



## รายงานวิจัย

### เซตหนาแน่นในปริภูมิเชิงไบโทพอโลยีวางนัยทั่วไป Dense Sets in Bigeneralized Topological Spaces

ผศ.ดร. ชวลิต บุญปก ที่ปรึกษาโครงการ  
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

ดร. สุพรรณิ สมพงษ์ หัวหน้าโครงการ  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยสำหรับบุคลากร มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร

จากงบประมาณแผ่นดิน ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2556

มิถุนายน พ.ศ. 2556

## บทคัดย่อ

ในงานวิจัยนี้จะศึกษาเกี่ยวกับเซตหนาแน่นในปริภูมิเชิงโบทอพอโลยีวงนัยทั่วไป โดยเป็นการนิยามและหาทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องบนเซตหนาแน่นในปริภูมิเชิงโบทอพอโลยีวงนัยทั่วไป ถ้าให้  $(X, gX1, gX2)$  เป็นปริภูมิเชิงโบทอพอโลยีวงนัยทั่วไปโดยที่  $A$  และ  $B$  เป็นเซตย่อยที่ไม่ใช่เซตว่างของ  $X$  แล้วสำหรับ  $i, j = 1, 2$  และ  $i \neq j$  จะได้

1. **บทนิยาม** ให้  $(X, gX1, gX2)$  เป็นปริภูมิเชิงโบทอพอโลยีวงนัยทั่วไปและ  $A \subseteq X$  จะเรียก  $A$  ว่าเซตหนาแน่น  $i, j - gX$  ใน  $X$  ถ้า  $X = giClgjClA$  สำหรับ  $i, j = 1, 2$  และ  $i \neq j$
2. **ทฤษฎีบท** ให้  $(X, gX1, gX2)$  เป็นปริภูมิเชิงโบทอพอโลยีวงนัยทั่วไปและ  $A \subseteq X$  แล้วจะได้  $A$  เป็นเซตหนาแน่น  $i, j - gX$  ใน  $X$  ก็ต่อเมื่อ  $gExt_{i,j}(A) = \emptyset$  สำหรับ  $i, j = 1, 2$  และ  $i \neq j$
3. **ทฤษฎีบท** ให้  $(X, gX1, gX2)$  เป็นปริภูมิเชิงโบทอพอโลยีวงนัยทั่วไปและ  $A \subseteq X$  ถ้า  $A$  เป็นเซตหนาแน่น  $i, j - gX$  ใน  $X$  แล้วสำหรับทุก  $\emptyset \neq F \subseteq X$  ที่เป็นเซต  $gXigXj - closed$  สำหรับ  $i, j = 1, 2$  และ  $i \neq j$  ซึ่ง  $A \subseteq F$  จะได้  $F = X$
4. **ทฤษฎีบท** ให้  $(X, gX1, gX2)$  เป็นปริภูมิเชิงโบทอพอโลยีวงนัยทั่วไปและ  $A \subseteq X$  ถ้า สำหรับ  $\emptyset \neq F \subseteq X$  ที่เป็นเซต  $gXigXj - closed$  ซึ่ง  $A \subseteq F$  แล้วจะได้  $F = X$  ก็ต่อเมื่อ  $G \cap A \neq \emptyset$  สำหรับทุก  $\emptyset \neq G \subseteq X$  ที่เป็นเซต  $gXigXj - open$  สำหรับ  $i, j = 1, 2$  และ  $i \neq j$
5. **บทแทรก** ให้  $(X, gX1, gX2)$  เป็นปริภูมิเชิงโบทอพอโลยีวงนัยทั่วไปและ  $A \subseteq X$  ถ้า  $A$  เป็นเซตหนาแน่น  $(i, j) - g_x$  ใน  $X$  แล้ว  $G \cap A \neq \emptyset$  สำหรับทุก  $\emptyset \neq G \subseteq X$  และ  $G$  เป็นเซต  $gXigXj - open$  สำหรับ  $i, j = 1, 2$  และ  $i \neq j$
6. **ทฤษฎีบท** ให้  $(X, gX1, gX2)$  เป็นปริภูมิเชิงโบทอพอโลยีวงนัยทั่วไปและ  $A \subseteq X$  แล้ว  $gBdrijA = giCl(gjCl(X \setminus A))$  ก็ต่อเมื่อ  $A$  เป็นเซตหนาแน่น  $(i, j) - g_x$  สำหรับ  $i, j = 1, 2$  และ  $i \neq j$
7. **ทฤษฎีบท** ให้  $(X, gX1, gX2)$  เป็นปริภูมิเชิงโบทอพอโลยีวงนัยทั่วไปและ  $A \subseteq X$  แล้ว  $A$  เป็นเซต  $gXigXj - open$  และ เซตหนาแน่น  $(i, j) - g_x$  ใน  $X$  ก็ต่อเมื่อ  $gBdrijA = X \setminus A$  สำหรับ  $i, j = 1, 2$  และ  $i \neq j$

## Abstract

The purpose of this research is to introduce the concept and some fundamental properties of dense sets on bigeneralized topological spaces. Let  $(X, gX_1, gX_2)$  be a bigeneralized topological spaces,  $A$  and  $B$  are non-empty subset of  $X$  and for any  $i, j = 1, 2$  such that  $i \neq j$ , we have the following conditions;

1. **Definition** Let  $(X, gX_1, gX_2)$  be a bigeneralized topological spaces, we said to be a subset  $A$  of  $X$  is  $gX_i gX_j$ -dense set in  $X$  if  $X = g_i Cl_j Cl A$ , where  $i, j = 1, 2$  and  $i \neq j$
2. **Theorem** Let  $(X, gX_1, gX_2)$  be a bigeneralized topological spaces, then a subset  $A$  of  $X$  is  $gX_i gX_j$ -dense set in  $X$  if and only if  $gExt_{i,j}(A) = \emptyset$ , where  $i, j = 1, 2$  and  $i \neq j$
3. **Theorem** Let  $(X, gX_1, gX_2)$  be a bigeneralized topological spaces,  $A \subseteq X$  if  $A$  is  $gX_i gX_j$ -dense set in  $X$ , then for any non-empty  $gX_i gX_j$ -closed subset  $F$  of  $X$ , where  $i, j = 1, 2$  and  $i \neq j$  such that  $A \subseteq F$ , we have  $F = X$
4. **Theorem** Let  $(X, gX_1, gX_2)$  be a bigeneralized topological spaces,  $A \subseteq X$  If for any non-empty  $gX_i gX_j$ -closed subset  $F$  of  $X$ , where  $i, j = 1, 2$  and  $i \neq j$  such that  $A \subseteq F$ , we have  $F = X$  if and only if  $G \cap A \neq \emptyset$  for any non-empty  $gX_i gX_j$ -open subset  $G$  of  $X$ , where  $i, j = 1, 2$  and  $i \neq j$
5. **Corollary** Let  $(X, gX_1, gX_2)$  be a bigeneralized topological spaces and  $A \subseteq X$ , If  $A$  is  $gX_i gX_j$ -dense set in  $X$  then  $G \cap A \neq \emptyset$  for any non-empty  $gX_i gX_j$ -open subset  $G$  of  $X$ , where  $i, j = 1, 2$  and  $i \neq j$
6. **Theorem** Let  $(X, gX_1, gX_2)$  be a bigeneralized topological spaces,  $A \subseteq X$ , then  $gBdr_{i,j} A = g_i Cl_j (g_j Cl (X \setminus A))$  if and only if  $A$  is  $gX_i gX_j$ -dense set in  $X$ , where  $i, j = 1, 2$  and  $i \neq j$
7. **Theorem** Let  $(X, gX_1, gX_2)$  be a bigeneralized topological spaces,  $A \subseteq X$ , then  $A$  is  $gX_i gX_j$ -open and  $gX_i gX_j$ -dense set in  $X$  if and only if  $gBdr_{i,j}(A) = X \setminus A$ , where  $i, j = 1, 2$  and  $i \neq j$

## สารบัญ

### บทที่ 1 บทนำ

- |     |                         |   |
|-----|-------------------------|---|
| 1.1 | ความเป็นมาของการวิจัย   | 1 |
| 1.2 | ความมุ่งหมายของการวิจัย | 2 |
| 1.3 | ขอบเขตของโครงการวิจัย   | 2 |
| 1.4 | ผลสำเร็จของงานวิจัย     | 2 |

### บทที่ 2 การทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

- |     |   |   |
|-----|---|---|
| 2.1 | ปริภูมิทอพอโลยีวงนัยทั่วไปและปริภูมิเชิงไบทอพอโลยีวงนัยทั่วไป | 3 |
| 2.2 | เซตขอบในปริภูมิเชิงไบทอพอโลยีวงนัยทั่วไป                      | 5 |
| 2.3 | เซตภายนอกในปริภูมิเชิงไบทอพอโลยีวงนัยทั่วไป                   | 6 |

### บทที่ 3 ผลการวิจัยและการอภิปรายผล

- |     |                             |    |
|-----|-----------------------------|----|
| 3.1 | ผลการวิจัย                  | 8  |
| 3.2 | สรุป อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ | 11 |

### เอกสารอ้างอิง

12

### ผลงานตีพิมพ์

13

### ประวัติและผลงานนักวิจัย

19