

บทที่ 2

แนวคิด ทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ความหมายของการคิด

คำว่า “คิด” พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2542 บัญญัติไว้ว่า “ทำให้ปรากฏเป็นรูป หรือประกอบให้เป็นรูป หรือเป็นเรื่องขึ้นในใจ” (2546 : 251) ซึ่งการที่จะปรากฏเป็นรูป หรือเป็นเรื่องขึ้นในความรู้สึกนึกคิดได้นั้น ก็ต้องอาศัยกระบวนการทางสมอง หรือทางปัญญา

พระไพศาล วิสาโล (พุทธศาสนากับการสร้างสรรค์ปัญญา , 2557) และทิสนา แชมมณี และคณะ (2544) มีความเห็นในเรื่องของ “การคิด” คล้ายกันว่าเป็นกระบวนการทางปัญญา ซึ่งจะเกิดขึ้นได้ต้องอาศัยกระบวนการเรียนรู้ จากความหมายของการคิดที่ประมวลมาข้างต้น จึงสรุปได้ว่าการคิด เป็นกระบวนการทางสมองของมนุษย์ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ รอบตัว ซึ่งอาจเกิดจากการได้ยิน ได้ฟัง ได้อ่าน ได้พูดคุย ได้ฝึกปฏิบัติ และอื่น ๆ แล้วเกิดความเข้าใจอย่างแจ่มชัด

ความหมายของทักษะการคิด

ทักษะการคิด หมายถึงความสามารถของบุคคลในการคิดลักษณะต่าง ๆ ซึ่งเป็นพื้นฐานหรือองค์ประกอบของการคิดที่ซับซ้อน บุคคลที่มีทักษะการคิดดี จะมีความสามารถ ความคล่องแคล่ว และความชำนาญในการคิดลักษณะต่าง ๆ อย่างเป็นกระบวนการ

ทิสนา แชมมณี และคณะ ได้กล่าวถึงทักษะการคิด แยกเป็นทักษะการคิดขั้นพื้นฐาน และทักษะการคิดขั้นสูง (2544) ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1. ทักษะการคิดขั้นพื้นฐาน แยกเป็น

1.1 ทักษะการคิดที่ใช้ในการสื่อสาร ซึ่งประกอบด้วย ทักษะการฟัง ทักษะการพูด ทักษะการอ่าน และทักษะการเขียน

1.2 ทักษะการคิดที่เป็นแกน ซึ่งประกอบด้วย 18 ทักษะย่อย คือ ทักษะการสังเกต ทักษะการสำรวจค้นหา ทักษะการระบุ ทักษะการเปรียบเทียบ ทักษะการจัดกลุ่ม ทักษะการเรียงลำดับ ทักษะการตีความ ทักษะการสรุปย่อ ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการสำรวจ ทักษะการตั้งคำถาม ทักษะการรวบรวมข้อมูล ทักษะการคัดแยก ทักษะการจำแนกประเภท ทักษะการแปลความ ทักษะการเชื่อมโยง ทักษะการสรุปอ้างอิง และทักษะการนำความรู้ไปใช้

2. ทักษะการคิดขั้นสูง ซึ่งประกอบด้วย

2.1 ทักษะการคิดซับซ้อน เช่น ทักษะการให้ความกระจ่าง ทักษะการให้คำจำกัดความ ทักษะการสังเคราะห์ เป็นต้น

2.2 ทักษะพัฒนาลักษณะการคิด เช่น ทักษะการคิดคล่อง ทักษะการคิดละเอียด ทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล เป็นต้น

2.3 ทักษะกระบวนการคิด เช่น ทักษะกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหา ทักษะกระบวนการคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Process Skills)

เป็นที่ทราบกันดีว่าคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในวิชาทักษะที่เคียงคู่อยู่กับวิชาภาษาไทย ทั้งคณิตศาสตร์และภาษาไทยต่างเป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนรู้เนื้อหาวิชาอื่น ๆ นักเรียนที่มีทักษะทางภาษาไทยและคณิตศาสตร์ดี ก็จะประสบความสำเร็จในการเรียนภาษาไทยและคณิตศาสตร์ และมักจะมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาอื่น ๆ ดีด้วย อย่างไรก็ตามคำว่า “ทักษะ” ที่กล่าวถึงในทั้งสองวิชา ก็ยังมีความต่างกันตามลักษณะธรรมชาติของแต่ละวิชา เช่น หากกล่าวถึงทักษะทางภาษาไทย ก็จะหมายถึง ทักษะการฟัง การพูด การอ่าน การเขียน และอื่น ๆ แต่หากกล่าวถึงทักษะทางคณิตศาสตร์ ก็จะเป็นทักษะเฉพาะของคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนที่มีทักษะการคิดคำนวณดี ก็จะสามารถหาผลลัพธ์บวก ลบ คูณ หารได้อย่างคล่องแคล่ว ถูกต้องและแม่นยำ นักเรียนที่มีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาดี ก็จะสามารถวิเคราะห์ปัญหา วางแผนแก้ปัญหา และหาคำตอบของปัญหานั้น ๆ ได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว เป็นต้น การหาคำตอบทางคณิตศาสตร์ นอกจากต้องใช้ทักษะหลายด้านประกอบกันแล้ว ยังต้องมีการวางแผน ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และนำเสนอสิ่งที่ตนคิด สิ่งที่ทำเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบให้ผู้อื่นเข้าใจได้อีกด้วย ดังนั้น ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์

Scusa (Five Processes of Mathematical Thinking, 2014) กล่าวถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 5 กระบวนการ ดังนี้

1. การเชื่อมโยง (Connections) เป็นความสามารถในการเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ รู้จักเชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่เดิมจนเกิดความคิดรวบยอดหรือทักษะใหม่ รวมทั้งรู้จักเชื่อมโยง

ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ เช่น การสร้างสรรค์โครงการ (Project Work)

2. การนำเสนอ (Representation) เป็นความสามารถในการสื่อให้บุคคลอื่นเข้าใจความคิด และกระบวนการคิดของตนด้วยวิธีการต่าง ๆ อย่างเหมาะสม

3. การสื่อความหมาย (Communication) เป็นความสามารถในการอธิบายความคิดของตนได้อย่างชัดเจนและกระชับ รวมทั้งมีความสามารถในการค้นหาข้อสงสัยจนได้ความกระจ่าง

4. การให้เหตุผลและตรวจสอบ (Reasoning and Proof) เป็นความสามารถในการให้เหตุผลสิ่งที่เป็นความคิด กระบวนการคิดของตน และสรุปคำตอบได้อย่างเหมาะสมและชัดเจน รวมทั้งรู้จักตรวจสอบและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น

5. การแก้ปัญหา (Problem Solving) นับเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญมากที่สุด ผู้ที่มีทักษะและกระบวนการแก้ปัญหาดี นอกจากต้องมีความรู้และประสบการณ์เป็นทุนเดิมแล้ว ยังต้องมีความสามารถด้านทักษะต่าง ๆ ที่หลากหลาย เช่น ทักษะการสังเกต ทักษะการเปรียบเทียบ ทักษะการตีความ ฯลฯ ความสามารถเหล่านี้จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถวางแผนในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องตามลำดับขั้นตอน (Muschla and Muschla, 2009 : 13)

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ , 2551 : 13) ได้กำหนดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับข้อมูลข้างต้น ดังนี้

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ดังนั้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คณะผู้วิจัยได้กำหนดกรอบไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาลำดับ 4 ขั้นตอนของ Polya (1985 : 5-16) คือ ขั้นทำความเข้าใจกับปัญหา (Understanding the problem) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan) ขั้นลงมือแก้ปัญหา (Carrying out the plan) และขั้นการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ (Looking back) รวมทั้งรู้จักใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา และใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ อย่างเหมาะสม

2. ความสามารถในการให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปคำตอบได้อย่างเหมาะสมและชัดเจน รวมทั้งคาดคะเนอย่างมีเหตุผล และรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น

3. ความสามารถในการสื่อความหมาย และการนำเสนอ เป็นความสามารถในการใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และมีความคิดสร้างสรรค์

4. ความสามารถในการเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้อย่างสร้างสรรค์

ตัวอย่างแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้

เขียน \times ทับตัวอักษรที่อยู่หน้าคำตอบที่ถูกต้อง

1. วิชาซื้อหนังสือ 38 บาท ซื้อดินสอ 16 บาท ให้เงินพ่อค้าไป 100 บาท จะได้รับเงินทอนเท่าไร ประโยคสัญลักษณ์ในข้อใดแสดงวิธีหาคำตอบที่ผิด

ก. $100 - 54 = \square$

ข. $100 - 16 - 38 = \square$

ค. $100 - (38 - 16) = \square$

ง. $100 - (38 + 16) = \square$

2. $32 + (32 + 16) = \square$

ประโยคสัญลักษณ์ข้างบนนี้มีความสัมพันธ์สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาในข้อใด

ก. แม่อายุ 32 ปี ป้าแก่กว่าแม่ 16 ปี ป้าอายุกี่ปี

ข. โต้้งมีเงิน 32 บาท พ่อให้อีก 16 บาท โต้้งมีเงินทั้งหมดกี่บาท

ค. ก้อยหนัก 32 กิโลกรัม โกวหนักกว่าก้อย 16 กิโลกรัม ก้อยและโกวมีน้ำหนักรวมกันกี่กิโลกรัม

ง. เก่งสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 32 คะแนน สอบวิชาภาษาไทยได้มากกว่าวิชาคณิตศาสตร์ 16 คะแนน เก่งสอบวิชาภาษาไทยได้กี่คะแนน

3. มีเชือก 5 เส้น ความยาวดังนี้ 150 ซม. 180 ซม. 215 ซม. 90 ซม. และ 73 ซม. นำเชือกทั้งหมดมาผูกต่อกันจะได้เชือกยาวกี่เซนติเมตร ถ้าเสียความยาวเชือกตรงรอยต่อจุดละ 6 เซนติเมตร

โจทย์ปัญหาข้างบน เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ตรงกับข้อใด

ก. $(150 + 180 + 215 + 90 + 73) - (6 \times 4) = \square$

ข. $(150 + 180 + 215 + 90 + 73) - (6 \times 5) = \square$

ค. $(150 + 180 + 215 + 90 + 73) - (6 \times 6) = \square$

ง. $(150 + 180 + 215 + 90 + 73) - 6 = \square$

ดูภาพรายการอาหารและตอบคำถามข้อ 4-5



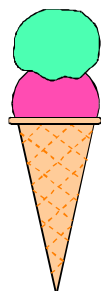
ข้าวผัด
จานละ 20 บาท



เส้นใหญ่ราดหน้า
จานละ 15 บาท



ขนมเค้ก
ชิ้นละ 15 บาท



ไอศกรีม
โคนละ 18 บาท



น้ำอัดลม
กระป๋องละ 15 บาท



น้ำเปล่า
ขวดละ 5 บาท

4. ถ้าโอมมีเงิน 40 บาท จะเลือกซื้ออาหารกลางวันชนิดใดบ้างจึงจะเหมาะสม
- ข้าวผัด ขนมเค้ก ไอศกรีม
 - เส้นใหญ่ราดหน้า ไอศกรีม น้ำเปล่า
 - ข้าวผัด เส้นใหญ่ราดหน้า น้ำอัดลม
 - เส้นใหญ่ราดหน้า ไอศกรีม น้ำอัดลม

5. ถ้าโอม และ จำ มีเงินคนละ 40 บาท ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับรายการอาหารที่เด็กสองคนนี้เลือก จากตารางข้างล่างนี้

| ชื่อนักเรียน | ข้าวผัด | ราดหน้า | ขนมเค้ก | ไอศกรีม | น้ำอัดลม | น้ำเปล่า |
|--------------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|
| โอม | | | ✓ | ✓ | | ✓ |
| จำ | ✓ | | ✓ | | | ✓ |

- ก. รายการอาหารของโอมดีกว่า เพราะจ่ายแล้วมีเงินเหลือเก็บ
 ข. รายการอาหารของโอมดีกว่า เพราะไอศกรีมช่วยให้ร่างกายสดชื่น
 ค. รายการอาหารของจำดีกว่า เพราะจ่ายเงินครบตามจำนวนที่มีอยู่พอดี
 ง. รายการอาหารของจำดีกว่า เพราะรายการอาหารที่เลือกมีคุณค่าทางโภชนาการมากกว่า
6. ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีจำนวนนักเรียนชาย หญิงและครูประจำชั้น แสดงดังตารางข้างล่างนี้

| ห้อง | ชาย | หญิง | ครูประจำชั้น |
|-------|-----|------|--------------|
| ป.4/1 | 18 | 16 | 2 |
| ป.4/2 | 20 | 15 | 2 |
| ป.4/3 | 17 | 18 | 2 |

ถ้าครูและนักเรียนไปศึกษานอกสถานที่ โดยใช้รถบัสเล็กขนาดที่นั่ง 30 คน/คัน ข้อใดเป็นแนวทางที่ควรปฏิบัติมากที่สุด

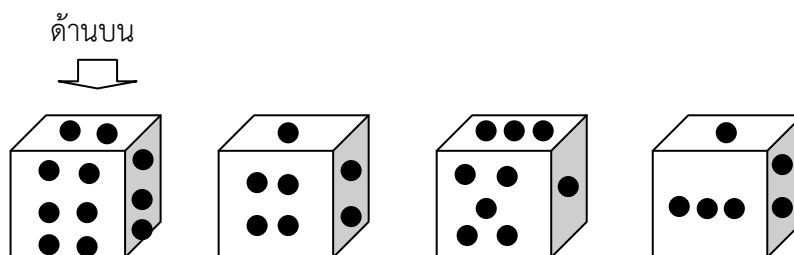
- ก. เตรียมรถบัสเล็ก 4 คัน โดยแต่ละคันมีคนนั่ง 27 – 28 คน
 ข. เตรียมรถบัสเล็ก 3 คัน เหลื่อนักเรียน 20 คน รอไปคราวหน้า
 ค. เตรียมรถบัสเล็ก 3 คัน เหลื่อนักเรียน 20 คน ให้ผู้ปกครองพาไปแทน
 ง. เตรียมรถบัสเล็ก 4 คัน โดยคันที่ 1-3 นั่งคนละ 30 คน ส่วนคันที่ 4 มีคนนั่ง 20 คน

9. นี่คือแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 30 เซนติเมตร ที่พ่อต้องการซื้อมาปูพื้นลานซักล้างที่อยู่หลังบ้าน ถ้าลานซักล้างมีความกว้าง 1 เมตร 20 เซนติเมตร ยาว 1 เมตร 50 เซนติเมตร ต้องซื้อกระเบื้องกี่แผ่นจึงจะปูได้เต็มลานซักล้าง



- ก. 9 แผ่น
ข. 20 แผ่น
ค. 25 แผ่น
ง. 30 แผ่น

10. ลักษณะเฉพาะของลูกเต๋า คือ จำนวนจุดของด้านที่อยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ ให้นักเรียนจัดด้านของลูกเต๋า 4 ลูกข้างล่างนี้ใหม่ ให้ผลรวมของจำนวนจุดด้านบนทุกลูกเท่ากับ 18 และผลรวมของจำนวนจุดด้านล่าง (ด้านตรงข้าม) ทุกลูกเท่ากับ 10



เติมตัวเลขที่แสดงจำนวนจุดของลูกเต๋าทิ้ง 4 ลูก ที่จัดด้านใหม่แล้ว

| ด้าน | ลูกที่ 1 | ลูกที่ 2 | ลูกที่ 3 | ลูกที่ 4 |
|------|----------|----------|----------|----------|
| บน | | | | |
| ล่าง | | | | |

เฉลยคำตอบ

| ข้อ | คำตอบ | ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ |
|-----|-------------------------|---|
| 1 | ค | 1. การแก้ปัญหา 2. การสื่อความหมาย |
| 2 | ค | 1. การแก้ปัญหา 2. การสื่อความหมาย |
| 3 | ก | 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล |
| 4 | ข | 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล |
| 5 | ง | 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การเชื่อมโยง |
| 6 | ก | 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การเชื่อมโยง |
| 7 | ค | 1. การแก้ปัญหา 2. การสื่อความหมาย 3. การเชื่อมโยง |
| 8 | ข | 1. การแก้ปัญหา 2. การสื่อความหมายและนำเสนอ 3. การเชื่อมโยง |
| 9 | ข | 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การเชื่อมโยง |
| 10 | ตอบได้ หลาย คำตอบ | 1. การแก้ปัญหา 2. การนำเสนอ |

หมายเหตุ การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา/สถานการณ์หนึ่ง ๆ มักต้องใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลายด้านประกอบกัน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการคิด

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการคิด ส่วนใหญ่จะเป็นการวิจัยเพื่อสร้างและพัฒนาแบบวัด โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบวัดที่สร้างขึ้น ภาพรวมของผลการวิจัยจึงมีรายละเอียดที่คล้ายกัน กล่าวคือ ได้แบบวัดที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่เหมาะสม เชื่อถือได้ เช่น งานวิจัยต่อไปนี้

สุภาพร จันทร์ดอกไม้ (2553) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาแบบวัดทักษะการคิดขั้นสูงสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

สุพัตรา แสงสุวรรณ (2549) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาแบบวัดความสามารถการคิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ความหมายของแบบฝึกหรือแบบฝึกหัด

พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พุทธศักราช 2542 ให้ความหมายของ "แบบฝึกหัด" ไว้ว่า คือ "แบบตัวอย่างปัญหาหรือคำสั่งที่ตั้งขึ้นเพื่อให้นักเรียนฝึกตอบ" (2546 : 641) และมีผู้ให้ความหมายของ "แบบฝึก" อีกหลายท่าน ซึ่งพอจะสรุปได้ว่า แบบฝึก คือ สื่อประเภทหนึ่งที่มีใช้ในการเรียนการสอน มีลักษณะเป็นแบบฝึกหัดให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อเพิ่มทักษะ ความรู้ ความสามารถให้เกิดกับผู้เรียน

ประโยชน์ของแบบฝึก

แบบฝึก เป็นสื่อที่ใช้ประกอบการเรียนการสอนมาช้านาน ช่วยเพิ่มหรือเสริมหนังสือเรียนในส่วนที่ขาดหายไป หรือเป็นข้อจำกัดที่หนังสือเรียนไม่สามารถนำเสนอได้ นอกจากนี้แบบฝึกยังมีข้อดีในด้านอื่น ๆ ดังนี้

- 1) แบบฝึกเป็นสื่อการเรียนที่เหมาะสมอย่างยิ่งสำหรับเสริมบทเรียนในวิชาทักษะ ทั้งทักษะภาษาไทย และคณิตศาสตร์
- 2) แบบฝึกเป็นสื่อที่ช่วยเพิ่มประสบการณ์และความเข้มแข็งในด้านการคิด การแก้ปัญหา และทักษะการใช้ภาษา โดยเฉพาะทักษะการเขียน
- 3) แบบฝึกเป็นสื่อที่ครูสามารถแก้ไขส่วนที่นักเรียนบกพร่องหรือมีปัญหาได้สะดวกและทันเวลา

ลักษณะของแบบฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ดี

ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ยอมรับกันมาช้านานแล้วว่า การสอนคณิตศาสตร์นั้นยากกว่าการสอนวิชาอื่น ๆ และการสอนคณิตศาสตร์ส่วนที่ยากกว่าส่วนอื่น คือ การสอนส่วนที่เป็น “โจทย์ปัญหา” เพราะเป็นการสอนที่ต้องฝึก เน้น และส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความสามารถหลายด้านประกอบกัน ทั้งทักษะการคิดด้านต่าง ๆ และต้องดำเนินการแก้ปัญหา นั้น ๆ อย่างเป็นกระบวนการ

ในช่วงสองทศวรรษที่ผ่านมา สถานศึกษาหลายแห่ง และครูผู้สอนคณิตศาสตร์จำนวนมากมีพัฒนาการในการสอนคณิตศาสตร์ส่วนที่เป็นโจทย์ปัญหาดีขึ้น มีขั้นตอนในการสอนโจทย์ปัญหาชัดเจนขึ้น แต่หากสำรวจหนังสือเรียน/แบบฝึกหัดทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่ารูปแบบ และแนวทางให้นักเรียนฝึกปฏิบัตินั้นยังกำหนดสถานการณ์/บริบทได้ไม่ชัดเจน หรือใกล้เคียงกับสถานการณ์ที่นักเรียนอาจประสบในชีวิตประจำวันมากนัก แบบฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ดี สามารถส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริงได้นั้นควรมีลักษณะดังนี้

1) ใช้โจทย์คณิตศาสตร์ที่เป็นโจทย์ภาษาหรือเรื่องราว (word or story problem) แทรกอยู่ในการสอนคณิตศาสตร์สม่ำเสมอ Russell และคณะ(Russell et al., 2003 : 85) ย้ำว่าการสอนคณิตศาสตร์ต้องมุ่งเน้นไปที่การสอนปัญหา/สถานการณ์ และต้องกำหนดไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน ไม่ควรนำปัญหา/สถานการณ์เข้ามาสอดแทรกเพียงบางโอกาสเท่านั้น การสอนคณิตศาสตร์ที่มีเรื่องราว ช่วยให้คณิตศาสตร์ที่ยากนั้นง่ายขึ้น (Roe and Smith , 2012 : 499) เมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหา/สถานการณ์นั้น ๆ แล้ว การฝึกให้นักเรียนรู้จักแต่งปัญหา/สถานการณ์เลียนแบบปัญหา/สถานการณ์เดิม รวมทั้งแต่งปัญหา/สถานการณ์ที่แปลกใหม่ก็เป็นสิ่งที่ควรฝึก เพราะจะช่วยให้ผู้เรียนมีความคิดสร้างสรรค์ เข้าใจ และประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ดีขึ้น (Clements and Sarama , 2009 : 205-206)

2) ออกแบบโจทย์ปัญหา/สถานการณ์ที่มีความหลากหลาย กล่าวคือ มีทั้งปัญหา/สถานการณ์ที่คำถามมีคำตอบเดียว (Convergent questions) และปัญหา/สถานการณ์ที่คำถามมีคำตอบถูกหลายคำตอบ (Divergent questions) คำถามที่มีคำตอบเดียว เป็นคำถามพื้นฐานที่ใช้กันอยู่ทั่วไป บางครั้งเป็นคำถามที่วัดระดับการคิดหรือความรู้ความเข้าใจขั้นพื้นฐาน แต่คำถามที่มีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว มิได้หมายความว่า เป็นคำถามที่ไม่ดี เนื่องจากหลาย ๆ สถานการณ์ คำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวเป็นสิ่งที่จำเป็น ส่วนคำถามที่มีคำตอบถูกหลายคำตอบ ฝึกให้นักเรียนมี

ความคิดที่หลากหลาย มีความเชื่อมั่นเมื่อเผชิญกับสถานการณ์ที่ยุ่งยากในชีวิตจริง (Orlich and others , 2010 : 220 – 221)

3) ออกแบบบริบทที่เสริมสมรรถนะผู้เรียน ((Performance Context) ให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหา/สถานการณ์ได้ด้วยตนเอง Briggs และ Davis (2008 : 14) กับ Dick, Carey และ Carey (2009 : 25) มีความเห็นและย้ำในประเด็นเดียวกันว่า การสอนโจทย์ปัญหา/สถานการณ์ต้องเน้นที่ตัวผู้เรียน และออกแบบบริบทที่ผู้เรียนต้องเผชิญและแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง Haylock และ Thangata (2007 : 88-89) ให้ความเห็นเพิ่มเติมว่าบริบทที่บ้านและโรงเรียนต่างกัน ผู้ปกครองจึงควรใช้ประโยชน์จากบริบทนอกโรงเรียน เช่น ที่บ้าน ห้างสรรพสินค้า พัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนอีกทางหนึ่ง Donaldson (2012 : 25) และTucker (2014 : 12) เสริมในประเด็นที่คล้ายกันว่า การจัดสภาพแวดล้อมให้เอื้อต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และเป็นบริบทที่ใกล้เคียงกับชีวิตจริงให้มากที่สุด เป็นเรื่องสำคัญ การกระตุ้นและสร้างแรงบันดาลใจให้นักเรียนอยากที่จะเรียนรู้ รวมทั้งเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน ปรึกษาหารือกัน ก็เป็นสิ่งที่ไม่ควรมองข้าม ปัจจัยที่กล่าวถึงเหล่านี้ จะช่วยให้ผู้เรียนได้ประสบการณ์ที่ดี และเขาเหล่านั้นจะเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ Van deWalle และคณะ (2014 : 19) เสนอแนะเพิ่มเติมว่าการนำเสนอสถานการณ์/บริบทที่ปลูกเร้าให้นักเรียนกระหายที่จะค้นหาคำตอบ ก็เป็นอีกแนวทางหนึ่งที่จะทำให้การเรียนคณิตศาสตร์มีชีวิตชีวา และเป็นประโยชน์อย่างยิ่ง ยกตัวอย่างการสอนเรื่อง การหาผลคูณระหว่างจำนวนที่มีสองหลัก หากนำเสนอด้วยการบอกหรือแนะนำนักเรียนว่า “วันนี้เราจะใช้แผ่นตารางหาคำตอบของผลคูณระหว่างจำนวนที่มีสองหลัก” ผู้เรียนก็คงไม่กระตือรือร้นที่จะหาคำตอบแต่อย่างใด แม้ว่าผู้สอนจะมีแผ่นตารางเป็นสื่อการสอนก็ตาม แต่หากผู้สอนใช้วิธีเชิญชวนให้ผู้เรียนเข้าไปอยู่ในสถานการณ์หนึ่ง ซึ่งเป็นงานประจำปีของโรงเรียน ในฐานะที่เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และมีส่วนร่วมในการจัดงานนี้ โดยนักเรียนจะขายน้ำดื่มซึ่งมีอยู่จำนวน 14 ลัง แต่ขณะนี้นักเรียนเห็นน้ำดื่มตั้งอยู่เพียง 4 ลัง แต่ละลังมีน้ำดื่มอยู่ 7 แก้ว แก้วละ 4 ขวด ส่วนน้ำดื่มที่เหลือเก็บไว้อีกแห่งหนึ่ง ครูเชิญชวนนักเรียนช่วยกันคิดว่า ระดับชั้นของนักเรียนมีน้ำดื่มสำหรับขายทั้งหมดกี่ขวด การนำเสนอสถานการณ์ข้างต้นนี้ น่าจะช่วยให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นที่จะเรียนรู้ และค้นหาคำตอบอย่างสนุกสนาน

4) ใช้ภาษาที่ง่ายไม่สับสนกับปัญหา/สถานการณ์ หรือบริบทที่กำหนดขึ้น การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนหาคำตอบจากปัญหา/สถานการณ์/บริบทที่กำหนดขึ้นนั้น สิ่งที่ต้องเข้ามาเกี่ยวข้องอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ คือ ภาษา Molina (2012 : 1) ได้กล่าวไว้ในหนังสือ The Problem with Math is English ในเรื่องเดียวกันนี้ว่า การสอนคณิตศาสตร์ มีความยุ่งยากอยู่ 2 ประการ คือ ความยุ่งยากในตัวเนื้อหาของวิชาเอง ประการหนึ่ง กับความยุ่งยากจากการทำความเข้าใจเรื่องของภาษาและสัญลักษณ์ต่าง ๆ อีกประการหนึ่ง ครูผู้สอนจึงต้องใช้ภาษาที่ง่ายและไม่

สับสน เพราะหากนักเรียนไม่เข้าใจ หรือสับสนกับปัญหา/สถานการณ์/บริบทนั้น ๆ แล้ว ปัญหาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะตามมาทันที

5) ออกแบบโจทย์ปัญหา/สถานการณ์ให้ผู้เรียนฝึกการใช้เหตุผลที่เป็นจริงในชีวิตประจำวัน Bartlett (2014 : 6-8) ให้ความเห็นในเรื่องนี้ว่า คณิตศาสตร์แทรกซึมอยู่ทุกหนแห่งรอบตัวนักเรียน นักเรียนจึงต้องเรียนรู้และใช้คณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับความจริงที่นักเรียนปฏิบัติอยู่ เช่น ครูตั้งคำถามว่าต้องการพานักเรียนจำนวน 40 คน ไปทัศนศึกษา โดยเดินทางด้วยรถบัสเล็ก ถ้าจัดนักเรียนนั่งรถคันละ 12 คน ต้องเตรียมรถบัสเล็กกี่คัน นักเรียนที่ตอบว่า ต้องเตรียมรถบัสเล็ก 3.33 คัน ย่อมแสดงว่าเขายังขาดการใช้เหตุผลที่สมจริง เพราะในความเป็นจริงครูต้องเตรียมรถบัสเล็กทั้งหมด 4 คัน เป็นต้น

การประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA

โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) เป็นโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติที่มีประเทศสมาชิก OECD และประเทศนอกกลุ่มสมาชิก OECD ซึ่งเรียกว่า ประเทศร่วมโครงการ (Partner countries) โดยมีวัตถุประสงค์ต้องการหาตัวชี้วัดคุณภาพการศึกษาให้แก่ประเทศสมาชิกในโครงการ และการประเมินผลความสามารถของนักเรียน ใช้กลุ่มตัวอย่างนักเรียนที่มีอายุ 15 ปี ซึ่งถือเป็นวัยจบการศึกษาภาคบังคับ ประมาณ 510,000 คน จาก 65 ประเทศ โดยประเมินความสามารถของนักเรียน 3 ด้าน คือการอ่าน วิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์

สำหรับการประเมินความสามารถด้านคณิตศาสตร์นั้น PISA เน้นว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นประการหนึ่งในการดำรงชีวิตปัจจุบัน โดย PISA ใช้คำว่า “การรู้เรื่องคณิตศาสตร์” (Mathematical Literacy) เพื่อเน้นว่า การประเมินความรู้ และทักษะทางคณิตศาสตร์ ไม่ได้เน้นความรู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนตามหลักสูตรในโรงเรียน แต่เน้นการนำคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาใช้ในสถานการณ์ของชีวิตจริง โดยนักเรียนจะต้องขยายความรู้จากที่เรียนมาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์จริงในบริบทต่าง ๆ ที่หลากหลาย ด้วยเหตุผลดังกล่าว PISA จึงให้นิยาม “การรู้เรื่องคณิตศาสตร์” ไว้ว่า “... คือ สมรรถนะของบุคคลในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในบริบทที่หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ และการใช้แนวคิดกระบวนการ ข้อเท็จจริง และเครื่องมือเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในการบรรยาย อธิบาย และทำนายปรากฏการณ์ต่าง ๆ

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ช่วยให้รู้และเข้าใจบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีในโลก ทำให้สามารถตัดสินใจบนพื้นฐานความรู้ที่เข้มแข็ง เพื่อจะเป็นพลเมืองที่มีความคิด มีความหวังใฝ่ และสร้างสรรค์สังคม”

กรอบโครงสร้างการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

กรอบโครงสร้างการประเมิน ครอบคลุมองค์ประกอบ 3 ด้าน ได้แก่

- 1) กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Process) อธิบายสิ่งที่แต่ละคนทำเพื่อเชื่อมโยงบริบทของปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แล้วนำไปสู่การแก้ปัญหา
- 2) เนื้อหาคณิตศาสตร์ (content) ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
- 3) สถานการณ์หรือบริบท (contexts) ที่ปัญหานั้นตั้งอยู่

(PISA THAILAND ตัวอย่างข้อสอบคณิตศาสตร์ PISA 2012 , 2557 : 1-2)

ตัวอย่างข้อสอบ PISA

คัดลอกจาก PISA THAILAND ตัวอย่างข้อสอบคณิตศาสตร์ PISA 2012 หน้า 18-21

เครื่องเล่นที่ชำรุด

บริษัท อีเล็กทริกส์ ผลิตเครื่องใช้ไฟฟ้าสองชนิด คือ เครื่องเล่นวิดีโอ และเครื่องเล่นเพลง ในขั้นตอนสุดท้ายของการผลิตแต่ละวัน เครื่องเล่นจะถูกทดสอบและหากเครื่องเล่นเหล่านั้นชำรุดจะถูกคัดออก แล้วส่งไปซ่อม

ตารางต่อไปนี้ แสดงจำนวนเครื่องเล่นแต่ละชนิดที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน และร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน

| ชนิดของเครื่องเล่น | จำนวนเครื่องเล่นที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน | ร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน |
|--------------------|--|---|
| เครื่องเล่นวิดีโอ | 2,000 | 5 % |
| เครื่องเล่นเพลง | 6,000 | 3 % |

คำถามที่ 1 : เครื่องเล่นที่ชำรุด

ข้อความต่อไปนี้เกี่ยวกับการผลิตในแต่ละวันของบริษัท อีเล็กทริกส์ ข้อความเหล่านี้
ถูกต้องใช่หรือไม่

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อความ

| ข้อความ | ข้อความถูกต้อง ใช่หรือไม่ |
|---|------------------------------|
| หนึ่งในสามของเครื่องเล่นที่ผลิตแต่ละวันเป็นเครื่องเล่นวิดีโอ | ใช่ / ไม่ใช่ |
| ในแต่ละกลุ่มของเครื่องเล่นวิดีโอที่ผลิตทุก ๆ 100 เครื่อง จะมีเครื่องที่ ชำรุด 5 เครื่องพอดี | ใช่ / ไม่ใช่ |
| ถ้าสุ่มเลือกเครื่องเล่นเพลงที่ผลิตในแต่ละวันไปทดสอบ ความน่าจะเป็นที่เครื่องเล่นเพลงที่สุ่มได้จะต้องนำไปซ่อม 0.03 | ใช่ / ไม่ใช่ |

การให้คะแนน เครื่องเล่นที่ชำรุด

คะแนนเต็ม ตอบถูกทั้งสามข้อ : ไม่ใช่ ไม่ใช่ ใช่ ตามลำดับ

ไม่ได้คะแนน คำตอบอื่น ๆ

| ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ | |
|----------------------|--|
| เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ | ความไม่แน่นอนและข้อมูล |
| บริบท | การทำงานอาชีพ |
| กระบวนการ | คิดในเชิงคณิตศาสตร์ |
| รูปแบบของข้อสอบ | เลือกตอบเชิงซ้อน |
| เจตนาของคำถาม | ตีความข้อมูลเชิงสถิติที่เกี่ยวข้องกับความไม่แน่นอน |

| ความสามารถของนักเรียนไทย | |
|--------------------------|----------|
| ประเทศ | % ตอบถูก |
| ไทย | 11.03 |
| นานาชาติ | 16.10 |

ผู้ทดสอบคนหนึ่งได้กล่าวอ้างดังต่อไปนี้

“โดยเฉลี่ย จำนวนเครื่องเล่นวิดีโอที่ส่งซ่อมต่อวันมีมากกว่าจำนวนเครื่องเล่นเพลงที่ส่งซ่อมต่อวัน” ให้นักเรียนตัดสินใจว่า คำกล่าวอ้างของผู้ทดสอบถูกต้องหรือไม่ จงใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อสนับสนุนคำตอบของนักเรียน

การให้คะแนน เครื่องเล่นที่ชำรุด

คะแนนเต็ม คำอธิบายที่ใช้ข้อมูลจากตารางได้อย่างถูกต้อง (เป็นกลาง ๆ หรือระบุอย่างเฉพาะเจาะจง) เพื่ออธิบายว่าเพราะเหตุใดผู้ทดสอบจึงไม่ถูกต้อง

- ผู้ทดสอบไม่ถูกต้อง
5 % ของ 2,000 เป็น 100 แต่ 3 % ของ 6,000 เป็น 180 ดังนั้น โดยเฉลี่ย เครื่องเล่นเพลง 180 เครื่อง ถูกส่งซ่อม ซึ่งมากกว่าค่าเฉลี่ยของเครื่องเล่นวิดีโอที่ถูกส่งซ่อม ซึ่งมี 100 เครื่อง
- ผู้ทดสอบไม่ถูกต้อง
อัตราชำรุดของเครื่องเล่นวิดีโอเป็น 5 % ซึ่งน้อยกว่าสองเท่าของอัตราชำรุดของเครื่องเล่นเพลงเล็กน้อย แต่พวกเขาผลิตเครื่องเล่นเพลง 6,000 เครื่อง ซึ่งเป็นสามเท่าของเครื่องเล่นวิดีโอ ดังนั้น จำนวนเครื่องเล่นเพลงจริง ๆ ที่ส่งซ่อมจะมีมากกว่า

ไม่ได้คะแนน

คำตอบอื่น ๆ

| ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ | |
|----------------------|---------------------------------------|
| เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ | ความไม่แน่นอนและข้อมูล |
| บริบท | การงานอาชีพ |
| กระบวนการ | ตีความ |
| รูปแบบของข้อสอบ | สร้างคำตอบแบบอิสระ |
| เจตนาของคำถาม | ตีความข้อมูลเชิงสถิติที่เกี่ยวข้องกับ |
| | ความไม่แน่นอน |

| ความสามารถของนักเรียนไทย | |
|--------------------------|----------|
| ประเทศ | % ตอบถูก |
| ไทย | 13.88 |
| นานาชาติ | 33.26 |

คำถามที่ 3 : เครื่องเล่นที่ชำรุด

บริษัท โทรนิกส์ ผลิตเครื่องเล่นวิดีโอและเครื่องเล่นเพลงด้วยเช่นกัน ในขั้นตอนสุดท้ายของการผลิตในแต่ละวัน เครื่องเล่นจะถูกทดสอบและหากเครื่องเล่นเหล่านั้นชำรุด จะถูกคัดออกแล้วส่งไปซ่อม

ตารางข้างล่างเปรียบเทียบจำนวนเครื่องเล่นแต่ละชนิดที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน และร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวันของสองบริษัท

| บริษัท | จำนวนเครื่องเล่นวิดีโอที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน | ร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน |
|---------------------|--|---|
| บริษัท อิเล็กทริกส์ | 2,000 | 5 % |
| บริษัท โทรนิกส์ | 7,000 | 4 % |

| บริษัท | จำนวนเครื่องเล่นเพลงที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน | ร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน |
|---------------------|--|---|
| บริษัท อิเล็กทริกส์ | 6,000 | 3 % |
| บริษัท โทรนิกส์ | 1,000 | 2 % |

บริษัทใดในสองบริษัท บริษัทอิเล็กทรอนิกส์ หรือ บริษัท โทรนิคส์ ที่มีร้อยละของเครื่อง
เล่นที่ชำรุดทั้งหมดน้อยกว่า จงแสดงวิธีการคำนวณโดยใช้ข้อมูลจากตารางข้างบน

.....

.....

การให้คะแนน เครื่องเล่นที่ชำรุด

คะแนนเต็ม

คำตอบที่คำนวณจำนวนผลิตภัณฑ์ที่ชำรุดทั้งหมดโดยเฉลี่ยของทั้งสอง
บริษัทได้อย่างถูกต้อง (อิเล็กทรอนิกส์ : 280 และ โทรนิคส์ : 300) หรือคำนวณร้อยละ
ของผลิตภัณฑ์ที่ชำรุดทั้งหมดโดยเฉลี่ย (อิเล็กทรอนิกส์ : 3.5 % และโทรนิคส์ : 3.75 %)
ได้อย่างถูกต้อง และสรุปว่าบริษัทอิเล็กทรอนิกส์ มีร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดทั้งหมด
น้อยกว่า

หมายเหตุ : เพราะทั้งสองบริษัทผลิต 8,000 ชุด การคำนวณร้อยละจึงไม่จำเป็น

บริษัท อิเล็กทรอนิกส์ เพราะว่า 5 % ของ 2,000 เป็น 100 และ 3 % ของ
6,000 เป็น 180 ดังนั้นการผลิตแต่ละวันของบริษัท อิเล็กทรอนิกส์ มีเครื่องเล่นที่ถูก
ส่งไปซ่อมโดยเฉลี่ย 280 เครื่อง ซึ่ง 280 เครื่อง จาก 8,000 เครื่อง แสดงว่าอัตรา
ชำรุดทั้งหมดเป็น 3.5 % การคำนวณลักษณะเดียวกันนี้กับบริษัท โทรนิคส์ แสดงว่า
พวกเขามีอัตราชำรุดทั้งหมดเป็น 3.75 %

หมายเหตุ : ต้องแสดงการคำนวณหาร้อยละจึงจะได้คะแนนเต็ม

ไม่ได้คะแนน

คำตอบอื่น ๆ

| ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ | |
|----------------------|--|
| เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ | ความไม่แน่นอนและข้อมูล |
| บริบท | การงานอาชีพ |
| กระบวนการ | คิดในเชิงคณิตศาสตร์ |
| รูปแบบของข้อสอบ | สร้างคำตอบแบบอิสระ |
| เจตนาของคำถาม | ตีความข้อมูลเชิงสถิติที่เกี่ยวข้องกับ ความไม่แน่นอน |

| ความสามารถของนักเรียนไทย | |
|--------------------------|----------|
| ประเทศ | % ตอบถูก |
| ไทย | 11.39 |
| นานาชาติ | 17.36 |

บทเรียน PISA (PISA Lesson)

บทเรียน PISA (PISA Lesson) เป็นแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเพื่อส่งเสริม ฝึกฝน ความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ให้กับนักเรียนระดับประถมศึกษา โดย กำหนดรูปแบบของแบบฝึกให้สอดคล้องกับแนวข้อสอบโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) และครอบคลุมองค์ประกอบ 3 ด้าน ได้แก่

- 1) กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Process) อธิบายสิ่งที่แต่ละคนทำเพื่อเชื่อมโยงบริบทของ ปัญหา กับคณิตศาสตร์ แล้วนำไปสู่การแก้ปัญหา
- 2) เนื้อหาคณิตศาสตร์ (content) ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
- 3) สถานการณ์หรือบริบท (contexts) ที่ปัญหานั้นตั้งอยู่

ตัวอย่างบทเรียน PISA ที่ใช้ในงานวิจัยนี้

อาหารกลางวัน

ถึงเวลาพักรับประทานอาหารกลางวันของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 แล้ว นี่คือรายการอาหารให้นักเรียนเลือกซื้อ



ผัดซีอิ้ว

จานละ 25 บาท



แฮมเบอร์เกอร์

ชิ้นละ 18 บาท



ไอศกรีม

ถ้วยละ 15 บาท



นม

กล่องละ 20 บาท



น้ำเปล่า

ขวดละ 5 บาท



น้ำผลไม้

กล่องละ 22 บาท



กล้วยหอม

ผลละ 8 บาท



มันฝรั่งทอด

ถุงละ 15 บาท



น้ำอัดลม

กระป๋องละ 15 บาท



กาแฟร้อน

ถ้วยละ 14 บาท

คำถามที่ 1

ถ้าต้นมีเงิน 50 บาท จะเลือกซื้ออาหารชนิดใดได้บ้าง โดยให้มีเงินเหลือหยอดกระปุกออมสินอย่างน้อย 5 บาท

.....

.....

คำถามที่ 2

ให้นักเรียนเขียนแสดงความคิดเห็น ถ้าต้นเลือกซื้อผัดซีอิ้ว กล้วยหอม และกาแฟร้อน

.....

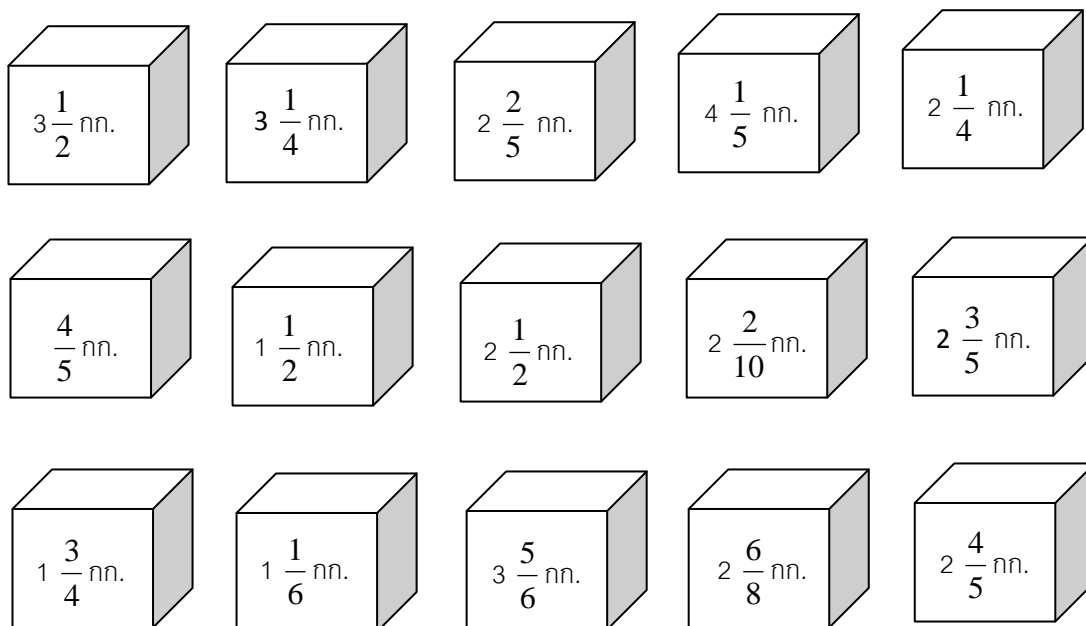
.....

ลักษณะเฉพาะของบทเรียน

| | |
|----------------------|--|
| เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ | การดำเนินการของจำนวน (การบวก การลบจำนวนเต็ม) |
| บริบท | การดำรงชีวิตประจำวัน |
| ทักษะและกระบวนการ | การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายและการนำเสนอ |
| รูปแบบของบทเรียน | สร้างคำตอบแบบอิสระ |

ช่วยพ่อทำงาน

วันนี้เป็นวันหยุด วุฒิช่วยพ่อขนกล่องสินค้าขึ้นรถ พ่อสั่งว่าให้ขนเที่ยวละ 2 กล่อง โดยให้น้ำหนักรวมกันในแต่ละเที่ยวเท่ากับ 5 กิโลกรัมพอดี นี่คือกล่องสินค้าทั้งหมดที่วุฒิต้องขนขึ้นรถ



คำถามที่ 1

ให้นักเรียนช่วยวุฒิเลือกกล่องสินค้าที่ต้องขนขึ้นรถในแต่ละเที่ยว

.....

.....

คำถามที่ 2

วุฒิต้องขนกล่องสินค้าทั้งหมดกี่เที่ยว พร้อมชี้แจงเหตุผล

.....

.....

ลักษณะเฉพาะของบทเรียน

| | |
|----------------------|---|
| เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ | การดำเนินการของจำนวน (การบวกเศษส่วน) |
| บริบท | การดำรงชีวิตประจำวัน |
| ทักษะและกระบวนการ | การแก้ปัญหา การสื่อความหมายและการนำเสนอ การเชื่อมโยง |
| รูปแบบของบทเรียน | สร้างคำตอบแบบอิสระ |

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึก/แบบฝึกหัด/แบบเรียน

ในช่วง 5 ปี ที่ผ่านมา ไม่พบงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้าง หรือการพัฒนาแบบฝึกมากนักที่น่าสนใจ คือ งานวิจัย เรื่อง การพัฒนาชุดฝึกทักษะการคิดขั้นสูงสำหรับครู เพื่อเพิ่มศักยภาพในการสอนคิดวิเคราะห์แก่ผู้เรียน คณะผู้วิจัยประกอบด้วย นาดยา ปิรันธนานันท์ สมถวิล ณะโสภณ และ มธุรส จงชัยกิจ (2554) งานวิจัยนี้ใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นครูผู้สอน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ ใน 4 ระดับชั้น คือ ประถมศึกษาตอนต้น ประถมศึกษาตอนปลาย มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดนครนายก จำนวนทั้งสิ้น 29 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) ชุดฝึกทักษะการคิดขั้นสูงสำหรับครู 2) เกณฑ์ประเมินความสามารถของครูในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ 3) แบบสอบถามความคิดเห็นของครูที่มีต่อชุดฝึก 4) แบบประเมินความรู้ความสามารถของครูหลังการใช้ชุดฝึก และ 5) แบบสัมภาษณ์ในการสนทนากลุ่ม (focus group) ผลการวิจัยพบว่า ชุดฝึกทักษะฯ ที่สร้างขึ้นทำให้ครูส่วนใหญ่สามารถจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการคิดขั้นสูงให้กับนักเรียนได้ในระดับดี และดีมาก

จำนวน 19 แผนจาก 30 แผน และระดับพอใช้ที่ครูสามารถทำได้แต่ความสามารถยังไม่คงที่จำนวน 11 แผน และครูทั้งหมด 29 คน พึงพอใจและเห็นประโยชน์ของชุดฝึกทักษะดังกล่าว

งานวิจัยอีกเรื่องหนึ่งเป็นงานวิจัยของ Scusa (2014). ทำการวิจัย เรื่อง Five Processes of Mathematical Thinking ความเป็นมาของปัญหาเกิดจากนักเรียนเกรด 7 จำนวน 18 คน ที่ Scusa สอนอยู่ขาดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างสิ้นเชิง เขาจึงสร้างบทเรียนขึ้นมา 5 บทเรียน แต่ละบทเรียนมีเนื้อหา และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องการฝึกเพื่อแก้ปัญหาด้านการใช้เหตุผลของนักเรียน แสดงรายละเอียด ดังตารางข้างล่างนี้

| ชื่อบทเรียน | เนื้อหา | ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการฝึก |
|-------------------------|---------------------------------------|---|
| Lawn Mower Problem | เส้นรอบวง และพื้นที่ | การแก้ปัญหา การนำเสนอ |
| Fair Game | ความน่าจะเป็น | การแก้ปัญหา การให้เหตุผล |
| Cake Decorating Dilemma | สามเหลี่ยมของปาสกาล และ แบบรูป | การแก้ปัญหา การสื่อความหมาย |
| Babbling Brook | แบบรูป และสูตร | การแก้ปัญหา การเชื่อมโยง |
| House of Cards | สามเหลี่ยมของปาสกาล แบบรูป และสูตร | ฝึกทั้ง 5 ทักษะกระบวนการ |

หลังการทดลองใช้บทเรียนที่สร้างขึ้น โดยให้นักเรียนของเขาร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็กบ้าง กลุ่มใหญ่บ้าง 2 สัปดาห์/บทเรียน พบว่านักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลดีขึ้น ทั้งการแสดงออกด้วยการเขียน และพูดปากเปล่า โดยพัฒนาการนี้เป็นไปอย่างช้า ๆ นอกจากนี้ยังพบประเด็นความคิดเห็นของนักเรียนเพิ่มเติม ดังนี้

๑. นักเรียนชอบทำโจทย์ปัญหาในชั้นเรียนมากขึ้น
๒. การรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นเป็นเรื่องสำคัญ
๓. ต้องการเรียนรู้วิธีแก้ปัญหาของเพื่อนที่ต่างจากตน
๔. บทเรียนเสริมช่วยให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์มากขึ้น