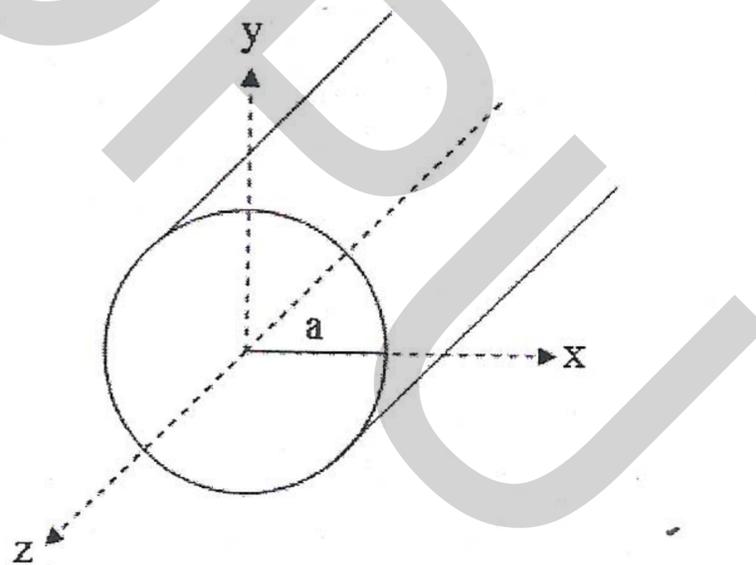


บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้กล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยที่ได้ออกแบบและสร้างขึ้นมา ได้แก่ ท่อนำคลื่นทรงกระบอก (Cylindrical Waveguide) สายอากาศไมโครสตริป (Microstrip Antenna) และวงจรไฮบริดวงแหวน 180° (180° Hybrid Ring) โดยท่อนำคลื่นทรงกระบอกจะถูกนำมาใช้งานเป็นสายอากาศช่องเปิด (Aperture Antenna) หรืออาจจะกล่าวได้ว่าเป็นสายอากาศช่องเปิดท่อนำคลื่นทรงกระบอก ซึ่งเกี่ยวข้องกับสมการแมกซ์เวลล์ (Maxwell's Equation) โดยตรง

2.1 ท่อนำคลื่นทรงกระบอก (Cylindrical Waveguide) [1]

สำหรับท่อนำคลื่นทรงกระบอกที่มีพื้นที่หน้าตัดเป็นวงกลมนั้น เราจะพิจารณาที่ภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นดังแสดงในรูปที่ 2.1 โดยจะแยกพิจารณาเป็นโหมด TE และ โหมด TM เช่นเดียวกันกับท่อนำคลื่นแบบสี่เหลี่ยม ซึ่งกำหนดให้คลื่นเดินทางในทิศทาง $+z$ และท่อมีรัศมีเท่ากับ a โดยกำหนดให้ ϵ_r และ μ_r มีค่าเท่ากับ 1 เช่นกัน



รูปที่ 2.1 ท่อนำคลื่นทรงกระบอกที่มีพื้นที่หน้าตัดเป็นวงกลม

ในทำนองเดียวกันกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม การได้มาของสนามแต่ละองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ทั้งในโหมด TE และโหมด TM นั้น ได้มาจากการพิจารณา H_z และ E_z ตามลำดับ

ในส่วนของท่อนำคลื่นทรงกระบอกนั้น การหาสนามของแต่ละองค์ประกอบสามารถพิจารณาได้ด้วยสมการเดียวกันทั้งโหมด TE และโหมด TM คือ

$$E_\rho = \frac{-j}{k_c^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{\omega \mu}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad (2.1 ก)$$

$$E_\phi = \frac{-j}{k_c^2} \left(\frac{\beta}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \quad (2.1 ข)$$

$$H_\rho = \frac{j}{k_c^2} \left(\frac{\omega \varepsilon}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \beta \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \quad (2.1 ค)$$

$$H_\phi = \frac{-j}{k_c^2} \left(\omega \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{\beta}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad (2.1 ง)$$

โดยที่ $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ และในส่วนของ $e^{-j\beta z}$ นั้น β จะพิจารณาเหมือนเดิม

2.1.1 TE Modes

จากข้างต้น เราสามารถเริ่มพิจารณาได้ด้วยการหา H_z มาก่อน เนื่องจาก $E_z = 0$ แต่ $H_z \neq 0$ ในกรณีที่เป็นโหมด TE โดยหาคำตอบได้จากสมการคลื่น

$$\nabla^2 H_z + k^2 H_z = 0 \quad (2.2)$$

เมื่อ $H_z(\rho, \phi, z) = h_z(\rho, \phi) e^{-j\beta z}$ ทำให้สามารถอธิบายสมการที่ (2.2) ในรูปของทรงกระบอกได้ว่า

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + k_c^2 \right) h_z(\rho, \phi) = 0 \quad (2.3)$$

จากนั้นใช้วิธีการแยกตัวแปรจะได้ว่า

$$h_z(\rho, \phi) = R(\rho)P(\phi) \quad (2.4)$$

แทนค่ากลับไปในสมการที่ (2.3) จะได้ว่า

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho R} \frac{dR}{d\rho} + \frac{1}{\rho^2 P} \frac{d^2 P}{d\phi^2} + k_c^2 = 0 \quad (2.5 ก)$$

หรือ

$$\frac{\rho^2}{R} \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{\rho}{R} \frac{dR}{d\rho} + \rho^2 k_c^2 = \frac{-1}{P} \frac{d^2 P}{d\phi^2} \quad (2.5 \text{ ข})$$

จะเห็นได้ว่าด้านซ้ายของสมการ จะขึ้นอยู่กับค่า ρ เท่านั้นไม่เกี่ยวกับค่า ϕ ส่วนด้านขวาของสมการจะขึ้นอยู่กับค่า ϕ เพียงอย่างเดียว ซึ่งแต่ละด้านจะต้องเท่ากับค่าคงที่ที่เราเรียกค่าคงที่นั้นว่า k_ϕ^2 แล้วจะได้ว่า

$$\frac{-1}{P} \frac{d^2 P}{d\phi^2} = k_\phi^2$$

หรือเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{d^2 P}{d\phi^2} + k_\phi^2 P = 0 \quad (2.6)$$

ดังนั้น

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} + (\rho^2 k_c^2 - k_\phi^2) R = 0 \quad (2.7)$$

ซึ่งคำตอบทั่วไปของสมการที่ (2.6) คือ

$$P(\phi) = A \sin k_\phi \phi + B \cos k_\phi \phi \quad (2.8)$$

ผลเฉลยของ h_z ต้องเป็นคาบในเทอมของ ϕ (นั่นคือ $h_z(\rho, \phi) = h_z(\rho, \phi \pm 2m\pi)$) และต้องเป็นจำนวนเต็มแทนด้วย n ดังนั้น สมการที่ (2.8) จะได้เป็น

$$P(\phi) = A \sin n\phi + B \cos n\phi \quad (2.9)$$

ทำให้สมการที่ (2.7) กลายเป็น

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} + (\rho^2 k_c^2 - n^2) R = 0 \quad (2.10)$$

ซึ่งมีความสอดคล้องกับคำตอบของ Bessel's differential equation ซึ่งให้ผลเฉลยเป็น

$$R(\rho) = C J_n(k_c \rho) + D Y_n(k_c \rho) \quad (2.11)$$

โดยที่ $J_n(x)$ คือ Bessel functions of first kind

$Y_n(x)$ คือ Bessel functions of second kind

และเนื่องจาก $Y_n(k_c \rho)$ จะมีค่าเข้าสู่ค่าอนันต์ เมื่อ ค่า $\rho = 0$ นั่นคือ ในเทอมนี้จะไม่มีการต่อสมการที่นำคลื่นทรงกระบอก ดังนั้นค่า $D = 0$ ด้วย ทำให้ผลเฉลยของ h_z เขียนใหม่ได้ว่า

$$h_z(\rho, \phi) = (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J_n(k_c \rho) \quad (2.12)$$

ซึ่งค่าคงที่ C ในสมการที่ (2.11) ถูกแทนด้วยค่าคงที่ A และ B จากสมการที่ (2.12) ต่อไปคือหาค่า k_c โดยการอาศัยเงื่อนไขขอบเขตที่ $E_{\tan} = 0$ บนผนังที่นำคลื่น เมื่อ $E_z = 0$ สมการที่ใช้คือ

$$E_\phi(\rho, \phi) = 0 \quad \text{at } \rho = a \quad (2.13)$$

ทำให้สมการ (2.1) สามารถหา E_ϕ จาก H_z ได้เป็น

$$E_\phi(\rho, \phi, z) = \frac{j\omega\mu}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.14)$$

ซึ่งค่า $J'_n(k_c \rho)$ เป็นค่าที่แยกออกมาจาก J_n สำหรับ E_ϕ ให้ $\rho = a$ นั่นคือจะต้องหา

$$J'_n(k_c a) = 0 \quad (2.15)$$

โดยที่กำหนดให้ p'_{nm} เป็นค่ารากของ $J'_n(x)$ นั่นคือ ถ้า $J'_n(p'_{nm}) = 0$ แล้ว ค่า p'_{nm} ก็คือรากลำดับที่ m ของ J'_n นั่นเอง ดังนั้นค่า k_c มีค่าเป็น

$$k_{c_{nm}} = \frac{p'_{nm}}{a} \quad (2.16)$$

ค่า p'_{nm} สามารถนำมาคำนวณหาค่าตอบได้โดยการใช้โปรแกรม matlab ช่วยในการคำนวณ ซึ่งแสดงไว้ในตารางที่ 2.1 ซึ่งสามารถนำค่า p'_{nm} มาใช้หาค่า propagation constant ของ TE (β_{nm})

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p'_{nm}}{a}\right)^2} \quad (2.17)$$

และค่าความถี่ตัด ($f_{c_{nm}}$)

$$f_{c_{nm}} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{p'_{nm}}{2\pi a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2.18)$$

จะเห็นว่าค่าความถี่ตัดขึ้นกับค่า p'_{nm} โดยตรง นั่นคือ เมื่อพิจารณาค่า p'_{nm} ในตารางค่าที่น้อยที่สุดก็จะหมายถึงค่าความถี่ตัดที่ต่ำที่สุดด้วย หรือเรียกอีกอย่างว่าโหมดเด่น (Dominant Mode) ซึ่งสำหรับโหมดเด่นของ TE คือโหมด TE_{11}

จากนั้นจะสามารถหาสนามในองค์ประกอบอื่นๆได้จากสมการที่ (2.1 ก) - (2.1 ง) จะได้ว่า

$$E_\rho = \frac{-j\omega\mu n}{k_c^2\rho} (A\cos n\phi - B\sin n\phi) J_n(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (2.19 ก)$$

$$E_\phi = \frac{j\omega\mu}{k_c} (A\sin n\phi + B\cos n\phi) J'_n(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (2.19 ข)$$

$$H_\rho = \frac{-j\beta}{k_c} (A\sin n\phi + B\cos n\phi) J'_n(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (2.19 ค)$$

$$H_\phi = \frac{-j\beta n}{k_c^2\rho} (A\cos n\phi - B\sin n\phi) J_n(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (2.19 ง)$$

จะเห็นว่าค่าคงที่ A และ B จะควบคุมขนาดของพจน์ $\sin n\phi$ และ $\cos n\phi$ ซึ่งทั้งสองพจน์อิสระต่อกัน เพราะว่า ในแกนแนวกวาดนั้นจะสมมาตรกันทำให้ทั้งสองพจน์ถูกต้องทั้งคู่ นั่นคือในการพิจารณาเราสามารถกำหนดให้ค่าคงที่ตัวใดตัวหนึ่งเท่ากับศูนย์ได้ เพื่อให้ง่ายในการวิเคราะห์สมการ ดังนั้นจะเลือกให้ค่า $B = 0$ สำหรับโหมด TE_{11} และพิจารณาร่วมกับสมการที่ (2.19 ก) - (2.19 ข) จะได้ว่า

$$H_z = A\sin\phi J_1(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (2.20 ก)$$

$$E_\rho = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2\rho} A\cos\phi J_1(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (2.20 ข)$$

$$E_\phi = \frac{j\omega\mu}{k_c} A\sin\phi J'_1(k_c\rho) e^{-j\beta z} \quad (2.20 ค)$$

$$H_\rho = \frac{-j\beta}{k_c} A \sin \phi J_1'(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.20 \text{ ง})$$

$$H_\phi = \frac{-j\beta}{k_c^2 \rho} A \cos \phi J_1'(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.20 \text{ จ})$$

$$E_z = 0 \quad (2.20 \text{ ฉ})$$

ตารางที่ 2.1 ค่ารากของ Bessel Function ลำดับที่ n สำหรับ โหมด TE : $J_n'(p'_{nm}) = 0$, $p'_{nm} \neq 0$

m	n							
	0	1	2	3	4	5	6	7
1	3.832	1.841	3.054	4.201	5.317	6.416	7.501	8.578
2	7.016	5.331	6.706	8.015	9.282	10.520	11.735	12.932
3	10.173	8.536	9.969	11.346	12.682	13.987	15.268	16.529
4	13.324	11.706	13.170	14.586	15.964	17.313	18.637	19.942

2.1.2 TM Modes

เนื่องจากในโหมด TM นั้น $H_z = 0$ แต่ $E_z \neq 0$ ดังนั้นในการหาคำตอบเราต้องเริ่มพิจารณาจากค่า E_z เพื่อใช้ในการหาสนามในองค์ประกอบอื่นต่อไป

ขั้นตอนในการวิเคราะห์สมการดำเนินไปในลักษณะเดียวกันกับการวิเคราะห์สมการของโหมด TE แต่มีการเปลี่ยนพารามิเตอร์บางตัว เริ่มจาก

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + k_c^2 \right) e_z = 0 \quad (2.21)$$

โดยที่ $E_z(\rho, \phi, z) = e_z(\rho, \phi) e^{-j\beta z}$ และ $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ ทำให้สามารถหา e_z ได้ในลักษณะที่คล้ายกับสมการที่ (2.12) จะได้ว่า

$$e_z(\rho, \phi) = (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J_n(k_c \rho) \quad (2.22)$$

ซึ่งเราสามารถใช้เงื่อนไขขอบเขตของ E_z ได้โดยตรงคือ

$$E_z(\rho, \phi) = 0 \quad \text{at } \rho = a \quad (2.23)$$

และพิจารณาร่วมกับ

$$J_n(k_c a) = 0 \quad (2.24)$$

หรือ

$$k_c = p_{nm}/a \quad (2.25)$$

โดยที่กำหนดให้ p_{nm} เป็นค่ารากของ $J_n(x)$ นั่นคือ เมื่อ $J_n(p_{nm}) = 0$ แล้วค่า p_{nm} ก็คือรากลำดับที่ m ของ J_n นั่นเอง ซึ่งได้แสดงค่า p_{nm} บางส่วนไว้ในตารางทำให้สามารถหาค่าคงที่การแผ่กระจายคลื่นของ TM (β_{nm}) ได้ว่า

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - (p_{nm}/a)^2} \quad (2.26)$$

และหาความถี่ตัด ($f_{c_{nm}}$) ได้เป็น

$$f_{c_{nm}} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{p_{nm}}{2\pi a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2.27)$$

จะเห็นว่าโหมดแรกสำหรับ โหมด TM คือ TM_{01} ด้วยค่า $p_{nm} = 2.405$ ซึ่งเมื่อเทียบกับค่า $p_{nm} = 1.841$ ของโหมด TE ซึ่งน้อยกว่าและเป็นค่าที่น้อยที่สุด ดังนั้นโหมดเด่นสำหรับท่อนำคลื่นทรงกระบอกคือ TE_{11}

จากนั้นสามารถหาสนามในองค์ประกอบอื่นๆ ได้จากสมการที่ (2.1 ก) - (2.1 ง) จะได้ว่า

$$E_\rho = \frac{-j\beta}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.28)$$

$$E_\phi = \frac{-j\beta n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.29)$$

$$H_\rho = \frac{j\omega\epsilon n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.30)$$

$$H_\phi = \frac{-j\omega\epsilon}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.31)$$

ตารางที่ 2.2 ค่ารากของ Bessel Function ลำดับที่ n ของโหมด TM : $J_n(p_{nl}) = 0, p_{nl} \neq 0$

m	n							
	0	1	2	3	4	5	6	7
1	2.405	3.832	5.136	6.380	7.588	8.771	9.936	11.086
2	5.520	7.016	8.417	9.761	11.065	12.339	13.589	14.821
3	8.654	10.173	11.620	13.015	14.372	15.700	17.004	18.288
4	11.792	13.323	14.796	16.223	17.616	18.980	20.321	21.642

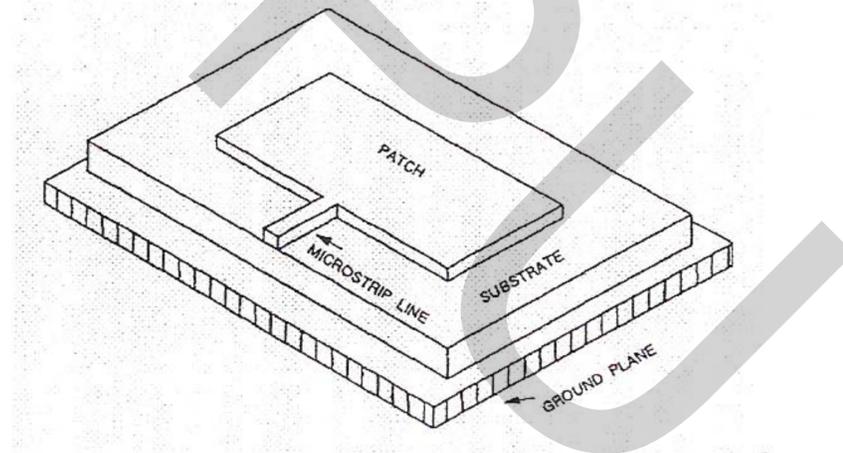
ตารางที่ 2.3 สมการที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ของท่อนำคลื่นทรงกระบอก

ค่าพารามิเตอร์	TE _{nm} Mode	TM _{nm} Mode
k	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
k_c	$\frac{p'_{nm}}{a}$	$\frac{p_{nm}}{a}$
β	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
λ_c	$\frac{2\pi}{k_c}$	$\frac{2\pi}{k_c}$
λ_g	$\frac{2\pi}{\beta}$	$\frac{2\pi}{\beta}$
v_p	$\frac{\omega}{\beta}$	$\frac{\omega}{\beta}$
α_d	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$	$\frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$
E_z	0	$(A \sin n\phi + B \cos n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
H_z	$(A \sin n\phi + B \cos n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	0
E_ρ	$\frac{-j\omega\mu n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\beta}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
E_ϕ	$\frac{j\omega\mu}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\beta n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
H_ρ	$\frac{-j\beta}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	$\frac{j\omega\epsilon n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
H_ϕ	$\frac{-j\beta n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$	$\frac{-j\omega\epsilon}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z}$
Z	$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$	$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$

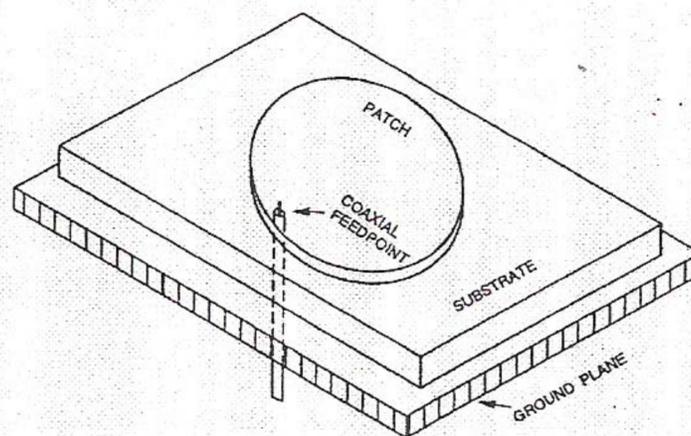
2.2 สายอากาศไมโครสตริป (Microstrip Antenna) [2]

สายอากาศไมโครสตริปประกอบไปด้วยส่วนที่เป็นแผ่นหรือที่เราเรียกว่า แพทช์ (Patch) ซึ่งเป็นตัวนำ โดยทั่วไปจะมีรูปร่างเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากหรือวงกลม ซึ่งถูกแยกออกจากกันด้วยแผ่นระนาบกราวด์ (Ground Plane) ที่มีความบาง (เป็นเศษส่วนของค่าความยาวคลื่น) และมีลักษณะเป็นชั้นหรือที่เรียกว่าเป็นซับสเตรต (Substrate) ของสารไดอิเล็กทริก สายอากาศไมโครสตริปได้รับความนิยมอย่างมากในการใช้งาน เนื่องจากมีลักษณะแบนราบ ไม่ต้านลม และสามารถติดกับผิวของยานพาหนะได้ นอกจากนี้ยังมีข้อดีในแง่ที่ราคาถูก น้ำหนักเบา และมีความสะดวกในการสร้างและการติดตั้ง แต่การออกแบบและสร้างก็มีความยุ่งยากระดับหนึ่ง

รูปที่ 2.2 และรูปที่ 2.3 แสดงสายอากาศไมโครสตริปแพทช์รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปวงกลม ซึ่งสายอากาศดังกล่าวมีความสะดวกในการสร้างลงในแผ่นวงจรพิมพ์ (Printed-Circuit Board) โดยที่แพทช์จะถูกวางไว้ที่ด้านหนึ่งของแผ่นวงจรพิมพ์ และอีกด้านหนึ่งจะทำหน้าที่เป็นแผ่นกราวด์ ดังแสดงในรูปที่ 2.2 เป็นแพทช์รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยสัญญาณความถี่วิทยุจะถูกป้อนเข้าที่สายป้อนสัญญาณที่เป็นสตริปโลหะแคบๆ (Microstrip line) ในรูปที่ 2.3 แสดงแพทช์รูปวงกลมที่ป้อนด้วยสายโคแอกเซียลผ่านช่องในระนาบกราวด์ ซึ่งการป้อนสัญญาณในลักษณะนี้จะเรียกว่าการเชื่อมต่อแบบช่องเปิด (Aperture Coupling) ผ่านช่องเปิดเล็กๆ ในระนาบกราวด์

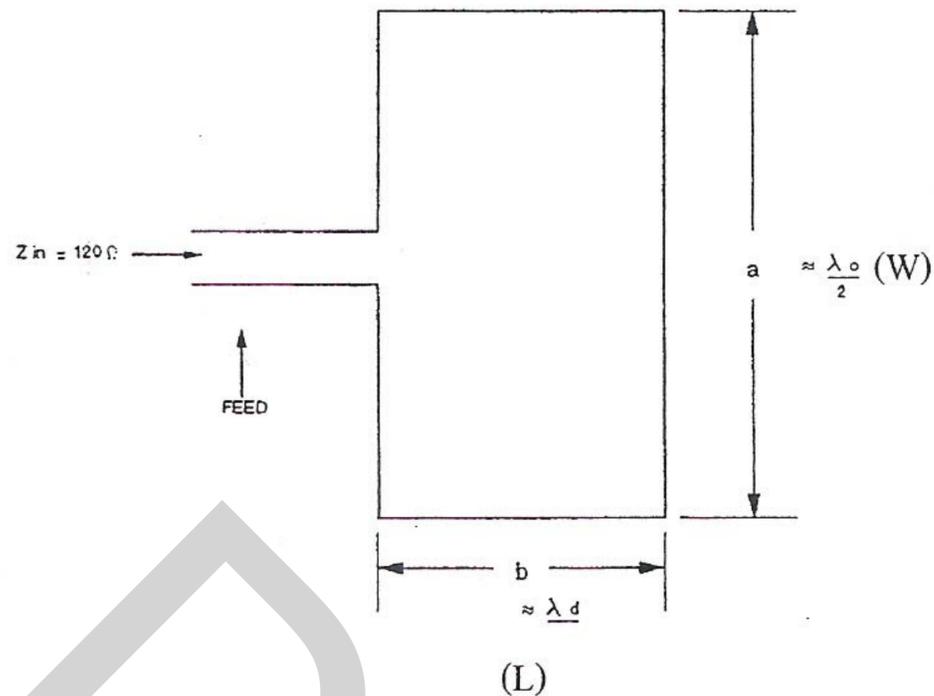


รูปที่ 2.2 แพทช์ของสายอากาศไมโครสตริปที่ป้อนผ่านสตริปโลหะแคบๆ



รูปที่ 2.3 สายอากาศไมโครสตริปรูปวงกลมที่มีการป้อนกระแสไฟฟ้าผ่านสายโคแอกเซียล

สำหรับสายอากาศไมโครสตริปนั้น ความแม่นยำของค่าคงที่ไดอิเล็กทริกของซับสเตรตถือว่ามีความสำคัญมากเพราะเป็นพารามิเตอร์ที่มีผลต่อค่าคงที่ของการเดินทางของคลื่น คุณลักษณะการแผ่กระจายคลื่นของสายอากาศและความถี่เรโซแนนซ์



รูปที่ 2.4 สายอากาศไมโครสตริปรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

2.2.1 คุณลักษณะของแพทช์รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

รูปที่ 2.4 แสดงโครงสร้างพื้นฐานของสายอากาศไมโครสตริปซึ่งเป็นแพทช์รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยค่าความนำของสายอากาศจะเป็นฟังก์ชันของความกว้าง a และค่าความถี่เรโซแนนซ์จะเป็นฟังก์ชันของความยาว b ซึ่งหาค่าได้จากความสัมพันธ์ดังนี้

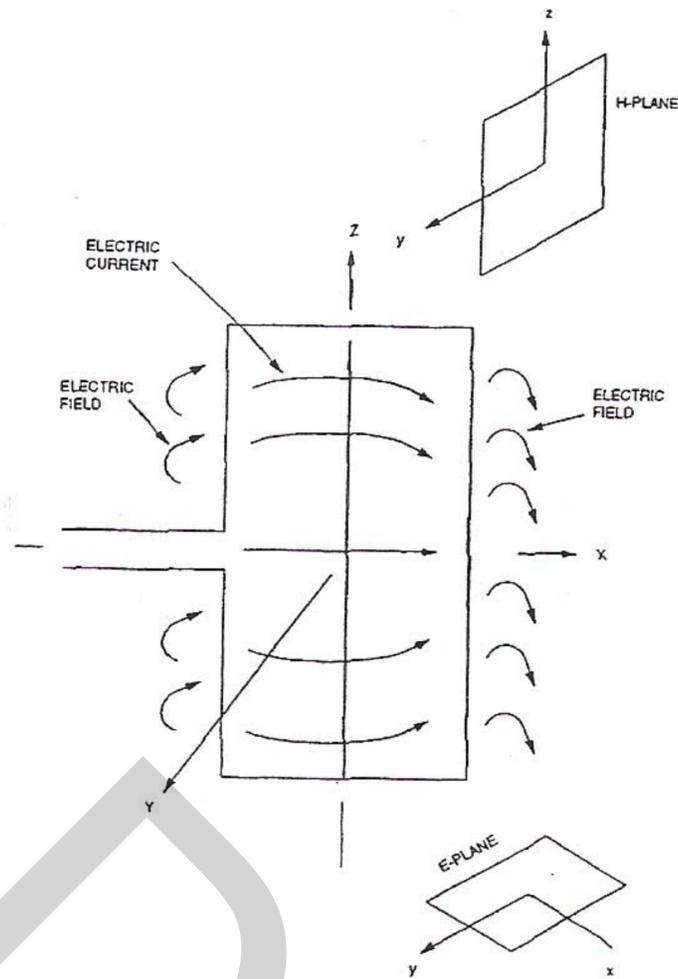
$$a \approx \lambda_d \approx \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$$b = 0.49\lambda_d = 0.49 \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

โดยที่ λ_d, λ_0 คือ ความยาวคลื่นในสารไดอิเล็กทริกและในอวกาศว่าง ตามลำดับ

ϵ_r คือ ค่าคงที่ไดอิเล็กทริกสัมพัทธ์ ของซับสเตรต (Dielectric Constant)

เนื่องจากการแปรผันของค่าคงที่ไดอิเล็กทริกและค่าความนำของตัวป้อนสัญญาณ การทดสอบเพื่อหาความยาวที่แท้จริงของแพทช์จึงเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง



รูปที่ 2.5 กระแสไฟฟ้าและทิศทางการแผ่รังสีไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบนแพทช์

ในรูปที่ 2.5 เป็นการแสดงกระแสไฟฟ้าและเส้นแรงของสนามไฟฟ้าภายในและบริเวณรอบๆ แพทช์ โดยปกติสนามไฟฟ้าที่บริเวณขอบของแพทช์ที่ถูกต่อด้วยสายนำสัญญาณและด้านตรงข้าม ขอบซึ่งมีผลต่อคุณสมบัติการแผ่กระจายคลื่นของสายอากาศ คลื่นที่แผ่กระจายจากสายอากาศ ในรูปที่ 2.5 จะมีการโพลาไรซ์ในแนวนอน ซึ่งระนาบของสนามไฟฟ้า (ระนาบ x-y : E-plane) จะมี ทิศทางในแนวนอน และระนาบของสนามแม่เหล็ก (ระนาบ y-z : H-plane) จะมีทิศทางในแนวตั้ง ระยะห่าง b ซึ่งเป็นระยะของขอบทั้งสองด้านของแพทช์จะมีค่าประมาณครึ่งหนึ่งของความ ยาวคลื่นที่เดินทางภายในสารไดอิเล็กทริก ($0.49\lambda_d$) ซึ่งที่ระยะห่างขนาดนี้จะมีผลทำให้ร่องที่อยู่ ตรงข้ามมีการป้อนด้วยเฟสที่ตรงกันข้าม แต่สนามไฟฟ้าที่แผ่กระจายออกมาจากองค์ประกอบทั้ง สองจะมีการเสริมกันเนื่องจากเฟสตรงกัน ทำให้ทิศทางการแผ่กระจายคลื่นออกมาในทิศตั้งฉากกับ องค์ประกอบ (มีทิศทางบรอดไซด์ ในทิศทาง y)

2.2.2 อิมพีแดนซ์ของสายอากาศไมโครสตริป

อินพุตอิมพีแดนซ์ (Input Impedance) ของสายอากาศแพทช์รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากยาว $\lambda/2$ จะ ถูกแสดงในรูปของค่าความต้านทานที่มีคุณสมบัติของการแผ่กระจายคลื่นที่ดี โดยค่าความต้านทาน อินพุตสามารถประมาณค่าได้ดังนี้

$$R_m = \frac{60/\lambda_0}{a} = \frac{60/\lambda_0}{\lambda_0/2} = 120\Omega$$

โดยที่ a เป็นความยาวของร่อง

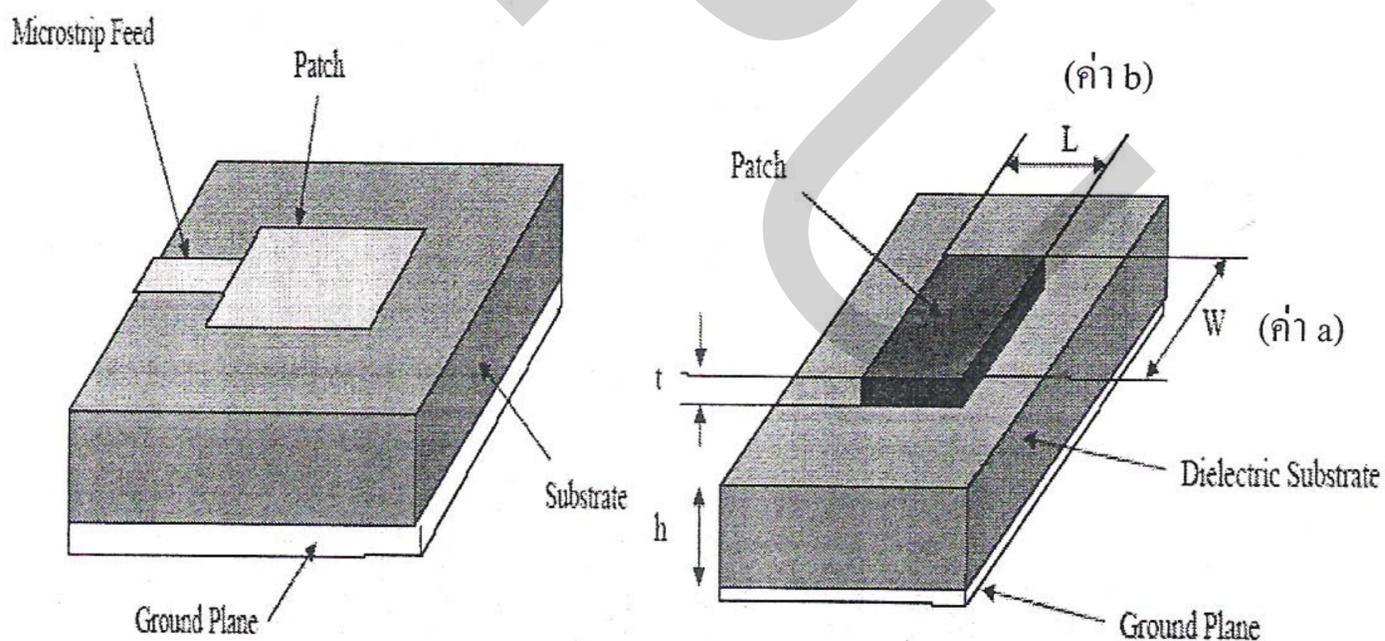
λ_0 เป็นความยาวคลื่นในอวกาศว่าง

ในทางอุดมคติค่าอินพุตอิมพีแดนซ์ของสายอากาศแพทช์จะมีค่าประมาณ 120Ω ดังนั้นค่าอิมพีแดนซ์ของตัวป้อนสัญญาณแบบไมโครสตริปหรือของสายโคแอกเซียลที่นำมาต่อก็ควรจะมีค่า 120Ω ด้วย อย่างไรก็ตามในการที่จะต่อสายโคแอกเซียล 50Ω เข้ากับเครื่องมือวัดและทดสอบสายอากาศ จำเป็นต้องใช้สายนำสัญญาณแบบไมโครสตริปที่มีค่าอิมพีแดนซ์ 50Ω ด้วย จึงต้องมีการทำ matching เพื่อให้มีอิมพีแดนซ์เท่ากับ 50 โอห์ม

2.2.3 การออกแบบสายอากาศไมโครสตริป

พารามิเตอร์ที่จำเป็นต่อการออกแบบสายอากาศไมโครสตริป ได้แก่

1. ความถี่ปฏิบัติงานของสายอากาศ (f_o) หรือ Resonant Frequency (f_r)
2. ค่าคงที่ไดอิเล็กทริกสัมพัทธ์ของฉนวน (Dielectric constant : ϵ_r)
3. ความสูงของไดอิเล็กทริกฉนวน (h)



รูปที่ 2.6 Microstrip Line Feed

2.2.4 เทคนิคการป้อนสัญญาณ (Feed Techniques)

สายอากาศไมโครสตริปสามารถทำการป้อนสัญญาณ (Feed) ได้หลายวิธี แต่ที่นิยมใช้มีอยู่ด้วยกัน 4 วิธี คือ การใช้ Microstrip Line การใช้ Coaxial Line การใช้ Coaxial Probe และการใช้ Aperture Coupling ซึ่งในหัวข้อนี้จะขอกล่าวถึงการป้อนสัญญาณโดยใช้ Microstrip Line เท่านั้น เนื่องจากเป็นวิธีที่นำมาใช้ในการออกแบบและสร้างงานวิจัย

การออกแบบสายป้อนสัญญาณไมโครสตริป (Microstrip Line Feed) นั้น มีหลักการคือ แผ่นตัวนำ (Conducting Strip) จะถูกต่อเชื่อมโดยตรงเข้ากับขอบของไมโครสตริปแพทช์ดังแสดงในรูปที่ 2.6 ซึ่งแผ่นตัวนำจะมีขนาดเล็กกว่าความกว้างของแพทช์ สำหรับการออกแบบแผ่นตัวนำสายป้อนสัญญาณให้แก่ไมโครสตริปนี้จะเป็นการหาความกว้าง (W) และความยาว (L) สามารถหาได้โดยพิจารณาเงื่อนไขของอิมพีแดนซ์ลักษณะ (Characteristic Impedance) ที่แยกออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $Z_0 \leq 44 - 2\epsilon_r$ (หรือ $Z_0 \leq 23.6\Omega$)

$$\frac{W}{h} = \frac{2}{\pi} \left[B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left\{ \ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right\} \right]$$

$$\text{เมื่อ } B = \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\epsilon_r}}$$

กรณีที่ 2 $Z_0 \geq 44 - 2\epsilon_r$ คือ $Z_0 \geq 23.6\Omega$

$$\frac{W}{h} = \frac{8e^A}{e^{2A} - 2}$$

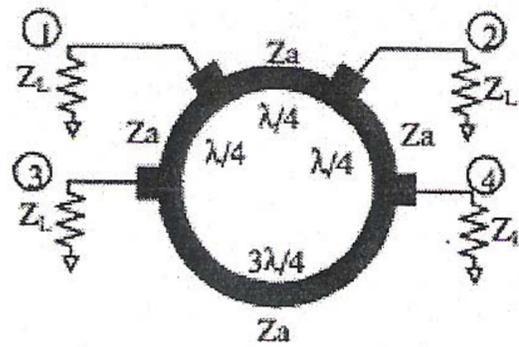
$$\text{เมื่อ } A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right)}$$

$$\text{และค่า Effective Dielectric Constant } \epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[1 + \frac{12h}{W} \right]^{-1/2}$$

2.3 ไฮบริดวงแหวน 180° [3]

ไฮบริดวงแหวน 180° (180° Hybrid Ring) หรือ Rat Race เป็นอุปกรณ์พื้นฐานตัวหนึ่งในวงจรไมโครเวฟ มีหน้าที่รวมหรือแยกกำลังของ 2 สัญญาณที่มีเฟสเหมือนกัน (In-Phase) กับเฟสต่างกัน (Out-of-Phase) ในขณะที่ยังคงรักษาการแมตช์ซึ่งพอร์ตต่างๆ และการไอโซเลชันระหว่างพอร์ตอินพุตและพอร์ตเอาต์พุตอย่างสมบูรณ์ โดยไฮบริดวงแหวน 180° นั้นมีแบนด์วิดท์ที่กว้างกว่า และการไอโซเลชันระหว่างพอร์ตอินพุตสามารถกระทำได้ โดยไม่ขึ้นอยู่กับข้อกำหนดค่าอิมพีแดนซ์ที่ใช้ในการเทอร์มินเนตพอร์ตเอาต์พุต เมื่อเปรียบเทียบกับบรานช์ไลน์คัปเปิลเลอร์ (Branch-Line Coupler) ดังนั้น ไฮบริดวงแหวน 180° จึงนิยมถูกนำมาใช้งานอย่างกว้างขวางสำหรับการแยกหรือการรวมกำลังที่ไอโซเลตกันในวงจรมิกเซอร์แบบสมมูล ตัวมัลติพลายเออร์ วงจรขยายกำลัง และขั้ววงจรป้อนสัญญาณให้แก่สายอากาศ

โดยทั่วไป ไฮบริดวงแหวน 180° จะถูกออกแบบอยู่ในรูปของแผ่นวงจรพิมพ์ (Printed Circuit Board) และประกอบไปด้วย 4 พอร์ต ได้แก่ พอร์ต 1 - พอร์ต 4 ในที่นี้ จะขออธิบายการใช้งานแต่ละพอร์ตในลักษณะเดียวกับที่ใช้ในงานวิจัยฉบับนี้เท่านั้น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้



รูปที่ 2.7 โครงสร้างของไฮบริดวงแหวน 180° พื้นฐาน

1. พอร์ต 1 เป็นพอร์ตเอาต์พุตที่รวมสัญญาณจากพอร์ต 2 กับพอร์ต 3 โดยเฟสของสัญญาณจากพอร์ต 3 จะต่างกับเฟสของสัญญาณจากพอร์ต 2 เท่ากับ 180° ดังนั้น สัญญาณเอาต์พุตที่ได้รับจากพอร์ต 1 จึงเป็นสัญญาณผลต่าง (Difference Signal หรือ Delta Signal) และพอร์ต 1 นี้จะถูกเรียกว่า Delta Port

2. พอร์ต 2 เป็นพอร์ตอินพุตที่รับสัญญาณมาจากสายอากาศไมโครสตริปแฉวลำดับ

3. พอร์ต 3 เป็นพอร์ตอินพุตที่รับสัญญาณมาจากสายอากาศไมโครสตริปแฉวลำดับเช่นกัน

4. พอร์ต 4 เป็นพอร์ตเอาต์พุตที่รวมสัญญาณจากพอร์ต 2 กับพอร์ต 3 โดยเฟสของสัญญาณจากพอร์ต 3 จะเหมือนกับเฟสของสัญญาณจากพอร์ต 2 (ผลต่างของเฟสมีค่าเท่ากับ 0°) ดังนั้น สัญญาณเอาต์พุตที่ได้รับจากพอร์ต 4 จึงเป็นสัญญาณผลรวม (Sum Signal) และพอร์ต 4 นี้จะถูกเรียกว่า Sum Port

โครงสร้างของไฮบริดวงแหวน 180° พื้นฐานถูกพิจารณาแยกออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนของวงจรแบ่งกำลังที่มีเฟสเหมือนกัน (In-Phase Power Divider) 1 ตัวกับวงจรบาลัน (Balun) 1 ตัว ดังแสดงในรูปที่ 2.7 โดยวงจรแบ่งกำลังที่มีเฟสเหมือนกันประกอบไปด้วยสายส่งสัญญาณยาวเท่ากับ $\lambda/4$ จำนวน 2 เส้น ในขณะที่ บาลันประกอบไปด้วยสายส่งสัญญาณยาวเท่ากับ $\lambda/4$ (Noninverting Arm) จำนวน 1 เส้น กับสายส่งสัญญาณยาวเท่ากับ $3\lambda/4$ (Inverting Arm) จำนวน 1 เส้น