เป็นการแสดงออกที่ค่อนข้างซับซ้อนยากที่จะวัดได้โดยตรง สามารถใช้เครื่องมือวัด ได้หลายแบบ เช่น วิธีการสังเกต การสัมภาษณ์ การใช้แบบสอบถาม เป็นต้น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

อำนาจ เชื้อนาคำ (2547, หน้า 80) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา 2 กรุงเทพมหานคร พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่องกราฟพาราโบลา หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับ การสอนด้วยโปรแกรม GSP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรทัย ศรีอุทธา (2547, หน้า 59) ได้ทำการวิจัยเรื่องชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังได้รับการสอน ด้วยชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สูง กว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547, หน้า62-102)ได้ทำการวิจัยเรื่องผลการพัฒนามโนทัศน์ ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม GSP โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ ศึกษา เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางเรขาคณิต และ เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนโดยใช้โปรแกรม GSP ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และ มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนโดยใช้โปรแกรม GSP แตกต่าง กันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์สูงและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีเจตคติต่อการเรียน

คณิตศาสตร์ หลังการเรียนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนเรียน ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำมีเจตคติทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญที่ .05

พนารัตน์ แซ่มชื่น (2548, บทคัดย่อ) การศึกษาการสร้างชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องแบบรูปและความสัมพันธ์ มีขั้นตอนการสอนคือ ครูผู้สอนชี้แจงวิธีเรียนแบบปฏิบัติการพร้อมแนะนำสื่อการสอนที่มีอยู่ในชุดกิจกรรม ผู้เรียนศึกษาลำดับขั้นตอนและปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนชุดการสอนแบบปฏิบัติการ ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอผลงานพร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันเป็นขั้นตอนการสรุปแนวคิด ส่วนการประเมินผลโดยการให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบวัดผลการเรียนรู้จากแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่า 1) ชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องแบบรูปและความสัมพันธ์มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ร้อยละ 80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากรับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องแบบรูปและความสัมพันธ์อยู่ในระดับสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วัฒน์ศิริ ชมหมู่ (2548, บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาบทเรียนปฏิบัติการ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนช่องพระนาวิทยา จังหวัดราชบุรี จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของบทเรียนปฏิบัติการ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 และคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม 30 คะแนน อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อุสนา ทิพย์หมัด (2548, หน้า 33 – 34) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP ในเครื่องคำนวณเลขเชิงกราฟกับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างมี 2 กลุ่มกลุ่มละ 35 คน กลุ่มทดลองใช้การสอนโดยใช้โปรแกรม GSP ในเครื่องคำนวณเลขเชิงกราฟและกลุ่มใช้การสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตไม่แตกต่างกัน ส่วนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กรรณิกา ผาสุข (2549, หน้า 111-117) ได้ทำการวิจัยเรื่องการเปรียบเทียบผลการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างการเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์กับการเรียนประกอบโปรแกรม GSP ผลการวิจัยพบว่า

บทเรียนคอมพิวเตอร์ และแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบโปรแกรม GSP มีประสิทธิภาพและประสิทธิผลเหมาะสม สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ บรรลุผลตามจุดมุ่งหมาย มีความสามารถในการแก้ปัญหา สร้างเจตคติที่ดีต่อการเรียน ผู้เรียนมีความพึงพอใจในการเรียนและมีความคงทนในการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

มาลินี พูลศรี (2549, หน้า 108-109) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาผลการเรียนรู้ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้วิธีสอนแบบปฏิบัติการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการเรียนรู้ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนแบบปฏิบัติการ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีผลการเรียนรู้หลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ 2) นักเรียนมีความสามารถในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมากโดย ความสามารถด้านการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดและด้านการให้เหตุผลมีคะแนนเฉลี่ยต่ำลงมาตามลำดับ 3) นักเรียนมีความคิดเห็นต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนแบบปฏิบัติการ อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก คือ ด้านการจัดการเรียนรู้และด้านประโยชน์ที่ได้รับ ส่วนด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้นักเรียนมีความคิดเห็นอยู่ในระดับเห็นด้วยปานกลาง

ชนิตรา จัตราแก้ว (2549, หน้า 85-93) ได้พัฒนาหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตและลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮิลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตที่สร้างขึ้นมีลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮิลเพิ่มขึ้นมากที่สุดในช่วง 2 ซึ่งเป็นการพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตที่สร้างขึ้นมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนเรขาคณิตโดยคะแนนเฉลี่ยหลังการเรียนและก่อนการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ส่วนใหญ่มีความคิดเห็นที่ดีต่อการจัดหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัตและการใช้โปรแกรม GSP มีความเหมาะสมในการเรียนหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิต

เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550, หน้า 92-95) ได้ทำการวิจัยเรื่องการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลาเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม GSP เป็นสื่อกับการจัดกิจกรรมตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม GSP เป็นสื่อมีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรมเป็นสื่อ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลาและความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นัยนา บุญสมร (2550, หน้า 95-96) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างการสอนโดยใช้สื่อโปรแกรม GSP กับวิธีสอนตามปกติ ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อโปรแกรม GSP มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่า นักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อโปรแกรม GSP และนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนตามปกติ มีความสามารถด้าน มิติสัมพันธ์ มีคะแนนจากแบบทดสอบด้วยรูปแบบทางด้านตรงข้ามลูกบาศก์ และจาก แบบทดสอบด้วยรูปแบบหมุนภาพ ไม่แตกต่างกันแต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อ โปรแกรม GSP มีคะแนนความสามารถด้านมิติสัมพันธ์จากแบบทดสอบด้วยรูปแบบซ้อนภาพ สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ เรียนด้วยการสอนโดยใช้สื่อโปรแกรม GSP มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดีกว่านักเรียนที่เรียน ด้วยวิธีสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิมล อยู่พิพัฒน์ (2551, หน้า 69-71) ได้สร้างบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผล การศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาย หลังได้รับการสอนด้วยบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วรวรรณ กฤตยากรนุพงศ์ (2551, หน้า 51-54) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตและซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่านักเรียน ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียน การสอนเรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตและซอฟต์แวร์เรขาคณิต แบบพลวัต สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับ นัยสำคัญ .01 และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องความเท่ากันทุก ประการ โดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตและซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอยู่ในระดับมาก ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องความเท่ากัน ทุกประการ โดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตและซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

งานวิจัยต่างประเทศ

จูลี (July, 2001, p.2060-A) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่มีต่อมโนทัศน์ทางเรขาคณิตในการสร้างรูป และวิเคราะห์รูป เรขาคณิตสองมิติและสามมิติ กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยจัดการเรียนการสอนที่ เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง กระตุ้นให้นักเรียนสำรวจ อภิปราย และสร้างรูปด้วยตนเอง พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรม GSP มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติ โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับนักเรียนกลุ่มต่ำ

มอสส์ (Moss, 2000, p.4317-A) ได้ทำการวิจัยเพื่ออธิบายธรรมชาติของซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ซึ่งใช้เป็นเครื่องมือในการสำรวจในวิชาเรขาคณิตสมัยใหม่ (modern geometry) สำหรับนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย โดยข้อมูลเก็บมาจากการสังเกตในห้องเรียน การสัมภาษณ์ผู้สอน หลักสูตรของนักเรียน แบบฝึกหัดเรขาคณิตที่ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน และการใช้คอมพิวเตอร์ต่างๆ ไป ผลการวิจัยพบว่า ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ไม่เพียงแต่พัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิตเท่านั้น ยังพัฒนาทักษะการใช้คอมพิวเตอร์ทั่วไปด้วย

บาฮาวานด์ (Baharvand, 2001, p.552-A) ได้เปรียบเทียบผลการสอนเรขาคณิตระหว่างสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP เทียบกับการสอนของครูแบบปกติ โดยใช้กระดาษ ดินสอ และครูเป็นผู้บรรยาย โดยกลุ่มควบคุมเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 26 คน ให้ได้รับการสอนของครูแบบปกติ และอีกกลุ่มเป็นกลุ่มทดลองซึ่งนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 24 คน ให้เรียนด้วยเนื้อหาเดียวกับกลุ่มควบคุมแต่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ในการเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนซึ่งเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP มีคะแนนการทำแบบทดสอบหลังการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่าง มีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ .05 นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ต่อเรขาคณิตในทางบวก ซึ่งแสดงให้เห็นว่าซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ฮาร์เปอร์ (Harper, 2002, p.3326-A) ได้ศึกษาการเพิ่มความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตของครูประจำการ โดยมีจุดมุ่งหมายของการศึกษาคือ 1) ครูประจำการมีความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต 2) ศึกษาการแสดงปฏิบัติสัมพันธ์ของครูประจำการเมื่อใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP 3) ศึกษาการเปลี่ยนแปลงความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตของครูที่เกิดขึ้นระหว่างและหลังจากการสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ผลการศึกษาพบว่า ผู้เข้าร่วมสามารถสร้างภาพที่เกิดจากการสะท้อนและหาเส้นสะท้อนโดยอาศัยสมบัติของการสะท้อนได้ ผู้เข้าร่วมที่มีความรู้มากจะใช้เวกเตอร์กำหนดทิศทางและขนาดในการเลื่อนขนาน ผู้เข้าร่วมสามารถบอกจุดหมุนและขนาดของมุมเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพมาให้ได้ ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสามารถตอบสนองได้ทันทีซึ่งช่วยให้ผู้เข้าร่วมสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ ตรวจสอบ และแก้คำตอบได้

ฟลานาแกน (Flanagan, 2002, p.2366-A) ได้ศึกษาวิจัยโดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตซึ่งประกอบด้วยเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการเปลี่ยนขนาด เมื่อผู้สอนใช้เทคโนโลยีเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น GSP และเครื่องคำนวณ TI-92 โดยที่การวิเคราะห์แรกจะมุ่งไปที่วิธีการที่นักเรียนใช้และอธิบายเกี่ยวกับ GSP และเครื่องคำนวณ TI-92

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งซึ่งเกี่ยวกับการแปลง และการใช้ GSP และ เครื่องคำนวณ TI-92 มาเป็นสื่อกลาง ในการเรียนนั้นพบว่าความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับการแปลงมีความสัมพันธ์กับความเข้าใจในเครื่องมือและความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์

เซอร์ (Scher, 2002, p.3326-A) ได้เปรียบเทียบการสร้างรูปเรขาคณิตระหว่างการสร้างรูปในกระดาษและการใช้โปรแกรม GSP โดยการสังเกตและวิเคราะห์จากวิดีโอของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 8 คน เปรียบเทียบเป็นคู่ พบว่าการใช้โปรแกรม GSP ในการจัดการเรียนรู้บทเรียนทางเรขาคณิตส่งผลต่อพฤติกรรมการเรียนรู้บทเรียนทางเรขาคณิตของนักเรียนในเชิงบวกทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้เรขาคณิตได้อย่างมีประสิทธิภาพ

มอยเออร์ (Moyer, 2003, p.3987-A) ได้ศึกษาเพื่อสอบสวนผลของการใช้ชุดซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต คือ GSP ในการสอนวิชาเรขาคณิตเพื่อยกระดับ Van Hiele และเพื่อยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน วิธีการศึกษาใช้การออกแบบกลุ่มควบคุมที่ไม่เท่าเทียมกัน เลือกกลุ่มตัวอย่างที่เกี่ยวข้องจากห้องเรียนเรขาคณิตที่สมบูรณ์จำนวน 4 ห้อง และครูจำนวน 2 คน จากโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย 1 โรงเรียนรัฐเพนซิลเวเนีย ครูแต่ละคนสอน 2 ห้อง ครูคนหนึ่งใช้ GSP ก่อนหน้านี้ใช้ตำรา *Discovering Geometry : An Inductive Approach* ของ Michael Serra เก็บรวบรวมข้อมูลจาก pre-test และ posttest ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า การใช้ GSP ไม่พบว่า มีผลอย่างมีนัยสำคัญต่อการเพิ่มขึ้นของระดับคะแนนความสามารถในการมองเห็นมิติต่าง ๆ และการเพิ่มขึ้นของคะแนนการขาดสอบเนื้อหา เกรดสุดท้ายวิชาเรขาคณิต 1 เป็นตัวพยากรณ์ ระดับคะแนน pretest ของนักเรียนได้อย่างแม่นยำ

เซเฟอร์ (Shafer, 2004, p.4139-A) ได้ศึกษาเพื่ออ้างเอกสารการปฏิบัติการสอนของครู 2 คน ที่เรียนรู้และรวมกิจกรรม GSP เข้าในหลักสูตรของตน ผู้วิจัยในฐานะผู้ดูแลทำงานร่วมกันอย่างใกล้ชิดกับครูเรขาคณิตมัธยมศึกษาตอนปลาย 2 คน ตามระเบียบวิธีวิจัยการศึกษาเฉพาะกรณี ความมุ่งหมายที่สองเพื่อการตรวจสอบการใช้ผู้ดูแลเป็นรูปแบบการพัฒนาวิชาชีพเพื่อช่วยเหลือครูผู้สอนในการเรียนรู้และการนำ GSP ไปใช้เก็บรวบรวมข้อมูลโดยการสัมภาษณ์ การสำรวจ การสังเกต การบันทึกวิดีโอเทปห้องเรียนการพิมพ์ในวารสารทางวิชาการของผู้ร่วมวิจัย รวมทั้งการบันทึกภาคสนามของผู้วิจัย ผลการศึกษาพบว่าในด้านเป้าหมายของการสอน วิธีการสอน บทบาทของครู บทบาทของนักเรียน และบทบาทและแหล่งวัสดุอุปกรณ์ของหลักสูตรเหล่านี้ มีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดระหว่างความเชื่อของครูกับการสอนที่ใช้ GSP สำหรับครูคนหนึ่งใช้การสอนที่เกี่ยวกับการบอกและการใช้ GSP เพื่อเสริมแรงการสอนที่ทำไปแล้วโดยตรงในชั้นเรียน สำหรับครูอีกคนหนึ่งทำการสอนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจและใช้ GSP เพื่อสำรวจและค้นพบนักเรียน การใช้ผู้ดูแลเป็นรูปแบบการพัฒนาวิชาชีพเพื่อเป็นรูปแบบการสอน GSP ในการฝึกงาน

ซับราเมเนียน (Subramanian, 2006, p.2874-A) ได้ศึกษาเพื่อสอบสวน (ก) บทบาทของรายวิชาเรขาคณิตตลอดปีที่มีความสามารถด้านการสร้างข้อพิสูจน์และ

ความสามารถด้านการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียน (ข) การเชื่อมโยงระหว่างความสามารถด้านการคิดอย่างมีเหตุผลกับความสามารถด้านการสร้างข้อพิสูจน์ของนักเรียน และ (ค) ผลกระทบของซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลวัตที่มีต่อการปฏิบัติของนักเรียน นอกจากนี้ยังหาทางกำหนดว่ารายวิชาเรขาคณิตชนิดนี้ที่มีผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการคิดอย่างมีเหตุผลและการสร้างข้อพิสูจน์ของนักเรียนหรือไม่ โดยศึกษาจากนักเรียนรายวิชาเรขาคณิตชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 1,325 คน ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาภาคปกติ เกียรตินิยม และความรอบรู้ในโรงเรียน 4 โรงเรียน ใช้ GSP เป็นตัวแทนซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลวัต ใช้ pretest และ posttest เก็บรวบรวมข้อมูลแล้ววิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติหลายอย่าง ผลการศึกษาพบว่า ไม่มีผลอย่างมีนัยสำคัญของรายวิชาเรขาคณิตตลอดปีต่อการปฏิบัติ (ผลสัมฤทธิ์) ของนักเรียนในการทดสอบข้อพิสูจน์ แต่มีผลอย่างมีนัยสำคัญพอสมควรต่อการทดสอบการคิดอย่างมีเหตุผล การใช้ GSP พบว่ามีผลกระทบบ้างต่อการปฏิบัติของนักเรียนรายวิชาเกียรตินิยมและการรอบรู้ในการทดสอบข้อพิสูจน์ นักเรียนเกียรตินิยมมีระดับการคิดอย่างมีเหตุผลสูงกว่านักเรียนปกติและนักเรียนเพื่อการรอบรู้ทั้งสองกลุ่มที่ใช้ GSP และกลุ่มที่ไม่ใช้ GSP มีสหสัมพันธ์ทางบวกอย่างมีนัยสำคัญระหว่างการปฏิบัติของนักเรียนในการทดสอบการคิดอย่างมีเหตุผลและข้อพิสูจน์

จากการศึกษาหลักสูตร แนวคิด หลักการสอนเรขาคณิต โปรแกรม GSP ทักษะการเชื่อมโยง บทเรียนปฏิบัติการ และงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่าโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่มีประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับเรขาคณิตเป็นอย่างมาก ผู้เรียนมีโอกาสเรียนรู้โดยการ สังเกต สำรวจ คาดการณ์ และตรวจสอบเพื่อหาข้อสรุป เป็นการฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน มีเจตคติที่ดีและช่วยให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นด้วย และการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการในวิชาคณิตศาสตร์เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าความรู้ได้ด้วยมือปฏิบัติ นักเรียนมีอิสระในการคิด ทำให้สามารถสร้างองค์ความรู้ และสรุปความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติกิจกรรม นอกจากนี้การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ถ้าครูมีการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ มีวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน นักเรียนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างต่อเนื่องและสนุกสนาน นอกจากนี้ความพึงพอใจก็เป็นส่วนสำคัญในการกระตุ้นให้ผู้เรียนทำงานที่ตีรับมอบหมาย หรือต้องปฏิบัติให้บรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียน และจากงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการและโปรแกรม GSP ส่วนใหญ่พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สาระเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และใช้แบบวัดความพึงพอใจเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนต่อบทเรียนปฏิบัติการ อันจะนำไปสู่

การมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์และเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้บทเรียนปฏิบัติการและโปรแกรม GSP ในเนื้อหาสาระอื่น ๆ และในระดับชั้นประถมศึกษาอื่น ๆ ต่อไป

มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี