ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

1. แบบทดสอบเพื่อวัดระดับการคิด

2. การคำนวณค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดระดับการคิด

หมายเลขแบบทดสอบ.....................

แบบทดสอบเพื่อวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามตัวแบบของ แวน ฮีลี

คำชี้แจง

1. **กรุณาอย่าเปิดแบบทดสอบนี้จนกว่าจะได้รับอนุญาต**
2. แบบทดสอบนี้มี 25 ข้อ โดยที่ไม่ได้คาดหวังไว้ว่าผู้สอบจะสามารถทำได้ทุกข้อ
3. กรุณาใส่หมายเลขข้อสอบที่มุมขวามือซึ่งตรงกับหมายเลขในกระดาษคำตอบ
4. และคอยจนกว่าผู้กำกับการสอบจะอนุญาตให้ทำแบบทดสอบ
5. เมื่อได้รับอนุญาตให้ทำแบบทดสอบให้ปฏิบัติดังต่อไปนี้

   (1) อ่านคำถามแต่ละข้ออย่างรอบคอบ

   (2) ให้เลือกคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว โดยทำการกากะบาทข้อที่ถูกในกระดาษคำตอบ

   (3) อนุญาตให้สร้างหรือวาดรูปในช่องว่างที่เว้นไว้ในกระดาษคำตอบได้แต่กรุณาอย่ากากะบาทในแบบทดสอบนี้

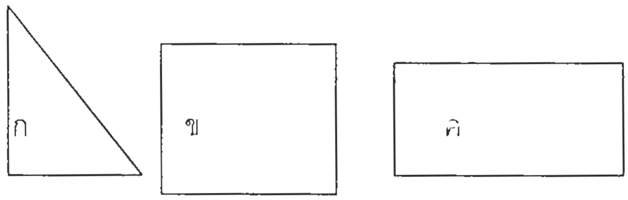
   (4) เมื่อต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ลบข้อที่ไม่ต้องการให้สะอาด

   (5) ถ้าต้องการเปลี่ยนดินสอให้ยกมือขึ้น

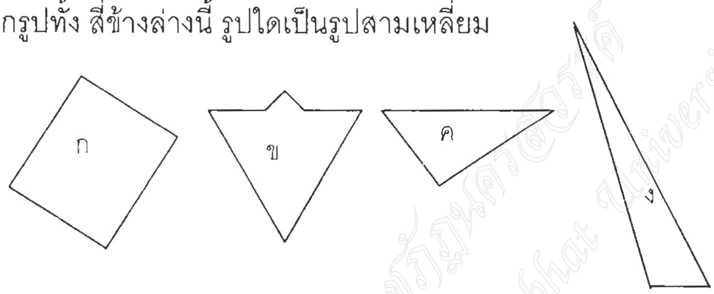
   (6) มีเวลาในการตอบ 35 นาที

แบบทดสอบวัดระดับระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามตัวแบบของ แวน ฮีลี

1. จากรูปทั้งสามทางด้านขวามือ รูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส?
   (ก) รูป ก เท่านั้น
   (ข) รูป ข เท่านั้น
   (ค) รูป ค เท่านั้น
   (ง)รูป ข และ ค เท่านั้น
   (จ) ทุกรูปเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส

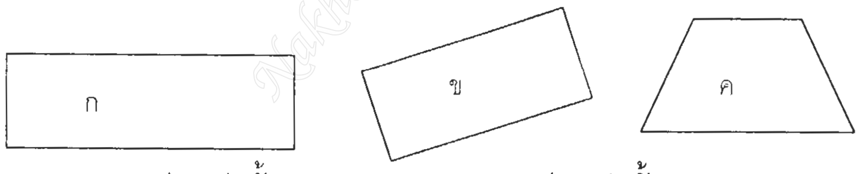


2. จากรูปทั้ง สี่ข้างล่างนี้ รูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยม



   (ก) รูป ก เท่านั้น (ข) รูป ข เท่านั้น
   (ค) รูป ก และ ข เท่านั้น (ง) รูป ก และ ค เท่านั้น

3. จากรูปข้างล่างนี้ รูปใดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า



   (ก) รูป ก เท่านั้น (ข) รูป ข เท่านั้น
   (ค) รูป ก และ ข เท่านั้น (ง) รูป ก และ ค เท่านั้น

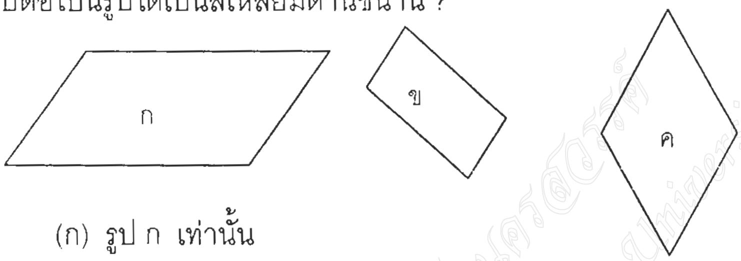
4.จากรูปข้างล่างต่อไปนี้ รูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

(ก) ไม่มีรูปใดเลยที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (ข) รูป ข เท่านั้น

(ค) รูปก และ ข เท่านั้น (ง) รูป ข และ ง เท่านั้น

(จ) ทุกรูปเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส

5. รูปต่อไปนี้รูปใดเป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน ?



(ก) รูป ก เท่านั้น

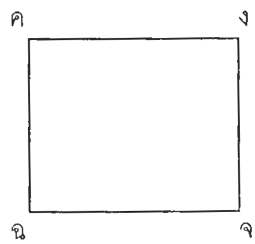
(ข) รูป ค เท่านั้น

(ค) รูป ก และ ข เท่านั้น

(ง) ไม่มีรูปใดเลยที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

(จ) ทุกรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

6. รูป คงจฉ ทางด้านขวามือ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริงสำหรับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใด ๆ ?



(ก) คง และ จฉ ยาวเท่ากัน

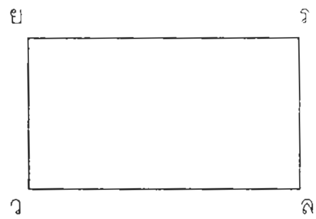
(ข) งฉ และ คจ ตั้งฉากกัน

(ค) คฉ และ งจ ตั้งฉากกัน

(ง) คฉ และ งฉ ยาวเท่ากัน

(จ) มุม คงจ ใหญ่กว่า มุม งจฉ

7. รูป ยรลว ทางด้านขวามือเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ตัวเลือกใดจากข้อ (ก) ถึงข้อ (ง) ไม่เป็นจริง สำหรับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใด ๆ



(ก) มีมุมฉาก 4 มุม

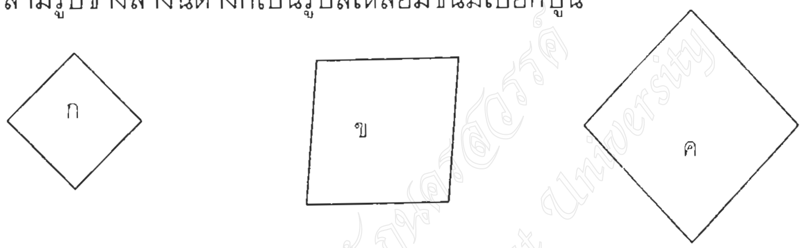
(ข) มีด้าน 4 ด้าน

(ค) เส้นทแยงมุมทั้งสองยาวเท่ากัน

(ง) ด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน

(จ) ทุกข้อตั้งแต่ข้อ (ก) ถึงข้อ (ง) เป็นจริงสำหรับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใด ๆ

8. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน คือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน และแต่ละมุมไม่เป็นมุมฉาก รูปทั้งสามรูปข้างล่างนี้ต่างก็เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน



ตัวเลือกใดจากข้อ (ก) ถึงข้อ (ง) ไม่เป็นจริง สำหรับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนใด ๆ

(ก) เส้นทแยงมุมทั้งสองยาวเท่ากัน

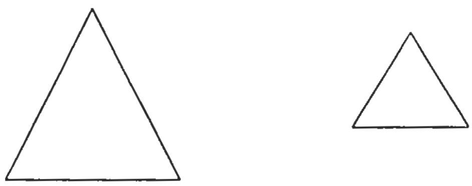
(ข) เส้นทแยงมุมแต่ละเส้นจะแบ่งครึ่งมุมทั้งสองที่อยู่ตรงข้าม

(ค) เส้นทะแยงมุมทั้งสองตั้งฉากกัน

(ง) มุมที่อยู่ตรงข้ามเท่ากัน

(จ) ทุกข้อตั้งแต่ข้อ (ก) ถึงข้อ (ง) เป็นจริงสำหรับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนใด ๆ

9. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านอย่างน้อยสองด้านเท่ากัน ตัวเลือกใดจากข้อ (ก) ถึงข้อ (ง) เป็นจริง สำหรับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วใด ๆ ?



(ก) ด้านทั้งสามด้านยาวเท่ากัน

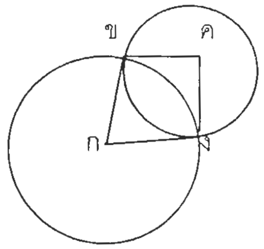
(ข) ด้านหนึ่งยาวเป็นสองเท่าของอีกด้านหนึ่ง

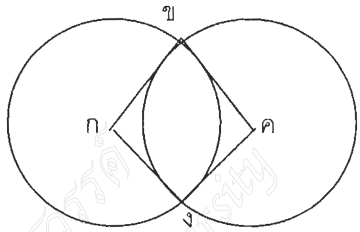
(ค) มุมภายในอย่างน้อยสองมุมเท่ากัน

(ง) มุมทั้งสามเท่ากัน

(จ) ตั้งแต่ข้อ (ก) ถึงข้อ (ง)ไม่มีข้อใดเลยที่เป็นจริงสำหรับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วใด ๆ

10. วงกลมสองวงมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ ก และ ค ตามลำดับ วงกลมทั้งสองตัดกันที่จุด ข และ ง ลากเส้นตรงเชื่อมจุดตัดและจุดศูนย์กลางของวงกลมทั้งสอง เกิดรูปสี่เหลี่ยม
กขคง ดังรูปทั้งสองข้างล่างนี้





ตัวเลือกจากข้อใดข้อ (ก) ถึง ข้อ(ง) <u>ไม่เป็นจริง</u>เสมอไป ?

(ก) สี่เหลี่ยม กขคงจะมีด้านแต่ละคู่ยาวเท่ากัน

(ข) สี่เหลี่ยม กขคง จะมีมุมอย่างน้อย 2 มุมเท่ากัน

(ค) $\overline{\text{กค}}$ และ $\overline{\text{คง}}$ จะตั้งฉากกัน

(ง) มุม ขคง เท่ากับมุม งกข

(จ) ตั้งแต่ข้อ (ก) ถึงข้อ (ง) เป็นจริง

11. ก เป็นรูป ๆ หนึ่งบนระนาบและกำหนดข้อความ 2 ข้อความเกี่ยวกับรูป ก ดังนี้

ข้อความที่ 1 คือ " ก เป็นรูปสี่เหลี่ยม"

ข้อความที่ 2 คือ " ก เป็นรูปสามเหลี่ยม"

ตัวเลือกข้อใดถูกต้อง ?

(ก) ถ้าข้อความที่ 1 เป็นจริงข้อความที่ 2 จะเป็นจริงด้วย

(ข) ถ้าข้อความเป็นเท็จแล้วข้อความที่ 2 จะเป็นจริง

(ค) ข้อความที่ 1 และข้อความที่ 2 จะเป็นจริงพร้อม ๆกันไม่ได้

(ง) ข้อความที่ 1 และข้อความที่ 2 จะเป็นเท็จพร้อม ๆ กันไม่ได้

(จ) ตั้งแต่ข้อ (ก) ถึงข้อ (ง)ไม่มีข้อใดถูก

12. จฉช เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งและกำหนดข้อความ 2 ข้อความเกี่ยวกับสามเหลี่ยม จฉช ดังนี้

ข้อความ I คือ " Δ จฉช มีด้านสามด้าน ยาวเท่ากัน"

ข้อความ II คือ "Δ จฉช มี ฉ̂ $\cong$ ช̂ "

ตัวเลือกในข้อใดถูกต้อง ?

(ก) ข้อความ I และข้อความ II เป็นจริงพร้อม ๆ กันไม่ได้

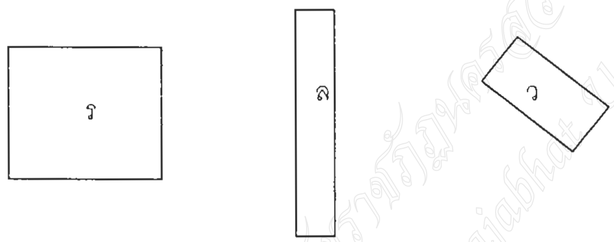
(ข) ถ้าข้อความ I เป็นจริง แล้ว ข้อความ II จะเป็นจริงด้วย

(ค) ข้อความ II เป็นจริง แล้ว ข้อความ I จะเป็นจริงด้วย

(ง) ข้อความ I เป็นเท็จแล้ว ข้อความ II จะเป็นเท็จด้วย

(จ) ทุกข้อตั้งแต่ข้อ (ก) ถึงข้อ (ง) ไม่มีข้อใดถูก

13. รูปทั้งสามรูปข้างล่างนี้ รูปใดบ้างที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ?



(ก) รูปทั้งสามเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

(ข) รูป ล เท่านั้น

(ค) รูป ว เท่านั้น

(ง) รูป ร และ ล เท่านั้น

(จ) รูป ล และ ว เท่านั้น

14. ข้อความต่อไปนี้เป็นจริง

(ก) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทุกรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

(ข) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

(ค) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทุกรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

(ง) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทุกรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

(จ) ทุกข้อตั้งแต่ (ก) ถึง (ง) ไม่มีสมบัติดังกล่าว

15. สมบัติใดเป็นจริงสำหรับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูป แต่<u>ไม่เป็นจริง</u>สำหรับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานใด

(ก) ด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน

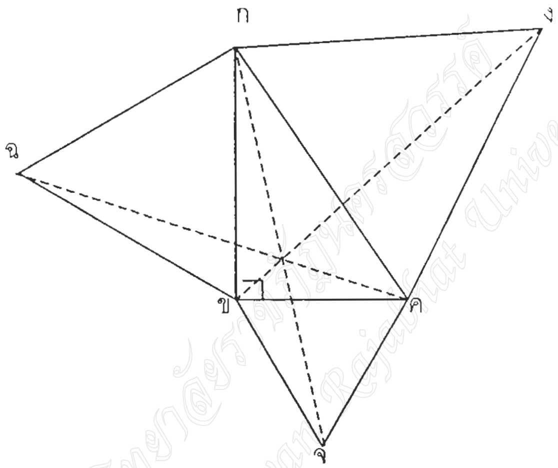
(ข) เส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน

(ค) ด้านตรงข้ามขนานกัน

(ง) มุมตรงข้ามเท่ากัน

(จ) ทุกข้อตั้งแต่ (ก) ถึง (ง) ไม่มีสมบัติดังกล่าว

16. รูป กขค เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก สร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า กคจ กขค และขคง บนด้านแต่ละด้านของสามเหลี่ยม กขค ดังรูปข้างล่างนี้



จากที่กำหนดให้ข้างต้นนี้ ถ้าเราสามารถพิสูจน์ได้ว่า $\overline{\text{กง}}$, $\overline{\text{ขจ}}$ และ $\overline{\text{คฉ}}$ มีจุดร่วมกัน จุดหนึ่ง แล้ว การพิสูจน์นี้จะบอกอะไรแก่เรา ?

(ก) เราแน่ใจจากรูปที่ลากขึ้นข้างต้นเพียงรูปเดียวว่า $\overline{\text{กง}}$, $\overline{\text{ขจ}}$ และ $\overline{\text{คฉ}}$ มีจุดร่วมกัน จุดหนึ่ง

(ข) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากบางรูป แต่ไม่ทุกรูปที่ $\overline{\text{กง}}$, $\overline{\text{ขจ}}$ และ $\overline{\text{คฉ}}$ มีจุดร่วมกัน จุดหนึ่ง

(ค) สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ $\overline{\text{กง}}$, $\overline{\text{ขจ}}$ และ $\overline{\text{คฉ}}$ มีจุดร่วมกัน 1 จุด

(ง) สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ $\overline{\text{กง}}$, $\overline{\text{ขจ}}$ และ $\overline{\text{คฉ}}$ มีจุดร่วมกันจุดหนึ่ง

(จ) สำหรับรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าใด ๆ $\overline{\text{กง}}$, $\overline{\text{ขจ}}$ และ $\overline{\text{คฉ}}$ มีจุดร่วมกันจุดหนึ่ง

17. รูปทางเรขาคณิตรูปหนึ่งมีสมบัติ 3 ประการดังนี้

สมบัติ I คือ "รูปนี้มีเส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน"

สมบัติ II คือ "รูปนี้เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส"

สมบัติ III คือ "รูปนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก"

ข้อความใดถูกต้อง ?

(ก) สมบัติ I สามารถสรุปสมบัติ II ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ III ได้

(ข) สมบัติ I สามารถสรุปสมบัติ III ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ II ได้

(ค) สมบัติ II สามารถสรุปสมบัติ III ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ I ได้

(ง) สมบัติ III สามารถสรุปสมบัติ II ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ II ได้

(ก) สมบัติ III สามารถสรุปสมบัติ II ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ I ได้

18. กำหนดข้อความ 2 ข้อความดังนี้

ข้อความ 1 คือ "ถ้ารูป ๆ หนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แล้ว เส้นทแยงมุมของรูปนั้นตัดกัน"

ข้อความ 2 คือ "ถ้า เส้นทแยงมุมของรูปหนึ่งตัดกัน แล้ว รูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า"

ตัวเลือกข้อใดถูกต้อง ?

(ก) ถ้าต้องการพิสูจน์ว่าข้อความ I เป็นจริง เราพยายามพิสูจน์ให้ได้ว่าข้อความที่ II เป็นจริงก็เพียงพอแล้ว

(ข) ถ้าต้องการพิสูจน์ว่าข้อความ II เป็นจริง เราพยายามพิสูจน์ให้ได้ว่าข้อความที่ I เป็นจริงก็เพียงพอแล้ว

(ค) ถ้าต้องการพิสูจน์ว่าข้อความ II เป็นจริง เราพยายามหารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งซึ่งเส้นทแยงมุมตัดกันก็เพียงพอแล้ว

(ง) ถ้าต้องการพิสูจน์ว่าข้อความ II เป็นเท็จ เราพยายามหารูป ๆ หนึ่งที่ไม่ใช่สี่เหลี่ยมผืนผ้าแต่มีเส้นทแยงมุมตัดกันก็เพียงพอแล้ว

(จ) ตั้งแต่ข้อ (ก) ถึง ข้อ (ง) ไม่มีข้อใดถูก

19. ข้อความในตัวเลือกใดถูกต้อง ?

(ก) ในวิชาเรขาคณิต เราสามารถให้คำนิยามของคำทุกคำได้ และทุก ๆ ข้อความสามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง

(ข) ในวิชาเรขาคณิต เราสามารถให้คำนิยามของคำทุกคำได้ แต่เราจำเป็นต้องตกลงกันว่าข้อความบางอันเป็นจริง

(ค) ในวิชาเรขาคณิต คำบางคำเราไม่ให้คำนิยาม แต่ทุก ๆ ข้อความสามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง

(ง) ในวิชาเรขาคณิตคำบางคำเราไม่ให้คำนิยามและเราจำเป็นต้องลกลงกันว่าข้อความบางอันเป็นจริง

(จ) ตั้งแต่ข้อ (ก) ถึงข้อ (ง) ไม่มีข้อใดถูก

20. พิจารณาข้อความทั้งสามต่อไปนี้

(1) ถ้าเส้นตรงสองเส้นต่างก็ตั้งฉากกับเส้นตรงเส้นเดียวกันแล้วเส้นตรงทั้งลองย่อมขนานกัน

(2) ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตั้งฉากกับในเส้นตรงคู่หนึ่งที่ขนานกันแล้วเส้นตรงเส้นนั้นย่อมตั้งฉากกับเส้นตรงอีกเส้นหนึ่งของเส้นคู่ขนานนั้นด้วย

(3) ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างเท่ากันเสมอแล้วเส้นตรงทั้งสองย่อมขนานกัน

ในรูปทางด้านขวามือนี้ กำหนดให้เส้นตรง ก กับเส้นตรง ค ตั้งฉากกัน และเส้นตรง ข กับเส้นตรง ค ตั้งฉากกัน ข้อความใดข้างต้นใช้สำหรับการอ้างเพื่อการสรุปว่าเส้นตรง ก ขนานกับ เส้นตรง ข

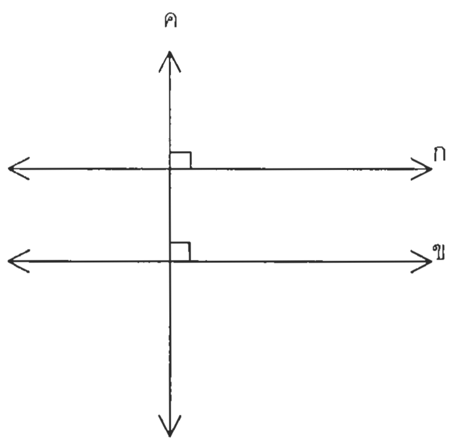
(ก) ข้อความ (1) เท่านั้น

(ข) ข้อความ (2) เท่านั้น

(ค) ข้อความ (3) เท่านั้น

(ง) ข้อความ(1) หรือ ข้อความ (2)

(จ) ข้อความ (2) หรือ ข้อความ (3)



21. ในเรขาคณิตระบบเอฟ (F – geometry) จะมีลักษณะต่างจากที่เคยใช้ เพราะมีจุดเพียง 4 จุดและ มีเส้นเพียง 6 เส้น ทุก ๆ เส้นมีเพียง 2 จุด ถ้ามีจุดอยู่ 4 จุด คือ P, Q, R และ S จะได้เส้นดังต่อไปนี้คือ

{P,Q}, {P, R},{P,S},{Q,R},{Q,S} และ {R,S}

.P

Q.

R.

.S

เรขาคณิตระบบเอฟ ให้ความหมายของการตัดกันและการขนานกันดังนี้ เส้น {P,Q} และ {P,R} ตัดกันที่ P เพราะเส้น {P, Q}และ {P,R} มี จุด P เป็นจุดร่วม {P, Q}และ {R,S} ขนานกัน เพราะว่า ไม่มีจุดร่วมกัน จากข้อมูลนี้ข้อใดถูกต้อง

(ก) {P,R} และ {Q,S} ตัดกัน

(ข) {P,R} และ {Q,S} ขนานกัน

(ค) {Q, R} และ {R,S} ขนานกัน

(ง) {P,S} และ {Q,R} ตัดกัน

(จ) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

22. ไตรเซ็คท์ หมายถึง การแบ่งมุมออกเป็นสามส่วนที่มีขนาดเท่า ๆ กัน ในปี 1847 พี แอล วันต์เซนต์สามารถพิสูจน์ได้ว่า โดยทั่วไปแล้วไม่สามารถแบ่งมุมออกเป็นสามส่วนเท่า ๆ กันได้โดยใช้วงเวียนและสันตรง จากการพิสูจน์นี้ จะได้ผลสรุปอย่างไร

(ก) โดยทั่วไปแล้วไม่สามารถแบ่งมุมออกเป็นสามส่วนเท่า ๆกันได้โดยใช้วงเวียนและสันตรง

(ข) โดยทั่วไปแล้วไม่สามารถแบ่งมุมออกเป็นสามส่วนเท่า ๆ กันโดยใช้เพียงวงเวียนและสันตรง

(ค) โดยทั่วไปแล้วไม่สามารถแบ่งมุมออกเป็นสามส่วนเท่า ๆกันได้โดยใช้เครื่องมือในการวาดรูป

(ง) เป็นไปได้ว่าในอนาคตอาจมีใครบางคนที่สามารถค้นพบวิธีแบ่งมุมออกเป็นสามส่วนเท่า ๆ กันได้โดยใช้วงเวียนและสันตรง

(จ) ไม่มีใครค้นพบวิธีแบ่งมุมออกเป็นสามส่วนเท่า ๆกันได้โดยใช้วงเวียนและสันตรง

23.มีเรขาคณิตที่สร้างขึ้นโดย นักคณิตศาสตร์ชื่อ เจ ซึ่งกำหนดให้ข้อความต่อไปนี้เป็นจริง : ผลบวกของขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งน้อยกว่า 180°

ข้อใดถูกต้อง

(ก) เจ วัดขนาดของมุมของรูปสามเหลี่ยมผิดพลาด

(ข) เจ ให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ผิดพลาด

(ค) เจ มี แนวคิดที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับความหมายของ “เป็นจริง”

(ง) เจ เริ่มด้วยสมมุติฐานที่แตกต่างไปจากเรขาคณิตตามปกติทั่วไป

(จ) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

24.หนังสือเรขาคณิตสองเล่มได้มีการให้นิยาม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แตกต่างกัน ข้อใดถูกต้อง

(ก) หนังสือเล่มหนึ่งมีความคลาดเคลื่อน

(ข) บทนิยามหนึ่งไม่ถูกต้อง ไม่มีบทนิยามที่ต่างกันของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

(ค) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในหนังสือเล่มหนึ่งต้องมีสมบัติที่แตกต่างจากหนังสืออีกเล่มหนึ่ง

(ง) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในหนังสือเล่มหนึ่งต้องมีสมบัติเหมือนกับในหนังสืออีกเล่มหนึ่ง

(จ) สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในหนังสือทั้งสองเล่มอาจแตกต่างกัน

25. สมมุติว่าต้องทำการพิสูจน์ข้อความ I และ II

I. ถ้า P แล้ว Q

II. ถ้า S แล้ว ไม่ใช่ Q

ข้อความใดได้มาจากข้อความ I และ II

(ก) ถ้า P แล้ว S

(ข) ถ้าไม่ใช่ P แล้ว ไม่ใช่ Q

(ค) ถ้า P หรือ Q แล้ว S

(ง) ถ้า S แล้ว ไม่ใช่ P

(จ) ถ้าไม่ใช่ S แล้ว P

ตาราง แสดงการคำนวณค่าความเที่ยงของแบบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต

ข้อ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	X	X^2
1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	12	144
2	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	16	256
3	1	1	1	1	1	1	0	1	1	10	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	11	121
4	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	20	400
5	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	16	256
6	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	11	121
7	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	9	81
8	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	13	169
9	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	16	256
10	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	14	196
11	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	10	0	0	0	0	11	121
12	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	15	225
13	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	12	144
14	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	14	196
15	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	14	196
16	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	12	144
17	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	49
18	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	9	81
19	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	7	49
20	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	13	169
21	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	13	169
22	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	10	100
23	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	15	225
24	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	13	169
25	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	13	169
26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	17	289
27	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	17	289
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	13	169
29	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	64
30	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	12	144
																									รวม	377	5161

ข้อ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
p	.9333	.9333	.9333	.7333	.6999	.5999	.4999	.5999	.6999	.3667	.3333	.5999	.7667	.1667	.2999	.5999
q	.0667	.0667	.0667	.2667	.3001	.4001	.5001	.4001	.3001	.6333	.6667	.4001	.2333	.8333	.7001	.4001
pq	.0623	.0623	.0623	.4891	.2100	.2400	.2499	.2400	.2100	.2322	.2223	.2400	.1789	.1389	.2099	.2400

ข้อ	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
p	.5999	.6999	.2667	.2333	.1999	.1667	.2667	.3999	.0667	
q	.4001	.3001	.7333	.7667	.8001	.8333	.7333	.6001	.9333	
pq	.2400	.2100	.1956	.1789	.1599	.1389	.1956	.2399	.0623	4.7048

$$s_t^2 = \frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}$$

$$= \frac{30(5161) - (377)^2}{(30)(29)}$$

$$= 14.599$$

$$KR - 20 = \frac{25}{24}(1 - \frac{4.7048}{14.599})$$

$$= (1.04)(1 - .3223)$$

$$= .70$$

ภาคผนวก ข

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต
2. การคำนวณความยากง่ายและอำนาจจำแนกแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต
3. การคำนวณค่าความเที่ยง แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบนี้มี 2 ตอน ดังนี้คือ

ตอนที่ 1 เป็นการแสดงการพิสูจน์ทางเรขาคณิตซึ่งยังไม่สมบูรณ์ ให้นักศึกษาเติมคำตอบที่เป็นข้อความแสดงการพิสูจน์หรือเหตุผลประกอบ การพิสูจน์เพื่อให้การพิสูจน์มีความสมบูรณ์ลงใน ช่องว่างที่เว้นไว้ให้ ข้อสอบมีจำนวน 2 ข้อคือข้อ 1-2 ข้อละ 2.5 คะแนน

ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบอัตนัยแบบเขียนตอบ ให้นักศึกษาแสดง วิธีทำอย่างละเอียด ในช่องว่างที่เว้นไว้ให้ ข้อสอบมีจำนวน 5 ข้อ คือข้อ 3-7 ข้อละ 4 คะแนน

4. ให้นักศึกษาทุกคนทำข้อสอบทั้งสองตอน
5. ให้นักศึกษาเขียนชื่อ ชั้นปีก่อนลงมือทำข้อสอบ

ชื่อนักศึกษา ....

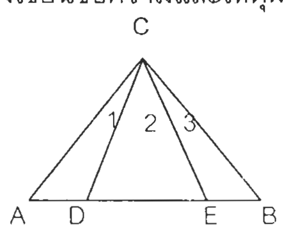
ชั้นปีที่ ....

เลขประจำตัว ....

ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต

ตอนที่ 1

ข้อ 1 จงเขียนข้อความและเหตุผลประกอบการพิสูจน์



สิ่งกำหนดให้ $\overline{CA} \cong \overline{CB}$ และ

$\hat{1} \cong \hat{3}$

สิ่งต้องพิสูจน์ ΔCDE เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{CA} \cong \overline{CB}$	1. ....
2.	2. มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วย่อมเท่ากันทุกประการ
3. $\hat{1} \cong \hat{3}$	3. ....
4. $\Delta CAD \cong \Delta CBE$	4. ....
5.	ส่วนที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
6. ΔCDE เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	6. บทนิยามของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

เนื้อที่สำหรับคิด

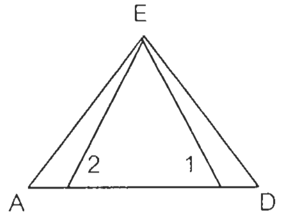
เปิดหน้าต่อไป

ข้อ 2 จงเขียนข้อความและเหตุผลแสดงการพิสูจน์ให้สมบูรณ์ โดยการเติมคำตอบลงในช่องว่างที่ เว้นไว้

สิ่งกำหนดให้ ΔADE เป็นรูปสามเหลี่ยม,

$\hat{2} \cong \hat{1}$, $\overline{BE} \cong \overline{CE}$, $B\hat{E}D \cong C\hat{E}A$

สิ่งต้องพิสูจน์ $\overline{BD} \cong \overline{CA}$



ข้อความ	เหตุผล
1. $\hat{2} \cong \hat{1}$	1. ....
2.	2. กำหนดให้
3. $B\hat{E}D \cong C\hat{E}A$	3. ....
4.	4. สมบัติการเท่ากันทุกประการ มุม-ด้าน-มุม
5. $\overline{BD} \cong \overline{CA}$	5. ....

เนื้อที่สำหรับคิด

เปิดหน้าต่อไป

ตอนที่ 2

ข้อ 3 จงเติมข้อความและวาดรูป และแสดงการพิสูจน์ว่า *"ขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในตรงข้าม"*

สิ่งกำหนดให้ .... วาดรูปประกอบ

....

....

สิ่งต้องพิสูจน์ ....

....

....

เนื้อที่สำหรับพิสูจน์

เปิดหน้าต่อไป

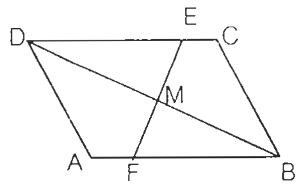
ข้อ 4 จงแสดงวิธีการพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

กำหนดให้ $m(\overline{AB}) = m(\overline{DC})$

$m(\overline{AD}) = m(\overline{BC})$

M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{DB}$

ลาก $\overline{EF}$ ผ่านจุด M



สิ่งต้องพิสูจน์ $m(\overline{FM}) = m(\overline{ME})$

เนื้อที่สำหรับการพิสูจน์

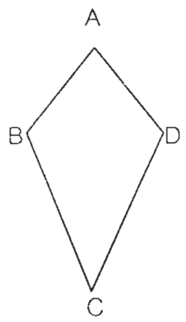
เปิดหน้าต่อไป

ข้อ 5 จงแสดงวิธีการพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

กำหนดให้ □ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยม

มี $\overline{CB} \cong \overline{CD}$ และ $\overline{BA} \cong \overline{DA}$

สิ่งต้องพิสูจน์ $\hat{B} \cong \hat{D}$



เนื้อที่สำหรับพิสูจน์

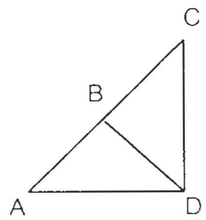
เปิดหน้าต่อไป

ข้อ 6 จงแสดงวิธีการพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

กำหนดให้ B เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AC}$

$\overline{AB} \cong \overline{BD}$

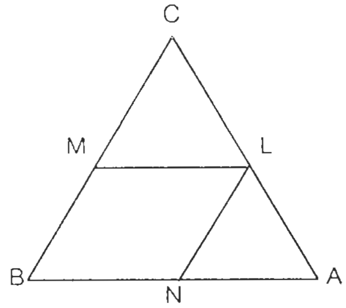
สิ่งต้องพิสูจน์ $C\hat{D}A$ เป็นมุมฉาก



เนื้อที่สำหรับพิสูจน์

เปิดหน้าต่อไป

ข้อ 7 จงแสดงวิธีการพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้



กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
มี L,M,N เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{AC}$, $\overline{CB}$ และ $\overline{AB}$
สิ่งต้องพิสูจน์ $\square LMBN$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

เนื้อที่สำหรับพิสูจน์

หน้าสุดท้ายแล้ว ถ้ามีเวลาเหลือให้นักศึกษากลับไปทบทวนคำตอบอีกครั้ง

ตาราง แสดงการคำนวณค่าความยากง่ายของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์

กลุ่มสูง

ข้อ / คนที่	1	2	3	4	5	6	7
1	4	4	3	3	4	4	4
2	4	4	3	3	4	4	4
3	4	4	4	3	3	4	4
4	4	4	3	4	3	4	3
5	4	3	3	4	4	4	3
6	4	3	3	4	3	4	4
7	3	4	3	4	3	4	4
รวม (S_H)	27	26	22	25	24	28	26

กลุ่มต่ำ

ข้อ / คนที่	1	2	3	4	5	6	7
1	3	4	4	4	3	4	4
2	4	4	3	3	3	4	4
3	3	4	3	3	3	0	0
4	1	1	1	1	1	0	0
5	1	1	1	1	2	1	1
6	2	0	0	0	0	1	1
7	1	0	0	0	0	0	0
รวม (S_L)	15	14	12	12	12	10	10

แสดงค่าความยากง่าย

ข้อ	$S_H + S_L$	$X_{max} - X_{min}$	$n_T X_{min}$	$S_H + S_L - (n_T X_{min})$	$n_T (X_{max} - X_{min})$	$\frac{[S_H + S_L - (n_T X_{min})]}{[n_T (X_{max} - X_{min})]}$
1	42	4	0	42	56	0.75
2	40	4	0	40	56	0.71
3	34	4	0	34	56	0.61
4	37	4	0	37	56	0.66
5	36	4	0	36	56	0.64
6	38	4	0	38	56	0.68
7	36	4	0	36	56	0.64

แสดงค่าอำนาจจำแนก

ข้อ	$S_H - S_L$	$X_{max} - X_{min}$	$N_H (X_{max} - X_{min})$	$(S_H - S_L) / [N_H (X_{max} - X_{min})]$
1	12	4	28	0.43
2	12	4	28	0.43
3	10	4	28	0.36
4	13	4	28	0.46
5	12	4	28	0.43
6	18	4	28	0.64
7	16	4	28	0.57

ตาราง แสดงการหาความเที่ยงของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์

ข้อ	1	2	3	4	5	6	7	X	X^2
1	4	4	3	3	4	4	4	26	676
2	4	4	3	3	4	4	4	26	676
3	4	4	4	3	3	4	4	26	676
4	4	4	3	4	3	4	3	25	625
5	4	3	3	4	4	4	3	25	625
6	4	3	3	4	3	4	4	25	625
7	3	4	3	4	3	4	4	25	625
8	4	4	4	4	3	3	0	22	484
9	4	4	3	4	2	3	0	20	400
10	4	3	3	4	1	2	3	20	400
11	4	4	2	4	4	0	1	19	361
12	4	4	1	4	4	0	2	19	361
13	3	4	3	3	4	1	1	19	361
14	4	4	3	4	3	0	0	18	324
15	3	4	3	4	3	1	0	18	324
16	4	4	3	4	3	0	0	18	324
17	4	4	2	4	4	0	0	18	324
18	3	4	3	2	4	0	0	16	256
19	4	4	0	4	4	0	0	16	256
20	4	4	0	4	4	0	0	16	256
21	4	4	0	4	4	0	0	16	256
22	3	4	4	4	2	0	0	17	289
23	4	3	3	1	3	1	1	16	256
24	1	1	1	1	2	1	1	8	64
25	1	1	1	1	2	1	1	8	64
26	1	1	1	1	1	0	0	5	25
27	2	0	0	0	0	1	1	4	16
28	1	0	0	0	0	0	0	1	1
								492	251994
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1.09	1.32	1.34	1.39	1.23	1.69	1.59		
S_i^2	1.19	1.74	1.80	1.93	1.51	2.86	2.53	13.56	

$$s_x^2 = \frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}$$

$$= \frac{28(251994) - (492)^2}{(28)(27)}$$

$$= \frac{7055832 - 242064}{756}$$

$$= 9012.92$$

$$\alpha = \frac{28}{27}\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_x^2}\right]$$

$$= (1.04)\left[1 - \frac{13.56}{9012.92}\right]$$

$$\approx 1$$

ภาคผนวก ค

1. ระดับการคิดกลุ่มตัวอย่างก่อนเรียนและหลังเรียน
2. ผลการเปรียบเทียบระดับการคิดของกลุ่มตัวอย่างก่อนเรียนและหลังเรียน

ตาราง......แสดงระดับการคิดกลุ่มตัวอย่างก่อนเรียนและหลังเรียน

ลำดับที่	ระดับการคิดก่อนเรียน	ระดับการคิดหลังเรียน
1	2	4
2	3	4
3	2	3
4	2	2
5	2	4
6	2	3
7	2	2
8	2	2
9	1	2
10	2	2
11	2	2
12	1	3
13	2	3
14	2	2
15	2	2
16	1	1
17	2	2
18	2	2
19	2	2
20	2	2
21	2	2
22	3	3
23	1	1
24	2	2
25	2	2
26	1	2
27	2	2
28	2	2

ตาราง.....แสดงผลการเปรียบเทียบระดับการคิดหลังเรียนกับก่อนเรียน

T-Test

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	POST	2.32	28	.772	.146
	PRE	1.89	28	.497	.094

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	POST & PRE	28	.479	.010

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	POST - PRE	.43	.690	.130	.16	.70	3.286	27	.003

ภาคผนวก ง

การทดสอบทดสอบสมมุติฐานข้อ 2 และข้อ 4 โดยใช้ไคสแควร์

การทดสอบทดสอบสมมุติฐานข้อ 2 โดยใช้ไคสแควร์

ในการวิจัยครั้งนี้ นักศึกษาที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของ ไดนา แวนฮีลี จำนวน 26 คน จาก 28 คน มีระดับการคิดตั้งแต่ระดับ 2 ขึ้นไป นำไปทดสอบสมมุติฐานข้อ 2 "นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนา แวน ฮีลี จำนวนร้อยละ 80 ของนักศึกษาครูทั้งหมดมีระดับการคิดตามตัวแบบ แวน ฮีลี ตั้งแต่ระดับ 2 ขึ้นไป" ด้วยการทดสอบไคสแควร์ ดังนี้

ขั้นตอนการคำนวณ

1. ตั้งสมมุติฐานทางสถิติ

$H_0 : f = 22.4$ (ร้อยละ 80 ของจำนวน 28 คน)

$H_1 : f > 22.4$ (มากกว่าร้อยละ 80 ของจำนวน 28 คน)

2. กำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติ $\alpha = .05$ และเปิดตาราง จะได้ $\chi^2_{(1,.05)} = 3.841$

3. คำนวณค่าไคสแควร์จากสูตร $\chi^2 = \sum \frac{(f_{oi} - f_{ei})^2}{f_{ei}}$

$$\text{จะได้ } \chi^2 = \frac{(26-22.4)^2}{22.4} + \frac{(2-5.6)^2}{5.6} = 2.89$$

4. เปรียบเทียบจะพบว่า χ^2 คำนวณ $> \chi^2$ ตาราง จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักศึกษามากกว่าร้อยละ 80 ของนักศึกษาทั้งหมดมีระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบของ แวน ฮีลี ตั้งแต่ระดับ 2 ขึ้นไป ไม่เป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 2

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรม SPSS for Windows

NPar Tests
Chi-Square Test
Frequencies

TEST

	Observed N	Expected N	Residual
0	2	5.6	-3.6
1	26	22.4	3.6
Total	28		

Test Statistics

	TEST
Chi-Square[a]	2.893
df	1
Asymp. Sig.	.089

a 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 5.6.

หมายเหตุ การทดสอบแบบหางเดียว ค่า Sig. (1-tail) = ค่า Sig. (2-tails)/2

การทดสอบทดสอบสมมุติฐานข้อ 4 โดยใช้ไคสแควร์

ในการวิจัยครั้งนี้ นักศึกษาที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของ ไดนา แวนฮีลี จำนวน 15 คน จาก 28 คน มีคะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป นำไปทดสอบสมมุติฐานข้อ 4 "นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนา แวน ฮีลี ร้อยละ 50 มีคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ตั้งแต่ ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม" ด้วยการทดสอบไคสแควร์ ดังนี้

ขั้นตอนการคำนวณ

1. ตั้งสมมุติฐานทางสถิติ

$H_0 : f = 14$ (ร้อยละ 50 ของจำนวน 28 คน)

$H_1 : f > 14$ (มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวน 28 คน)

2. กำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติ $\alpha = .05$ และเปิดตาราง จะได้ $\chi^2_{(1,.05)} = 3.841$

3. คำนวณค่าไคสแควร์จากสูตร $\chi^2 = \sum \frac{(f_{oi} - f_{ei})^2}{f_{ei}}$

$$\text{จะได้ } \chi^2 = \frac{(15-13)^2}{13} + \frac{(13-15)^2}{15} = 0.58$$

4. เปรียบเทียบจะพบว่า χ^2 คำนวณ $< \chi^2$ ตาราง จึงยอมรับ H_0 นั่นคือ นักศึกษาที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนา แวน ฮีลีที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตตั้งแต่ร้อยละ 60 มีจำนวนเท่ากับร้อยละ 50 เป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรม SPSS for Windows

NPar Tests
Chi-Square Test
Frequencies

XPOST

	Observed N	Expected N	Residual
1	13	14.0	-1.0
2	15	14.0	1.0
Total	28		

Test Statistics

	XPOST
Chi-Square[a]	.143
df	1
Asymp. Sig.	.705

a 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 14.0.

หมายเหตุ การทดสอบแบบหางเดียว ค่า Sig. (1-tail) = ค่า Sig. (2-tails)/2

ภาคผนวก จ

1. คะแนนความสามารถในการพิสูจน์กลุ่มตัวอย่างก่อนเรียนและหลังเรียน

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตก่อนเรียนกับหลังเรียน

ตาราง.......แสดงคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนเรียน-หลังเรียน

ลำดับที่	ก่อนเรียน(เต็ม 25คะแนน)	หลังเรียน (เต็ม 25 คะแนน)
1	3	22
2	4	23
3	0	20
4	0	21
5	5	14
6	0	21
7	3	10
8	3	22
9	0	14
10	3	18
11	3	19
12	1	13
13	1	19
14	3	14
15	2	9
16	3	8
17	2	9
18	3	21
19	1	25
20	0	12
21	2	19
22	7	24
23	1	14
24	0	10
25	3	21
26	1	9
27	0	14
28	1	19

ตาราง ......ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนกับก่อนเรียน

T-Test

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	POST	16.57	28	5.238	.990
	PRE	1.96	28	1.732	.327

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	POST & PRE	28	.231	.237

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	POST - PRE	14.61	5.123	.968	12.62	16.59	15.087	27	.000

ภาคผนวก ฉ

1. ผลการแปลงคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ออกเป็น 5 ระดับ

2. ผลการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างระดับการคิดฯกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

ตาราง... แสดงผลการแปลงคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ออกเป็น 5 ระดับ

ลำดับที่	คะแนนความสามารถฯ(เต็ม 25)	คะแนนที่แปลงแล้ว
1	22	4
2	23	4
3	20	4
4	21	4
5	14	1
6	21	4
7	10	1
8	22	4
9	14	1
10	18	3
11	19	3
12	13	1
13	19	3
14	14	1
15	9	0
16	8	0
17	9	0
18	21	4
19	25	4
20	12	0
21	19	3
22	24	4
23	14	0
24	10	0
25	21	4
26	9	0
27	14	0
28	19	3

ตาราง..... แสดงผลการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างระดับการคิดทางเรขาคณิตกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

Correlations

Correlations

		การคิด(หลัง)	พิสูจน์(หลัง)
	Pearson Correlation	1	.401*
	Sig. (2-tailed)	.	.034
	N	28	28
	Pearson Correlation	.401*	1
	Sig. (2-tailed)	.034	.
	N	28	28

* Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Nonparametric Correlations

Correlations

			การคิด(หลัง)	พิสูจน์(ลำดับ)
		Correlation Coefficient	1.000	.476*
		Sig. (2-tailed)	.	.010
		N	28	28
		Correlation Coefficient	.476*	1.000
		Sig. (2-tailed)	.010	.
		N	28	28

* Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Crosstabs

พิสูจน์(หลัง) * การคิด(หลัง) Crosstabulation

Count

		การคิด(หลัง)				Total
		1	2	3	4	
พิสูจน์ (หลัง)	8	1	0	0	0	1
	9	0	3	0	0	3
	10	0	2	0	0	2
	12	0	1	0	0	1
	13	0	0	1	0	1
	14	1	3	0	1	5
	18	0	1	0	0	1
	19	0	3	1	0	4
	20	0	0	1	0	1
	21	0	3	1	0	4
	22	0	1	0	1	2
	23	0	0	0	1	1
	24	0	0	1	0	1
	25	0	1	0	0	1
Total		2	18	5	3	28

Directional Measures

			Value
Nominal by Interval	Eta	พิสูจน์(หลัง) Dependent	.433
		การคิด(หลัง) Dependent	.696

หมายเหตุ การทดสอบแบบหางเดียว ค่า Sig. (1-tail) = ค่า Sig. (2-tails)/2

ภาคผนวก ช

ตัวอย่างแผนการสอนเพื่อเลื่อนระดับการคิดระยะที่ 1

แผนการสอนที่ 1

รายวิชา เรขาคณิตเบื้องต้น **รหัสวิชา** 4092501 **สาขาวิชา** คณิตศาสตร์ (ค.บ. 5 ปี) ชั้นปีที่1-2

เรื่อง รูปสามเหลี่ยม จำนวน 3 คาบ

---

1. **สาระสำคัญ**

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันอย่างน้อย 2 ด้าน

รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทุกด้านยาวไม่เท่ากัน

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีความสัมพันธ์กับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าทุกรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แต่รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วบางรูปเท่านั้นที่เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีขนาด 60 องศา ทำให้มุมภายในทุกมุมของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีขนาดมุมละ 60 องศา

มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากันเสมอ

2. **จุดประสงค์การเรียนรู้**

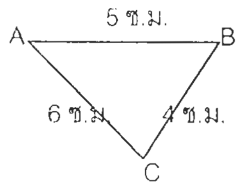
เมื่อเรียนจบบทเรียนแล้วนักศึกษาสามารถ

1. บอกบทนิยามของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า ได้ถูกต้อง
2. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยม ด้านเท่าหรือรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วหรือรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า ได้ถูกต้อง
3. ระบุสมบัติของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า ได้ถูกต้อง
4. บอกความสัมพันธ์ระหว่างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ได้ถูกต้อง

3. **เนื้อหา**

3.1 **รูปสามเหลี่ยม** (Triangle)

รูปสามเหลี่ยม หมายถึง รูปปิดซึ่งประกอบด้วยส่วนของเส้นตรง 3 เส้น เรียกส่วนของเส้นตรงแต่ละเส้นดังกล่าวว่า ***ด้าน (side)*** เรียกมุมที่เกิดจากด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมตัดกันว่า ***มุมยอด (vertices)*** เรียกผลบวกของความยาวด้านสามด้านว่า ***เส้นรอบรูป(perimeter)***ดังแสดงตัวอย่างในรูป 1



รูป 1 แสดงส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยม

จากรูป 1 จะได้ว่า ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มี $\overline{AB}$ $\overline{BC}$ และ $\overline{CB}$ เป็นด้านของ รูปสามเหลี่ยม และ $\hat{A}$ $\hat{B}$ และ $\hat{C}$ เป็นมุมยอด และมีเส้นรอบรูปเท่ากับ $5+6+4 = 15$ ซ.ม.

3.2 ประเภทของรูปสามเหลี่ยม

รูปสามเหลี่ยมแบ่งออกเป็นประเภทใหญ่ ๆ ได้ 2 ประเภทคือ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า และรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

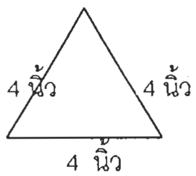
รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน (equilateral triangle)

รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทุกด้านยาวไม่เท่ากัน (scalene triangle)

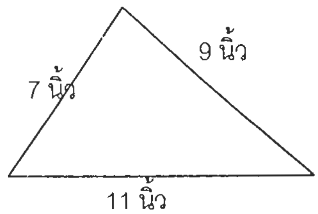
รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (isosceles triangle) หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านอย่างน้อยสองด้านยาวเท่ากัน เรียกด้านที่สามว่า ฐาน(base)

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจึงเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แต่รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วไม่จำเป็นต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

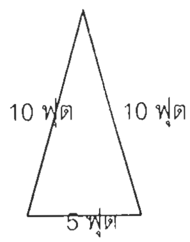
ตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมแสดงในรูป 2



รูป 2(1)



รูป 2(2)



รูป 2(3)

รูป 2 แสดงรูปสามเหลี่ยมประเภทต่าง ๆ

จากรูป 2 จะได้ว่า รูป 2(1) เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

รูป 2(2) เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

รูป 2(3) เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าและรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีมุมที่ฐานมีขนาดเท่ากัน และเส้นที่แบ่งครึ่งมุมยอดจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับฐาน

4. กิจกรรมการเรียนการสอน

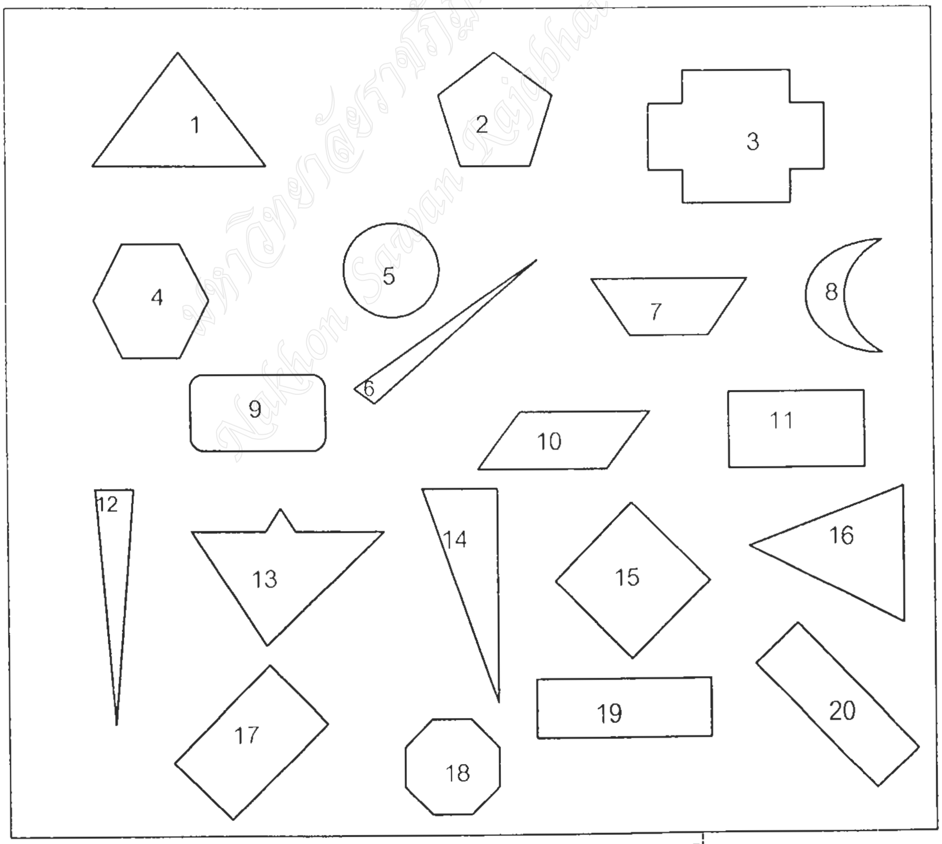
(วัดระดับการคิดทางเรขาคณิตใช้เวลาประมาณ 40 นาที)

ขั้นที่ 1 การสืบสวนสอบสวน

1. ทบทวนมโนทัศน์พื้นฐานทางเรขาคณิต ดังต่อไปนี้ จุด เส้น ระนาบ รังสี เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง มุม โดยการซักถามนักศึกษา

2. ผู้สอนให้นักศึกษายกตัวอย่างสิ่งของต่าง ๆ ที่มีรูปร่างเป็นรูปสามเหลี่ยม

3. ผู้สอนให้นักศึกษาเลือกรูปเรขาคณิตที่เป็นรูปสามเหลี่ยมจากรูปเรขาคณิตแบบ ต่าง ๆ ซึ่งอยู่คละกัน ดังแสดงในรูป



(เฉลยรูป 1,6,11,14,16 เป็นรูปสามเหลี่ยม)

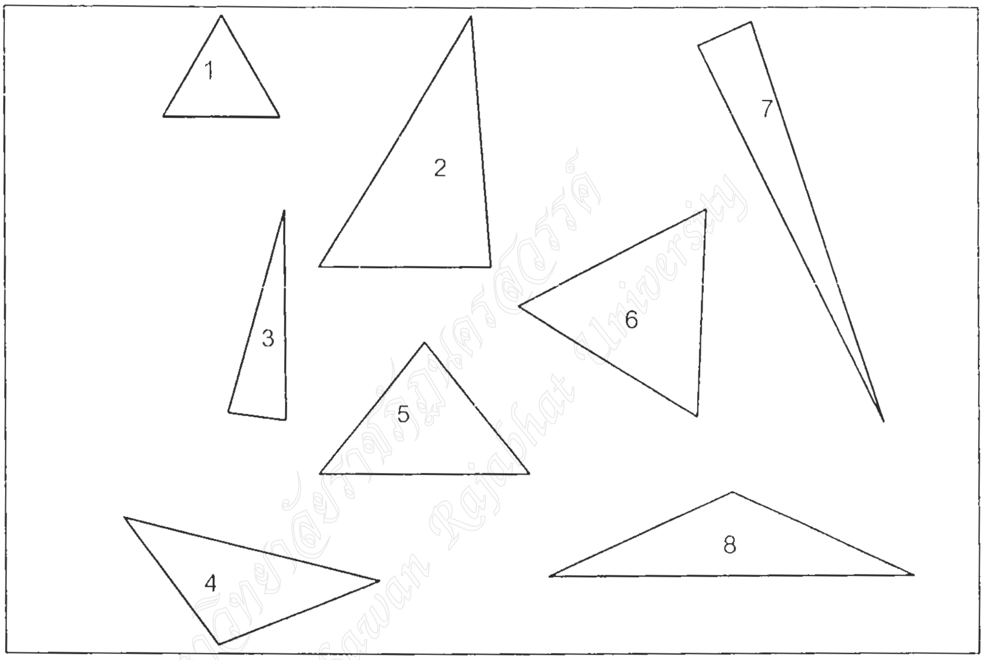
4. ให้นักศึกษาบอกความหมายของรูปสามเหลี่ยมและช่วยกันสรุปบทนิยามของรูปสามเหลี่ยม

5. ผู้สอนให้นักศึกษาบอกส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยม(ด้าน มุมยอด ฐาน) ที่กำหนดให้

6. นักศึกษาช่วยกันสรุปบทนิยามของด้าน มุมยอด และฐานของรูปสามเหลี่ยม

ขั้นที่ 2 การทำกิจกรรมที่มีการกำหนดทิศทาง

1. ผู้สอนแจกชิ้นส่วนของรูปสามเหลี่ยมแบบต่าง ๆ ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มแล้วให้นักศึกษานำมาจัดเป็นพวก ๆ ตามลักษณะที่เหมือนกัน ตัวอย่างชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมดังแสดงในรูป

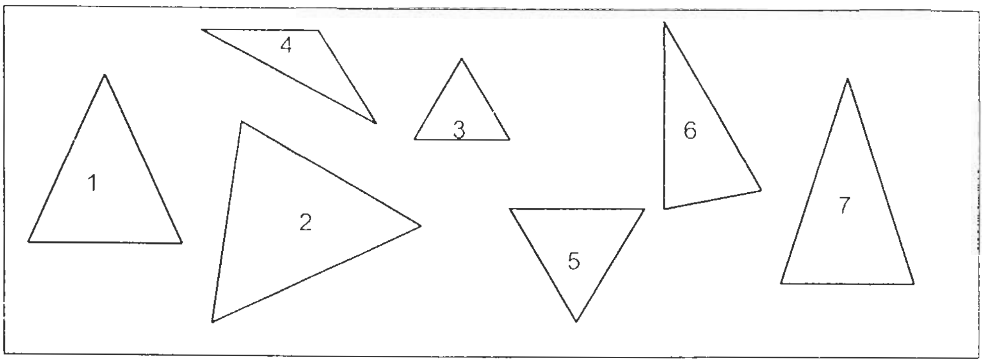


(เมื่อนำมาจัดพวกแล้วจะได้ อาจจะได้ 3 พวก คือ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า หรือ 2 พวกคือ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าและรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า)

2. ให้นักศึกษาบอกลักษณะของรูปสามเหลี่ยมแต่ละประเภทและบอกชื่อของรูปสามเหลี่ยมประเภทนั้น ๆ แล้วช่วยกันสรุปว่าชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้มีกี่ประเภท อะไรบ้างอีกครั้ง

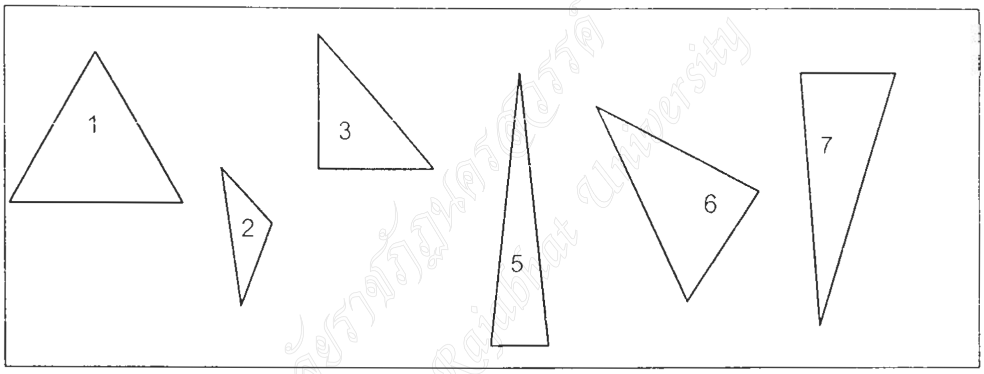
3. ผู้สอนยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมอีกครั้งโดยให้นักศึกษาเลือกเฉพาะ

(1) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า



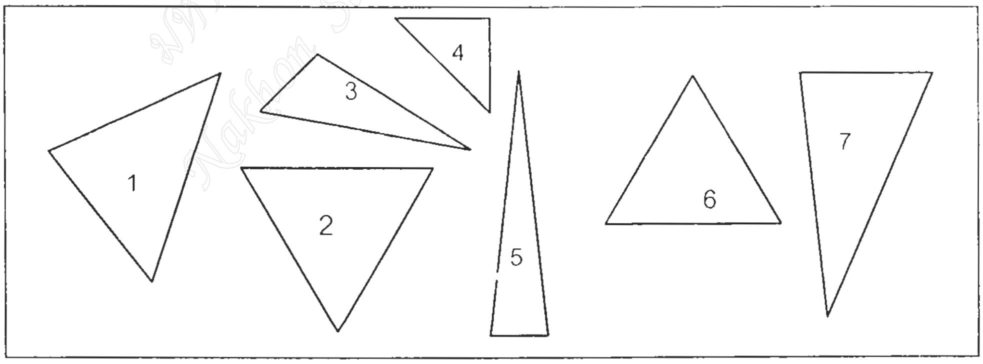
(เฉลย รูป 2,3,5)

(2) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



(เฉลย รูป 1 และรูป 5)

(3) รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า



(เฉลย รูป 1, 3 , 5 และ 7)

ขั้นที่ 3 การให้การอธิบาย

1. ให้นักศึกษาอธิบายเหตุผลในการเลือกรูปสามเหลี่ยมทั้งสามประเภทจากการทำกิจกรรมในขั้นตอนที่ 2 แล้วช่วยกันสรุปบทนิยามของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

2. ผู้สอนแจกใบงานที่ 1 ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันเกี่ยวกับความสัมพันธ์และสรุปความสัมพันธ์ระหว่างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าและรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยการเติมคำตอบลงในช่องว่างที่เว้นไว้

3. สุ่มนักศึกษามา 1 กลุ่ม อธิบายผลที่ได้จากการทำกิจกรรมในใบงานที่ 1 หน้าชั้นเรียน

4. นักศึกษาช่วยกันสรุปความสัมพันธ์ระหว่างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า โดยผู้สอนช่วยกล่อมเกลาทางด้านภาษาให้มีความเหมาะสม

ขั้นที่ 4 การทำกิจกรรมที่ไม่กำหนดทิศทาง

1. ครูแจกใบงานที่ 2 พร้อมอุปกรณ์เช่น กระดาษ กรรไกร ไม้โปรแทรกเตอร์ วงเวียน ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่ม ทำกิจกรรมและหาสรุปผลจากการทำกิจกรรมในใบงานที่ 2

2. ผู้สอนสุ่มนักศึกษามา 1 กลุ่มแสดงวิธีคิดและอธิบายผลที่ได้หน้าชั้นเรียน

3. ผู้สอนให้นักศึกษาช่วยกันสรุปเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าและรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ขั้นที่ 5 การบูรณาการ

1. ให้นักศึกษาทั้งห้องช่วยสรุปสิ่งที่ได้จากการเรียนบทเรียนนี้ ต่อจากนั้นผู้สอนสรุปบทนิยาม และสมบัติของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่าและรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าและรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว อีกครั้งโดยใช้แผนภูมิประกอบ

2. นักศึกษาทำแบบฝึกหัดที่ 1 ต่อจากนั้นผู้สอนและนักศึกษาช่วยกันเฉลยแบบฝึกหัด

5. สื่อการเรียนการสอน

1. แผนภาพแสดงการทบทวนมโนทัศน์พื้นฐานทางเรขาคณิต
2. ชิ้นส่วนของรูปสามเหลี่ยม
3. กระดาษ กรรไกร ไม้โปรแทรกเตอร์ วงเวียน
4. ใบงานที่ 1 และ 2
5. แผนภูมิแสดงการสรุปบทเรียน
6. แบบฝึกหัดที่ 1

6. **การวัดและประเมินผล**

1. วัดระดับการคิดก่อนเรียน
2. สังเกตจากการทำกิจกรรมในใบงาน
3. สังเกตจากการตอบคำถามของนักศึกษา
4. ตรวจแบบฝึกหัด

บันทึกหลังสอน

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ลงชื่อ...

วันที่......................เดือน........................2550

แผนการสอนที่ 2

รายวิชา เรขาคณิตเบื้องต้น **รหัสวิชา** 4092501 **สาขาวิชา** คณิตศาสตร์ (ค.บ. 5 ปี) ชั้นปีที่1-2
เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน จำนวน 3 คาบ

---

1. **สาระสำคัญ**

รูปสี่เหลี่ยม หมายถึง รูปปิดที่ประกอบด้วยด้าน 4 ด้าน รูปสี่เหลี่ยมแบ่งได้หลายประเภท ได้แก่ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และ รูปสี่เหลี่ยมคางหมู เป็นต้น

รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน หมายถึง รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน

รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน หมายถึง รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากันและไม่มีมุมใดเป็นมุมฉาก

2.จุดประสงค์การเรียนรู้

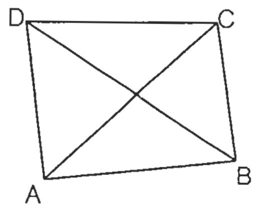
เมื่อเรียนจบบทเรียนแล้วนักศึกษาสามารถ

1. บอกบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยม ได้ถูกต้อง
2. เมื่อกำหนดรูปสี่เหลี่ยมมาให้สามารถเลือกรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ได้ถูกต้อง
3. บอกบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ได้ถูกต้อง
4. ระบุสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ได้ถูกต้อง
5. เมื่อกำหนดรูปสี่เหลี่ยมมาให้สามารถเลือกรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ได้ถูกต้อง
6. บอกบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ได้ถูกต้อง
7. ระบุสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ได้ถูกต้อง
8. บอกความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานกับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

3. เนื้อหา

รูปสี่เหลี่ยม หมายถึง รูปปิดที่ประกอบด้วยด้าน 4 ด้าน

เส้นที่ลากเชื่อมระหว่างจุดยอดมุมที่อยู่ตรงกันข้ามเรียกว่า ***เส้นทแยงมุม*** ดังแสดงในรูป 1



รูป 1 แสดงเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม

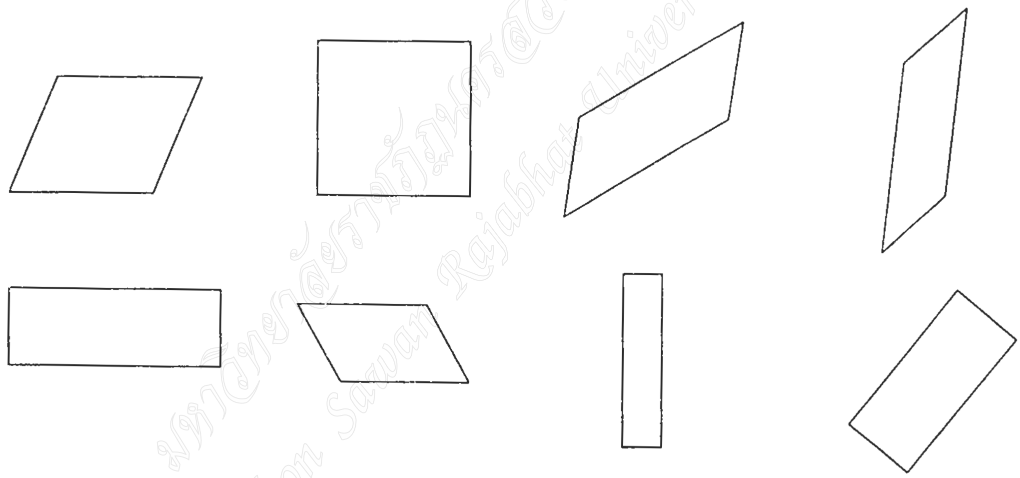
จากรูป 1 จะได้ว่า $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นเส้นทแยงมุมของ □ABCD

รูปสี่เหลี่ยมแบ่งออกได้ 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและรูปสี่เหลี่ยมไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

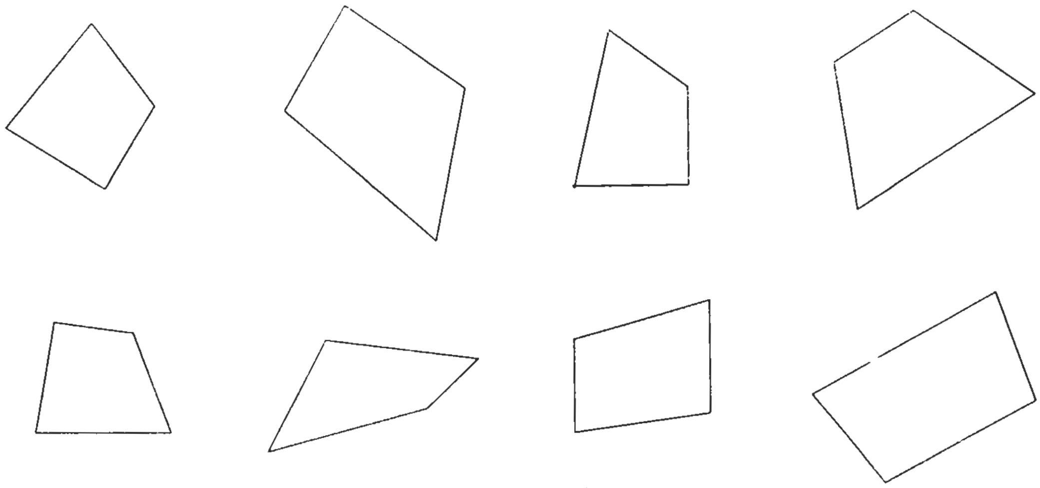
รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน หมายถึง รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แบ่งออกได้หลายประเภทตามลักษณะของด้าน ได้แก่ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นต้น

รูปสี่เหลี่ยมไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน หมายถึงรูปสี่เหลี่ยมที่ด้านตรงข้ามไม่ขนานกันเลยหรือขนานกันเพียง 1 คู่

รูป 2 และ 3 แสดงตัวอย่างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและรูปสี่เหลี่ยมไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตามลำดับ



รูป 2 แสดงตัวอย่างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



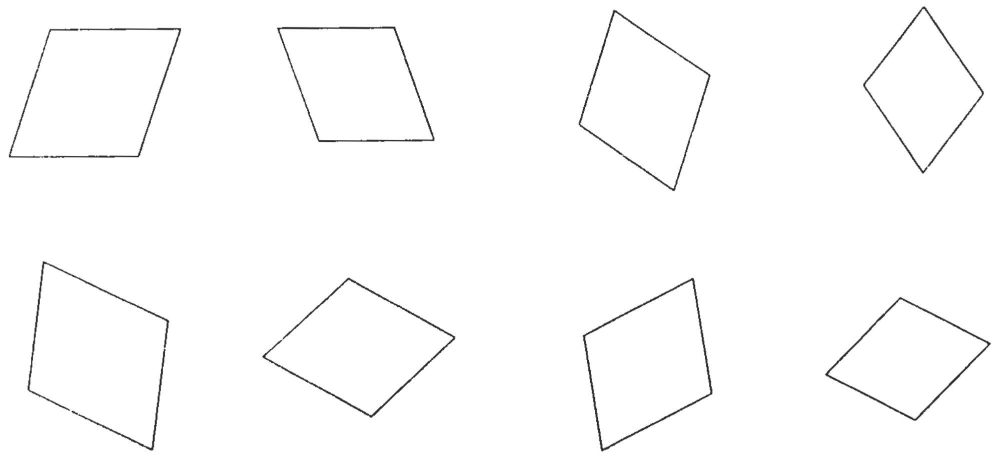
รูป 3 แสดงตัวอย่างรูปสี่เหลี่ยมไม่ใช่ด้านขนาน

รูปสี่เหลี่ยมด้นขนานนอกจากมีด้านตรงข้ามขนานกันแล้วยังมีสมบัตินอกเหนือไปจากนี้คือ เส้นทแยงมุมแบ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานออกเป็น 2 ส่วน เท่า ๆ กัน และเส้นทแยงมุม 2 เส้นจะแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันเสมอ ดังรูป 2(1) และรูป2(2)

รูป 4 แสดงรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและเส้นทแยงมุม

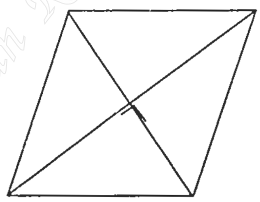
เนื่องจากรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีด้านตรงข้ามขนานกันจึงทำให้ด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากันด้วย

รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ด้านทุกด้านยาวเท่ากันและไม่มีมุมเป็นมุมฉากเรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ดังแสดงในรูป 5



รูป 5 แสดงตัวอย่างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานคือ ด้านตรงข้ามขนานกัน มุมตรงข้ามและด้านตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน และ เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน และมีสมบัติเพิ่มเติมคือเส้นทแยงมุมตั้งฉากซึ่งกันและกัน จึงได้ว่าเส้นทแยงมุมของรุปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนแบ่งครึ่งและตั้งฉากซึ่งกันและกัน ดังแสดงในรูป 6



รูป 6 แสดงรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนและเส้นทแยงมุม

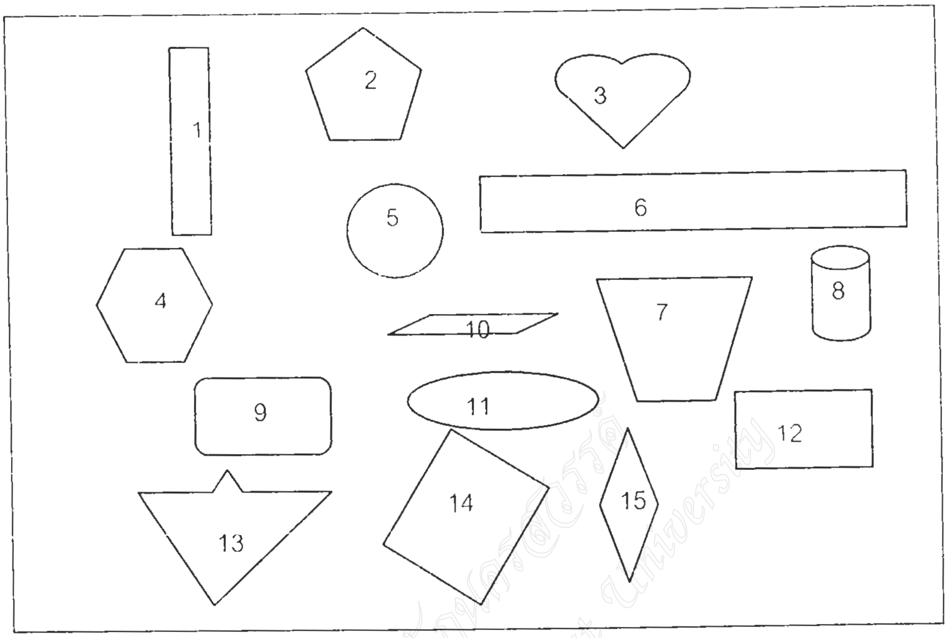
จะเห็นว่ารูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แต่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ไม่จำเป็นต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

4. กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การสืบสวนสอบสวน

1. ทบทวนเกี่ยวกับรูปปิดโดยการสนทนาซักถามนักศึกษาและใช้แผนภูมิทบทวนประกอบ
2. ผู้สอนให้นักศึกษายกตัวอย่างสิ่งของต่าง ๆ ที่มีรูปร่างเป็นรูปสี่เหลี่ยม

3. ผู้สอนให้นักศึกษาเลือกรูปเรขาคณิตที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจากชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตที่ผู้สอนแจกให้

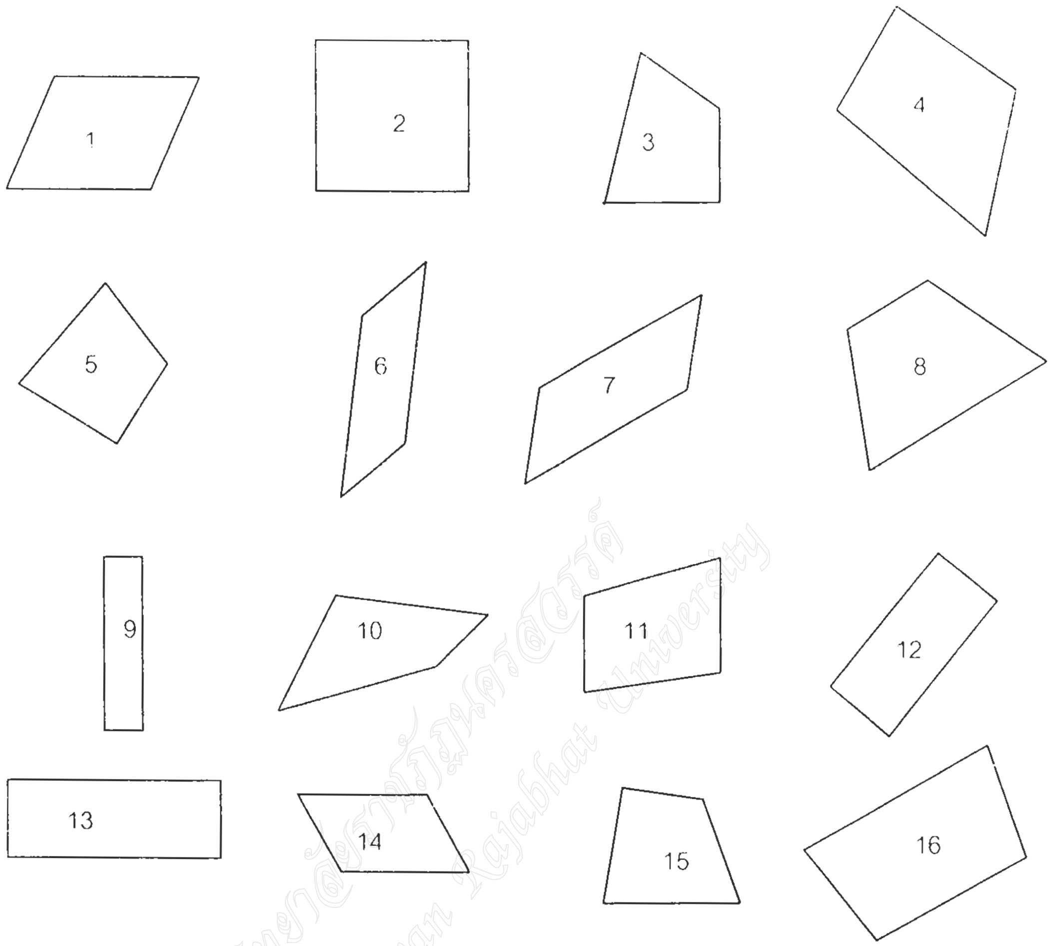


(เฉลยรูป 1,6,10,11,14 และ 15 เป็นรูปสี่เหลี่ยม)

4. ให้นักศึกษาอธิบายว่ารูปสี่เหลี่ยมมีลักษณะแตกต่างจากรูปอื่น ๆ อย่างไร และ ช่วยกันสรุปเป็นบทนิยาม

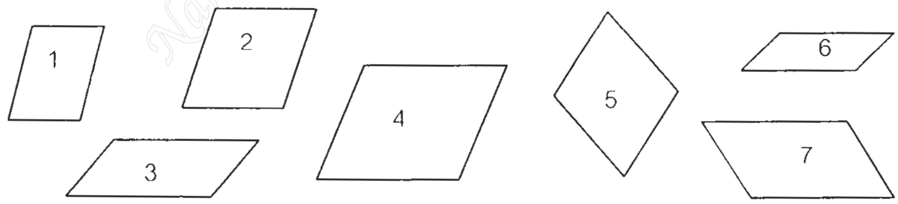
ขั้นที่ 2 การทำกิจกรรมที่มีการกำหนดทิศทาง

2. นำเสนอตัวอย่างรูปสี่เหลี่ยมแบบต่าง ๆ แก่นักศึกษาแต่ละกลุ่ม แล้วให้นักศึกษานำมาจัดเป็น 2 กลุ่มคือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและรูปสี่เหลี่ยมไม่ใช่ด้านขนาน ดังแสดงในรูป



3. ให้นักศึกษาบอกลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและไม่ใช่ด้านขนาน

4. ผู้สอนยกตัวอย่างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานอีกครั้งโดยให้นักศึกษาเลือกเฉพาะรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน



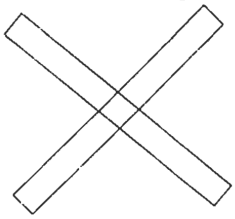
(เฉลย รูป 2, 4 และ 5)

5. ให้นักศึกษาอธิบายเหตุผลว่าเหตุใดรูปที่เลือกจึงเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีอะไรเหมือนกันหรือแตกต่างกัน

6. นักศึกษาช่วยกันสรุปบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

ขั้นที่ 2 การทำกิจกรรมที่มีทิศทาง

1. ผู้สอนแจกใบงานที่ 3 ให้นักเรียนทำกิจกรรมโดยใช้แถบพลาสติกหรือแถบเรขาคณิต ซึ่งแสดงเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม ดังรูป



2. สุ่มนักศึกษาบางกลุ่ม อธิบายวิธีทำกิจกรรมและคำตอบที่ได้

3. ให้นักศึกษากลุ่มที่ 1-5 สร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานให้มีขนาดต่าง ๆ กัน และ กลุ่มที่ 6-10 สร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนให้มีขนาดต่าง ๆ กัน เพื่อให้นักศึกษาเห็นว่าขนาดของ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและขนมเปียกปูนไม่ใช่ตัวกำหนดสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและขนมเปียกปูน นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานอาจจะมีขนาดแตกต่างกันและในทำนองเดียวกัน รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนก็อาจจะมีขนาดแตกต่างกันเช่นเดียวกัน

4. ผู้สอนนำเสนอสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเพิ่มเติม เช่น ด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน เส้นทแยงมุมแบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็น 2 รูปเท่า ๆ กัน เป็นต้น โยงไปสู่สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน คือรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีสมบัติเพิ่มจากรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานคือด้านทุกด้านยาวเท่ากัน และมุมภายในไม่เป็นมุมฉาก

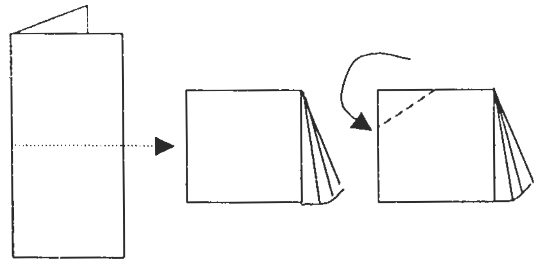
ขั้นที่ 3 การให้การอธิบาย

1. ผู้สอนให้นักศึกษากลุ่มที่ 1-5 สร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน กลุ่มที่ 6-10 สร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน หลาย ๆ รูปแล้วใช้ วิธีการต่าง ๆ เช่น การพับกระดาษ การวัดมุม เพื่อค้นหาสมบัติ ของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองแบบเกี่ยวกับมุม เพิ่มเติม เช่น มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน โดยให้ นักศึกษาได้อภิปรายและอธิบายเหตุผลประกอบ

2. ผู้สอนนำเสนอแผนภูมิสรุปสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนอีกครั้ง

ขั้นที่ 4 การทำกิจกรรมที่ไม่กำหนดทิศทาง

1. ให้นักเรียนพับกระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากดังรูป (a) แล้วให้นักเรียนใช้จินตนาการว่าเมื่อพับเสร็จแล้วถ้าใช้กรรไกรตัดมุมดังรูป(b) จะได้รูปชนิดใด



(b)

(a)

เมื่อนักเรียนบอกคำตอบแล้วจึงให้นักเรียนลงมือตัดกระดาษจริง ๆ เพื่อตรวจสอบว่าคำตอบที่คิดไว้เป็นจริงหรือไม่ โดยให้นักเรียนตัดเป็นมุมขนาดต่าง ๆ แล้วอภิปรายถึงรูปที่ได้ และ อภิปรายเกี่ยวกับมุมที่เกิดจากเส้นทแยงมุมตัดกัน เพื่อโยงไปสู่สมบัติของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนตั้งฉากซึ่งกันและกัน

2. นอกจากนี้ให้นักศึกษาอภิปรายว่าเพราะเหตุใด พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจึงเท่ากับผลคูณของฐานกับสูง ในขณะที่พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนจึงเท่ากับครึ่งหนึ่งของผลคูณของเส้นทแยงมุม

ขั้นที่ 5 การบูรณาการ

นักศึกษาสรุปสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

5. **สื่อการเรียนการสอน**

1. แผนภาพแสดงรูปสี่เหลี่ยม
2. แถบพลาสติก, แถบเรขาคณิต
3. กระดาษ กรรไกร ไม้โปรแทรกเตอร์
4. ใบงานที่ 3
5. แผนภูมิแสดงการสรุปบทเรียน
6. แบบฝึกหัดที่ 2

6. **การวัดและประเมินผล**

1. สังเกตจากการทำกิจกรรมในใบงานและในชั้นเรียน
3. สังเกตจากการตอบคำถามของนักศึกษา
4. ตรวจแบบฝึกหัด

บันทึกหลังสอน

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ลงชื่อ..

วันที่.......................เดือน........................2550

ภาคผนวก ซ

ตัวอย่างแผนการสอนการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

แผนการสอนที่ 1

รายวิชา เรขาคณิตเบื้องต้น **รหัสวิชา** 4092501 **สาขาวิชา** คณิตศาสตร์ (ค.บ. 5 ปี) ชั้นปีที่1-2

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการ จำนวน 3 คาบ

---

1. **สาระสำคัญ**

รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ เมื่อยกรูปหนึ่งไปซ้อนอีกรูปหนึ่งจะซ้อนกันได้สนิท

การทดสอบการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมโดยการยกรูปซ้อนกันไม่ค่อยสะดวก จึงต้องอาศัยวิธีการอื่นได้แก่การพิจารณาส่วนที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยม โดยมีหลักการดังนี้คือ รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะเรียกว่ารูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ส่วนที่สมนัยกันเท่ากัน ทุกประการ

นอกจากวิธีที่กล่าวมายังมีวิธีตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการอีกวิธีหนึ่งคือตรวจสอบโดยใช้สมบัติของการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมดังต่อไปนี้

(1) **สมบัติ ด้าน –มุม- ด้าน**

รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านสามด้านเท่ากันทุกประการกับด้านสามด้านของรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่งด้านต่อด้าน(ด้าน-ด้าน-ด้าน)

(2) **สมบัติ ด้าน-ด้าน-ด้าน**

รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านสองด้านเท่ากันทุกประการกับด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่งด้านต่อด้านและมีมุมในระหว่างด้านที่เท่ากันทุกประการเท่ากันทุกประการ (ด้าน-มุม-ด้าน)

(3) **สมบัติ มุม-ด้าน-มุม**

รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมสองมุมเท่ากันทุกประการกับมุมสองมุมของรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่ง มุมต่อมุม และมีด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมที่เท่ากันทุกประการเท่ากันทุกประการ (มุม-ด้าน-มุม)

2. **จุดประสงค์การเรียนรู้**

เมื่อเรียนจบบทเรียนแล้วนักศึกษาสามารถ

1. บอกสมบัติของการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมได้ถูกต้อง
2. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

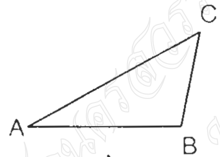
3. เติมข้อความหรือเหตุผลในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตให้การพิสูจน์สมบูรณ์ ได้ถูกต้อง
4. แสดงวิธีการพิสูจน์ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ได้ถูกต้อง

3. เนื้อหา

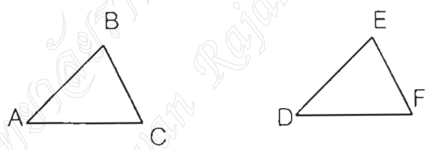
3.1 รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

คำว่า การเท่ากันทุกประการ มาจากภาษาอังกฤษว่า congruence มีคำที่ใช้ในภาษาไทยอยู่สองคำคือ การเท่ากันทุกประการ และ การสมภาค ในที่นี้ขอใช้คำว่าการเท่ากันทุกประการ เนื่องจากเป็นคำที่คุ้นเคยและทำให้มองเห็นมโนทัศน์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการอย่างชัดเจน

รูปสามเหลี่ยมมีส่วนประกอบอยู่ 6 องค์ประกอบ คือ มุมสามมุม ด้านสามด้าน ดังรูป 1.1 ซึ่งแสดงส่วนต่าง ๆ ของ ΔABC ซึ่งได้แก่ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$,และ $\overline{AB}$



รูป 1.1



รูป 1.2

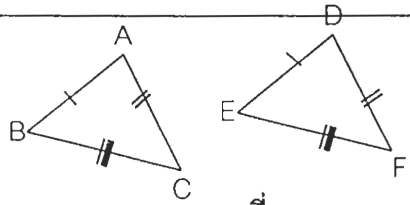
รูป 1.2 แสดง ΔDEF และ ΔABC ซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ เพราะว่ามีขนาดเท่ากันและมีรูปร่างเหมือนกันหรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าสามารถยกรูปหนึ่งซ้อนทับอีกรูปหนึ่งโดยที่ส่วนที่สมนัย (corresponding parts) แต่ละส่วนทับกันสนิท (coincide)

ΔDEF และ ΔABC มีส่วนที่สมนัยกันดังนี้ $\angle A$ สมนัยกับ $\angle D$, $\angle B$ สมนัยกับ $\angle E$, $\angle C$ สมนัยกับ $\angle F$ และ $\overline{BC}$ สมนัยกับ $\overline{EF}$, $\overline{CA}$ สมนัยกับ $\overline{FD}$, $\overline{AB}$ สมนัยกับ $\overline{DE}$

การกล่าวว่า ΔDEF และ ΔABC เท่ากันทุกประการ ใช้สัญลักษณ์ดังนี้ $\Delta DEF \cong \Delta ABC$

บทนิยาม 2.1 รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ส่วนที่สมนัยกันเท่ากันทุกประการ

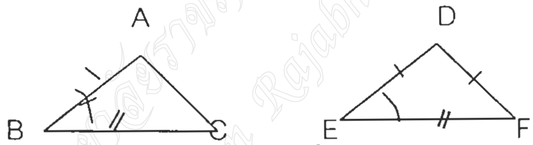
สัจพจน์ 1.1 ถ้า ด้านสามด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเท่ากันทุกประการกับด้านอีกสามด้านของรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่งด้านต่อด้าน แล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการแบบ ด้าน - ด้าน – ด้าน (ด. ด. ด.)



ภาพที่ 1.3

ภาพที่ 1.3 แสดงว่า $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ เท่ากันทุกประการ (ด้าน – ด้าน - ด้าน)

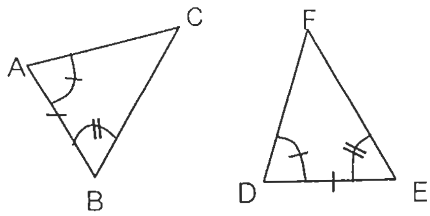
สัจพจน์ 1.2 ถ้า ด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเท่ากันทุกประการกับด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่งด้านต่อด้านและมุมที่อยู่ในระหว่างด้านที่เท่ากันทุกประการ เท่ากันทุกประการ แล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.)



ภาพที่ 1.4

จากภาพที่ 1.4 จะได้ว่า Δ ABC $\cong$ Δ DEF เท่ากันทุกประการ (ด้าน-มุม-ด้าน)

สัจพจน์ 1.3 ถ้า มุมสองมุมของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเท่ากันทุกประการกับมุมอีกสองมุมของรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่งมุมต่อมุมและด้านที่เป็นแขนร่วมของมุมที่เท่ากันทุกประการเท่ากันทุกประการ แล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ แบบ มุม -ด้าน - มุม (ม. ด. ม.)



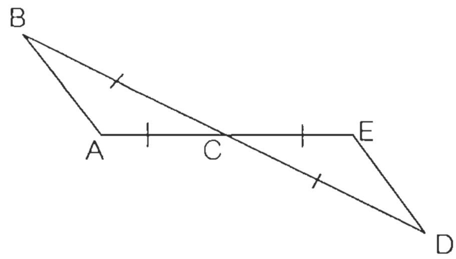
ภาพที่ 1.5

จากภาพที่ 1.5 จะได้ว่า Δ ABC $\cong$ Δ DEF (มุม- ด้าน – มุม)

ตัวอย่าง 1 กำหนดให้ $\overline{AE}$ และ $\overline{BD}$ ตัดกันที่ C และ $\overline{BC} \cong \overline{DC}$, $\overline{AC} \cong \overline{EC}$

สิ่งต้องพิสูจน์

$\Delta ABC \cong \Delta ECD$



พิสูจน์

ข้อความ	**เหตุผล**
1. $\overline{BC} \cong \overline{DC}$	1. ......กำหนดให้.......
2. $\angle ACB \cong \angle ECD$	2. .....มุมตรงข้าม.....
3. $\overline{AC} \cong \overline{EC}$	3. ..... กำหนดให้.......
4. Δ ABC $\cong$ Δ ECD	4. .....สมบัติ ด้าน – มุม – ด้าน.....

สัจพจน์ 2.4 ถ้า $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ และ $\overline{EF}$ เป็นส่วนของเส้นตรง 3 เส้น แล้ว

กฎการสะท้อน: $\overline{AB} \cong \overline{AB}$

กฎการสมมาตร: ถ้า $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ แล้ว $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

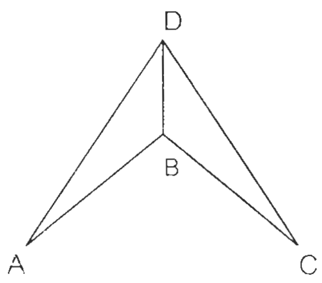
กฎการถ่ายทอด: ถ้า $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ และ $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ แล้ว $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

ตัวอย่าง 2 กำหนดให้ $\overline{AD} \cong \overline{CD}$ และ $\overline{AB} \cong \overline{CB}$

กำหนดให้ $\overline{AD} \cong \overline{CD}$ และ

$\overline{AB} \cong \overline{CB}$

สิ่งต้องพิสูจน์ $\Delta ABD \cong \Delta CBD$



พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{AD} \cong \overline{CD}$	1. .....กำหนดให้ ....
2. $\overline{AB} \cong \overline{CB}$	2...... กำหนดให้......
3. $\overline{DB} \cong \overline{DB}$	3. .....กฎการสะท้อน.....
4. $\Delta ABD \cong \Delta CBD$	4. .....สมบัติด้าน – ด้าน – ด้าน.....

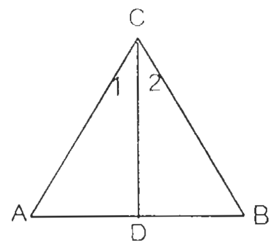
□

ทฤษฎีบท 1.1 ถ้า รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยมรูปที่สาม แล้ว รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

ตัวอย่าง 3 จากสิ่งกำหนดให้จงแสดงการพิสูจน์

กำหนดให้ $\overline{AC} \cong \overline{BC}$, $\hat{1} \cong \hat{2}$

สิ่งต้องพิสูจน์ $\hat{A} \cong \hat{B}$



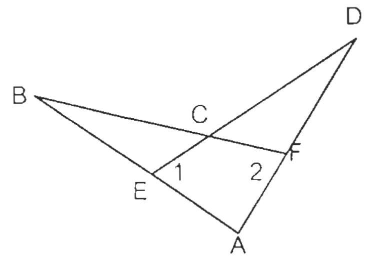
ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{AC} \cong \overline{BC}$	1. กำหนดให้
2. $\hat{1} \cong \hat{2}$	2. กำหนดให้
3. $\overline{CD} \cong \overline{CD}$	3. กฎการสะท้อน
4. $\Delta ADC \cong \Delta BDC$	4. ด้าน-มุม-ด้าน
5. $\hat{A} \cong \hat{B}$	5. มุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

□

ตัวอย่าง 4 จากสิ่งกำหนดให้จงแสดงการพิสูจน์

กำหนดให้ $\overline{BF}$ และ $\overline{DE}$ ตัดกันที่ C

$\overline{AB} \cong \overline{AD}$, $\hat{B} \cong \hat{D}$



สิ่งต้องพิสูจน์ $\hat{1} \cong \hat{2}$

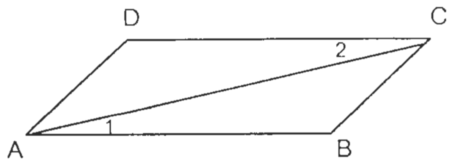
ข้อความ	**เหตุผล**
1. $\hat{B} \cong \hat{D}$	1. กำหนดให้
2. $\overline{AB} \cong \overline{AD}$	2. กำหนดให้
3. $B\hat{A}F \cong D\hat{A}E$	3. กฎการสะท้อน
4. $\Delta ABF \cong \Delta ADF$	4. มุม-ด้าน-มุม
5. $\hat{1} \cong \hat{2}$	5. มุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

□

ตัวอย่าง 5 จากสิ่งกำหนดให้จงแสดงการพิสูจน์

กำหนดให้ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CB} \cong \overline{AD}$

สิ่งต้องพิสูจน์ $\hat{1} \cong \hat{2}$



ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	1. กำหนดให้
2. $\overline{CB} \cong \overline{AD}$	2. กำหนดให้
3. $\overline{AC} \cong \overline{CA}$	3. กฎการสมมาตร
4. ΔADC $\cong$ ΔCBA	4. ด้าน-ด้าน-ด้าน
5. $\hat{1} \cong \hat{2}$	5. มุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

□

4. กิจกรรมการเรียนการสอน

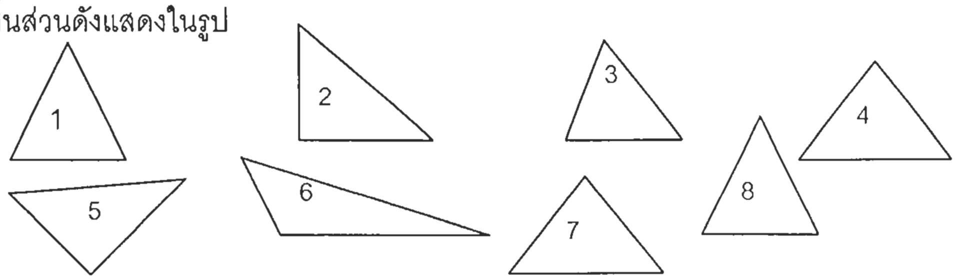
(วัดระดับการคิดทางเรขาคณิตใช้เวลาประมาณ 40 นาที)

ขั้นที่ 1 การสืบสวนสอบสวน

1. ผู้สอนทบทวนเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมโดยให้นักศึกษาบอกส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยม

2. ผู้สอนอธิบายส่วนที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูป และยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยม 2 รูป ให้นักศึกษาบอกส่วนที่สมนัยกัน

2. ผู้สอนให้นักศึกษาเลือกชิ้นส่วนของรูปสามเหลี่ยมเป็นคู่ ๆ ที่เมื่อนำไปซ้อนกันจะทับกันสนิท และถามว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่ทับกันสนิทเรียกว่าอะไร (รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน ทุกประการ) ตัวอย่างชิ้นส่วนดังแสดงในรูป



4. ให้นักศึกษาบอกสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ โดยมีผู้สอนช่วยขัดเกลาทางด้านภาษา

5. ผู้สอนนำเสนอสัจพจน์ 1.1-1.3 ให้นักศึกษาอธิบายความหมายและวาดรูปประกอบ พร้อมทั้งลองตัดรูปสามเหลี่ยมแต่ละคู่ที่มีลักษณะตามสัจพจน์ 1.1-1.3 แล้วยกซ้อนกันจะพบว่าทับกันสนิท

ขั้นที่ 2 การทำกิจกรรมที่มีการกำหนดทิศทาง

1. ผู้สอนยกตัวอย่างการพิสูจน์ในตัวอย่าง 1 โดยการซักถามนักศึกษาและให้นักศึกษาช่วยกันเติมข้อความและเหตุผลในการพิสูจน์แต่ละขั้น เป็นขั้น ๆ

2. ผู้สอนนำเสนอสัจพจน์ 2.4 และอธิบายความหมายพร้อมทั้งวาดรูปประกอบ

3. ผู้สอนยกตัวอย่างการพิสูจน์ในตัวอย่าง 2 โดยการซักถามนักศึกษาและให้นักศึกษาช่วยกันเติมข้อความและเหตุผลในการพิสูจน์เฉพาะบางขั้น ลงในช่องว่างที่เว้นไว้

ขั้นที่ 3 การให้การอธิบาย

1. ผู้สอนนำเสนอทฤษฎีบท 1.1 ให้นักศึกษาอธิบายความหมายของทฤษฎีบท และร่วมกันอภิปรายว่าจะมีวิธีอะไรบ้างที่จะแสดงว่าทฤษฎีบทนี้เป็นจริง

2. ให้นักศึกษาช่วยกันนำเสนอวิธีการพิสูจน์ทฤษฎีบท 1.1 ตามวิธีเสนอไว้ โดยอธิบายเหตุผลประกอบหน้าชั้นเรียน โดยมีผู้สอนให้ข้อเสนอแนะจนการพิสูจน์เสร็จสมบูรณ์

ขั้นที่ 4 การทำกิจกรรมที่ไม่กำหนดทิศทาง

1. ให้นักศึกษากลุ่มที่ 1-3 แสดงการพิสูจน์ตัวอย่าง 3 และกลุ่มที่ 4-6 แสดงการพิสูจน์ตัวอย่าง 4 และกลุ่มที่ 7-9 แสดงการพิสูจน์ตัวอย่าง 5 ด้วยตนเองโดยที่ผู้สอนไม่ให้ข้อเสนอแนะ

2. สุ่มนักศึกษาตัวอย่างละ 1 กลุ่มแสดงวิธีการพิสูจน์หน้าชั้นเรียน เปิดโอกาสให้เพื่อนนักศึกษาซักถามข้อสงสัย

3. เมื่อเสร็จแต่ละตัวอย่างแล้วผู้สอนจึงจะให้ข้อเสนอแนะและช่วยปรับปรุงแก้ไขการพิสูจน์ให้มีความสมบูรณ์

ขั้นที่ 5 การบูรณาการ

1. ให้นักศึกษาทั้งห้องช่วยสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ หลังจากนั้นผู้สอนนำเสนอแผนภูมิแสดงสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการและอธิบายเพิ่มเติม

2. นักศึกษาเสนอแนวทางในการพิสูจน์รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ผู้สอนช่วยเสริมเพื่อให้นักศึกษาเห็นแนวทางในการนำไปใช้

3. นักศึกษาทำแบบฝึกหัด 1 เป็นการบ้าน

5. **สื่อการเรียนการสอน**

7. ชิ้นส่วนของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
8. กระดาษ กรรไกร ไม้โปรแทรกเตอร์ วงเวียน
9. แผนภูมิแสดงการสรุปบทเรียน
10. แบบฝึกหัดที่ 1

6. **การวัดและประเมินผล**

1. สังเกตจากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักศึกษา
3. ตรวจแบบฝึกหัด

บันทึกหลังสอน

....

....

....

ลงชื่อ ....

วันที่ ....เดือน......................พ.ศ..........

แผนการสอนที่ 2

รายวิชา เรขาคณิตเบื้องต้น **รหัสวิชา** 4092501 **สาขาวิชา** คณิตศาสตร์ (ค.บ. 5 ปี) ชั้นปีที่1-2

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จำนวน 3 คาบ

---

1. สาระสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านอย่างน้อยสองด้านเท่ากันทุกประการ ในระหว่างด้านที่เท่ากันทุกประการเท่ากันทุกประการ

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีสมบัติสามารถสรุปได้ดังต่อนี้

(1) เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ

(2) มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเท่ากันทุกประการหรือมีขนาดเท่ากัน

(3) เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับฐาน

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

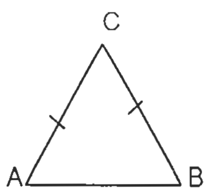
เมื่อเรียนจบบทเรียนแล้วนักศึกษาสามารถ

1. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้ถูกต้อง
2. เติมข้อความหรือเหตุผลในการพิสูจน์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วให้สมบูรณ์ ได้ถูกต้อง
3. แสดงวิธีการพิสูจน์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ได้ถูกต้อง

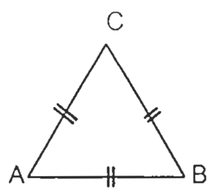
3. เนื้อหา

3.1 ความหมายของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านอย่างน้อยสองด้านเท่ากันทุกประการ ดังรูป 2.1



รูป 2.1 (1)



รูป 2.1 (2)

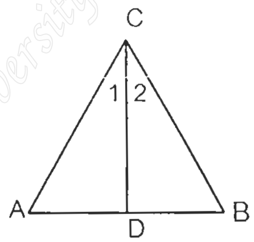
จากรูป 2.1(1) จะได้ว่า เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีด้านสองด้านเท่ากันทุกประการ

ส่วนรูป 2.1(2) เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีด้านสามด้านเท่ากันทุกประการ ซึ่งจะเห็นได้ว่า รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเสมอ แต่รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วไม่จำเป็นต้องเป็น รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

3.2 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

นอกจากสมบัติเกี่ยวกับด้านดังได้กล่าวมาแล้วรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วยังมีสมบัติอื่น ๆ ซึ่งจะได้จากการศึกษาและพิสูจน์ทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 2.1 ถ้าด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการแล้ว มุมตรงข้ามของด้านที่เท่ากันทุกประการย่อมเท่ากันทุกประการ



กำหนดให้ ΔABC มี $\overline{AC} \cong \overline{BC}$

สิ่งต้องพิสูจน์ $\hat{A} \cong \hat{B}$

สร้างเพื่อการพิสูจน์ ลาก $\overline{DC}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{C}B$

การพิสูจน์

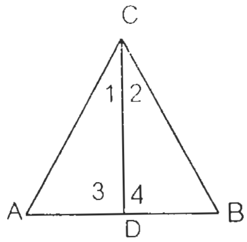
ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{AC} \cong \overline{BC}$	1. กำหนดให้
2. $\hat{1} \cong \hat{2}$	2. สร้างเพื่อการพิสูจน์
3. $\overline{CD} \cong \overline{CD}$	3. กฎการสะท้อน
4. $\Delta ADC \cong \Delta BDC$	4. ด้าน-มุม-ด้าน
5. $\hat{A} \cong \hat{B}$	5. มุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

□

ทฤษฎีบท 2.2 เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับฐาน

กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มี $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ และมี $\overline{CD}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{C}B$

สิ่งต้องพิสูจน์ $\overline{CD}$ แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{AB}$



ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{AC} \cong \overline{BC}$	1. กำหนดให้
2. $\hat{1} \cong \hat{2}$	2. กำหนดให้ $\overline{CD}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{C}B$
3. $\hat{A} \cong \hat{B}$	3. มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเท่ากันทุกประการ
4. $\Delta ADC \cong \Delta BDC$	4. มุม-ด้าน-มุม
5. $\hat{3} \cong \hat{4}$	5. มุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
6. $\overline{AD} \cong \overline{BD}$	6. ด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
7. $m(\hat{3}) = m(\hat{4})$	7. มุมที่เท่ากันทุกประการย่อมมีขนาดเท่ากัน
8. $m(\hat{3}) + m(\hat{4}) = 180^\circ$	8. $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ เป็นมุมประชิดบนเส้นตรงเดียวกัน
9. $2m(\hat{3}) = 2(90)^\circ$	9. กฎการแทนที่
10. $m(\hat{3}) = 90^\circ$	10. ปริมาณที่เท่ากันหารด้วยปริมาณที่เท่ากันย่อมเท่ากัน
11. $m(\hat{4}) = 90^\circ$	11. จากข้อ 7
12. $\overline{CD}$ แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{AB}$	12 จากข้อ 10 และ11

□

4. **กิจกรรมการเรียนการสอน**

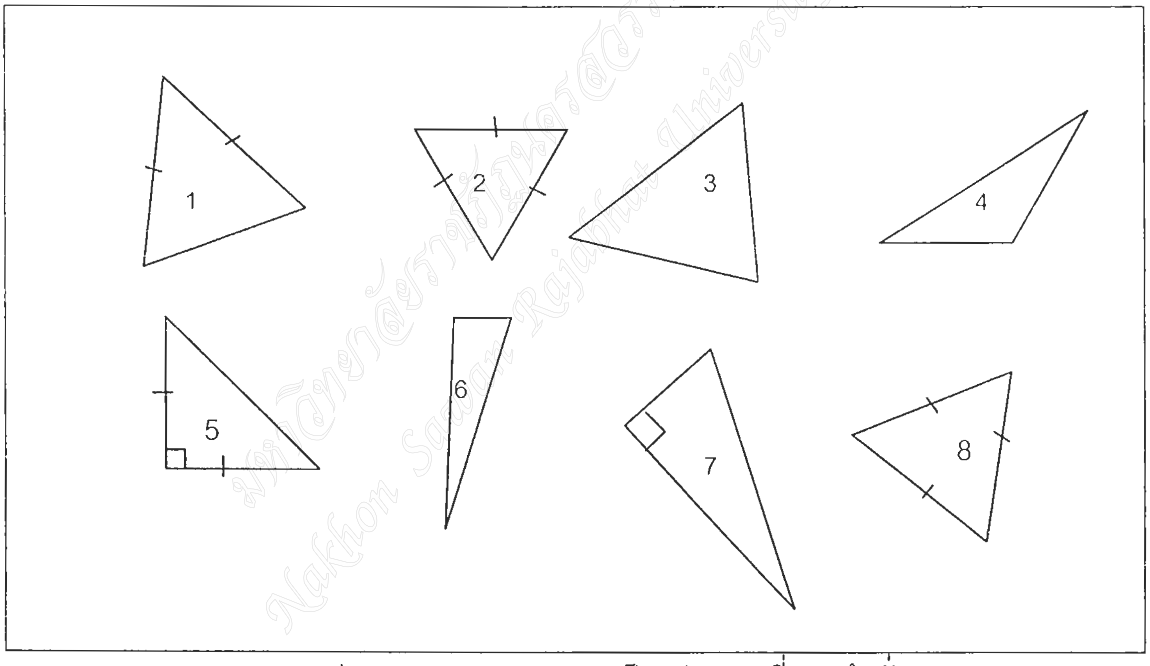
ขั้นที่ 1 การสืบสวนสอบสวน

1. ผู้สอนทบทวนเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วโดยให้นักศึกษาบอกความหมายและส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้

2. ผู้สอนอธิบายความหมายของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเพิ่มเติมโดยการเปรียบเทียบให้เห็นว่าแตกต่างไปจากหนังสือเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาในเมืองไทยอย่างไร

3. ทบทวนเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม โดยการสนทนาซักถามนักศึกษา

4. ให้นักศึกษาระบุว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ รูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ดังตัวอย่างในรูป



(เฉลย รูปหมายเลข 1 2 5 และ 8เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)

5. ผู้สอนนำเสนอ ทฤษฎีบท 2.1 ให้นักศึกษาอธิบายความหมายของทฤษฎีบท เขียนสิ่งกำหนดให้ และวาดรูปประกอบ

ขั้นที่ 2 การทำกิจกรรมที่มีการกำหนดทิศทาง

1. ผู้สอนยกตัวอย่างการพิสูจน์ ทฤษฎีบท 2.1 โดยการซักถามนักศึกษาและให้นักศึกษาช่วยกันเติมข้อความและเหตุผลในการพิสูจน์แต่ละขั้น เป็นขั้น ๆ

2. ผู้สอนนำเสนอ ทฤษฎีบท 2.2 และให้นักศึกษาอธิบายความหมายพร้อมทั้งวาดรูปประกอบ

ขั้นที่ 3 การให้การอธิบาย

ให้นักศึกษาช่วยกันนำเสนอวิธีการพิสูจน์ทฤษฎีบท 2.2 โดยออกไปแสดงการพิสูจน์ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบหน้าชั้นเรียน โดยมีผู้สอนให้ข้อเสนอแนะจนการพิสูจน์เสร็จสมบูรณ์

ขั้นที่ 4 การทำกิจกรรมที่ไม่กำหนดทิศทาง

1. ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่ม แสดงการพิสูจน์ในใบงานที่แจกให้ ด้วยตนเองโดยที่ผู้สอนไม่ให้ข้อเสนอแนะ

2. สุ่มนักศึกษามา 1 กลุ่ม แสดงวิธีพิสูจน์หน้าชั้นเรียน และให้เพื่อนนักศึกษาซักถามข้อสงสัย

3. ผู้สอนให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมและช่วยปรับปรุงแก้ไขการพิสูจน์ให้มีความสมบูรณ์

ขั้นที่ 5 การบูรณาการ

1. ให้นักศึกษาทั้งห้องช่วยกันสรุปความหมายและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว หลังจากนั้นผู้สอนนำเสนอแผนภูมิแสดงความหมายและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วอีกครั้ง

2. นักศึกษาทำแบบฝึกหัด 2 เรื่องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เป็นการบ้าน

5. สื่อการเรียนการสอน

11. ชิ้นส่วนของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
12. กระดาษ กรรไกร ไม้โปรแทรกเตอร์ วงเวียน
13. ใบงาน
14. แผนภูมิแสดงการสรุปบทเรียน
15. แบบฝึกหัดที่ 2

6. **การวัดและประเมินผล**

1. สังเกตจากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักศึกษา
3. ตรวจแบบฝึกหัด

บันทึกหลังสอน

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ลงชื่อ ....

วันที่ ....เดือน......................พ.ศ.

แผนการสอนที่ 3

รายวิชา เรขาคณิตเบื้องต้น **รหัสวิชา** 4092501 **สาขาวิชา** คณิตศาสตร์ (ค.บ. 5 ปี) ชั้นปีที่1-2

เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 3 คาบ

---

2. **สาระสำคัญ**

เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่ออยู่ในระนาบเดียวกันและไม่ตัดกัน

การพิจารณาว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่มีวิธีพิจารณาได้โดยอาศัยหลักการต่อไปนี้คือ

1. ถ้า เส้นตรงสองเส้น มีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวางและมีมุมแย้งเท่ากันทุกประการแล้ว จะได้ว่า เส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกัน

2. ถ้า เส้นตรงสองเส้น มีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวางและมี มุมภายนอกและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากันทุกประการ แล้ว จะได้ว่า เส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกัน

3. ถ้า เส้นตรงสองเส้น มีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวางและมี ผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากับ 180 องศาหรือ 2 มุมฉาก แล้ว จะได้ว่า เส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกัน

3. **จุดประสงค์การเรียนรู้**

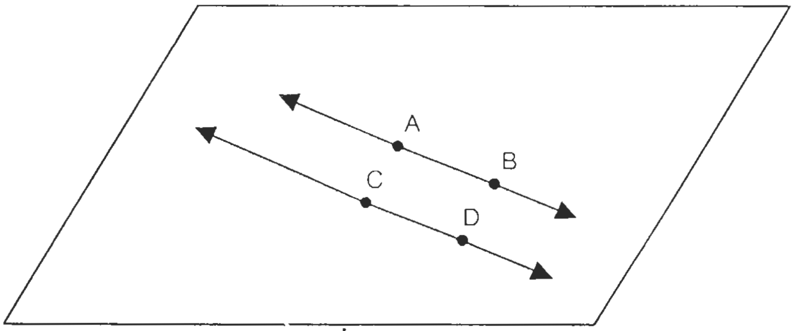
เมื่อจบบทเรียนแล้วนักศึกษา

1. สามารถบอกบทนิยามของเส้นขนาน ได้ถูกต้อง
2. สามารถระบุสัจพจน์ที่เกี่ยวข้อง ได้ถูกต้อง
3. สามารถบอกสมบัติของเส้นขนาน ได้ถูกต้อง
4. เมื่อกำหนดสมบัติที่เกี่ยวข้องกับเส้นตรงสองเส้นมาให้ นักศึกษาสามารถอธิบายได้ว่าเส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด
5. แสดงการพิสูจน์ข้อความที่เกี่ยวข้องกับเส้นขนาน ได้ถูกต้อง

4. **เนื้อหา**

บทนิยาม 2.1 เส้นตรงสองเส้นจะเรียกว่า เส้นขนาน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงสองเส้นนั้นอยู่ในระนาบเดียวกันและไม่ตัดกัน

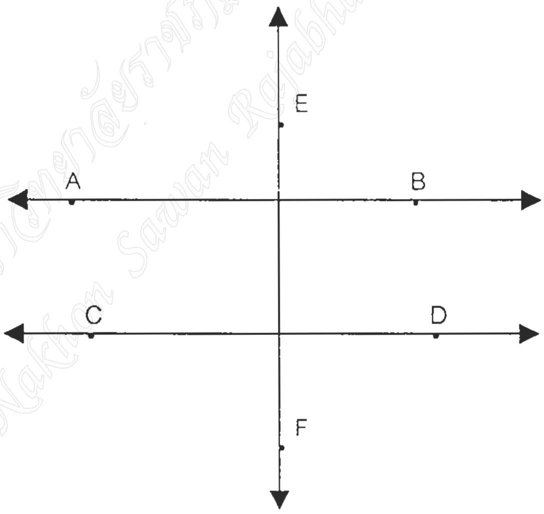
ตัวอย่าง จากรูป 2.1 เส้นตรง $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ อยู่ในระนาบเดียวกันและไม่ตัดกัน จึงเป็นเส้นตรงที่ขนานกัน



รูป 2.1

สัจพจน์ 2.1 ถ้า เส้นตรงสองเส้นตั้งฉากกับเส้นตรงเส้นที่สาม แล้ว เส้นตรงสองเส้นดังกล่าวจะขนานกัน

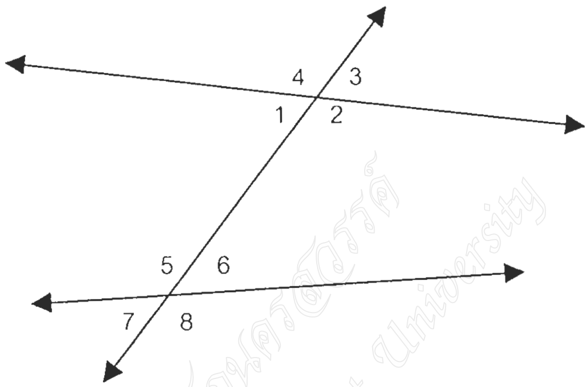
ตัวอย่างจากรูป 3.2 เสนตรง $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $\overleftrightarrow{EF}$ ทำให้ได้ว่า เส้นตรง $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน



รูป 2.2

บทนิยาม 2.2 ถ้า เส้นตรงสองเส้นมีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวาง แล้ว มุมที่ไม่ใช่มุมประชิดและที่อยู่คนละข้างของเส้นตัดและอยู่ภายในเส้นตรงสองเส้นนั้น เรียกว่า มุมแย้งภายใน

ตัวอย่างรูป 2.3 จะได้ว่า $\hat{1}$ กับ $\hat{6}$ เป็นมุมแย้งภายใน และ $\hat{2}$ กับ $\hat{5}$ เป็นมุมแย้งภายใน



รูป 2.3

บทนิยาม 2.3 ถ้า เส้นตรงสองเส้นมีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวาง แล้ว มุมที่ไม่ใช่มุมประชิด และที่อยู่คนละข้างของเส้นตัดและอยู่ภายนอกเส้นตรงสองเส้นนั้น เรียกว่า มุมแย้งภายนอก

ตัวอย่างจากรูป 2.3 จะได้ว่า $\hat{4}$ กับ $\hat{8}$ และ $\hat{3}$ กับ $\hat{7}$ แต่ละคู่ต่างเป็นมุมแย้งภายนอก

ทฤษฎีบท 2.1 ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวาง และมีมุมแย้งภายใน เท่ากันทุกประการ แล้วเส้นตรงสองเส้นนั้นจะขนานกัน

กำหนดให้ เส้นตรง l_1 และ l_2 และ ขนานกัน

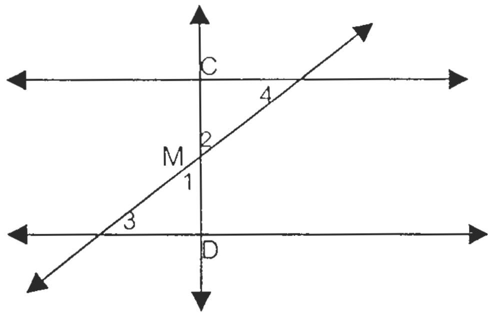
โดย มีเส้นเป็นเส้นตัดขวาง และ $\hat{3} \cong \hat{4}$

สิ่งต้องพิสูจน์ l_1 และ l_2 ขนานกัน

สร้างเพื่อการพิสูจน์ ให้ M เป็น

จุดกึ่งกลาง $\overline{AB}$ ลาก $\overline{DC} \perp l_1$ ผ่าน B

จะพิสูจน์ว่า $\overline{DC} \perp l_2$

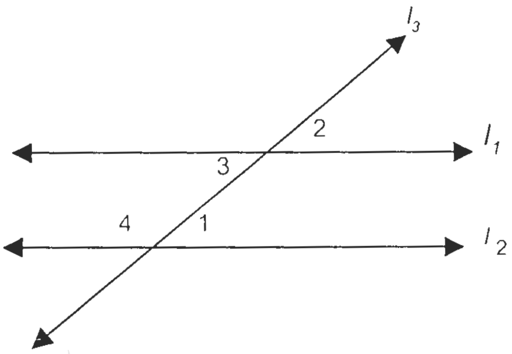


การพิสูจน์

1. $\overline{MA} \cong \overline{MB}$	1. M เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{AB}$
2. $m(B\hat{C}M) \cong 90^\circ$	2. $\overline{DC} \perp l_1$
3. $\hat{1} \cong \hat{2}$	3. มุมตรงข้าม
4. $\hat{3} \cong \hat{4}$	4. กำหนดให้
5. $\Delta AMD \cong \Delta BMC$	5. สมบัติ มุม-ด้าน-มุม
6. $A\hat{D}M \cong B\hat{C}M$	6. มุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
7. $m(A\hat{D}M) \cong 90^\circ$	7. ต่างเท่ากับ $m(B\hat{C}M)$
8. $\overline{DC} \perp l_2$	8. ตัดกันเป็นมุมฉาก
9. l_1 และ l_2 ขนานกัน	9. ต่างตั้งฉากกับ $\overline{DC}$ (จากสัจพจน์ 3.1)

□

> **ทฤษฎีบท 2.2** ถ้า เส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวางเส้นตรงอีกสองเส้น ทำให้มุมภายนอกและมุมภายนบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากันทุกประการ แล้ว เส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นจะขนานกัน



สิ่งกำหนดให้ l_1 และ l_2 เป็นเส้นตรงสองเส้นมีเส้น l_3 เป็นเส้นตัดขวาง และ

$\hat{1} \cong \hat{2}$

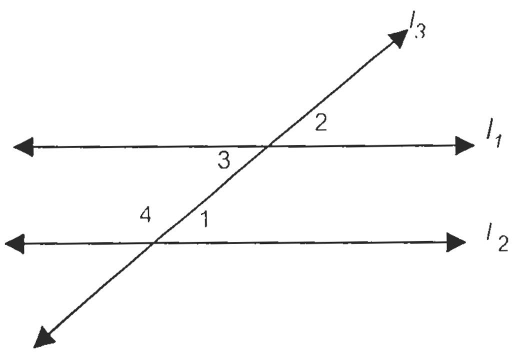
สิ่งต้องพิสูจน์ $l_1 \parallel l_2$

การพิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $\hat{1} \cong \hat{2}$	1. กำหนดให้
2. $\hat{2} \cong \hat{3}$	2. มุมตรงข้าม
3. $\hat{1} \cong \hat{3}$	3. ต่างเท่ากับ $\hat{3}$
4. $l_1 \parallel l_2$	4. มีมุมแย้งภายในเท่ากันทุกประการ

□

> **ทฤษฎีบท 2.3** ถ้า เส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวางเส้นตรงอีกสองเส้น ทำให้ขนาดของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 2 มุมฉาก แล้ว เส้นตรงทั้งสองเส้นจะขนานกัน



สิ่งกำหนดให้ l_1 และ l_2 เป็นเส้นตรงสองเส้นมีเส้น l_3 เป็นเส้นตัดขวาง และ

$m(\hat{3}) + m(\hat{4}) = 180^\circ$

สิ่งต้องพิสูจน์ $l_1 \parallel l_2$

การพิสูจน์

1. $m(\hat{3}) + m(\hat{4}) = 180^\circ$	1. กำหนดให้
2. $m(\hat{1}) + m(\hat{4}) = 180^\circ$	2. มุมประชิดบนเส้นตรงเดียวกัน
3. $m(\hat{3}) + m(\hat{4}) = m(\hat{1}) + m(\hat{4})$	3. ต่างเท่ากับ 180°
4. $m(\hat{3}) = m(\hat{1})$	4. กฎการตัดออก
5. $\hat{3} \cong \hat{1}$	5. มุมที่มีขนาดเท่ากันย่อมเท่ากันทุกประการ
5. $l_1 \, // \, l_2$	5. จากข้อ 5 มุมแย้งเท่ากันทุกประการ

□

สัจพจน์ 2.2 (สัจพจน์การขนาน) กำหนดเส้นตรง l และ จุด P อยู่ภายนอกเส้นตรง l แล้ว จะมีเส้นตรงที่ลากผ่านจุด P และขนานกับเส้นตรง l ได้เพียงเส้นเดียว

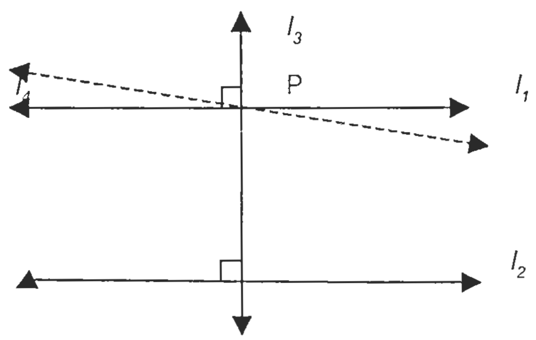
ทฤษฎีบท 2.4 ถ้า เส้นตรงเส้นหนึ่งตั้งฉากกับเส้นตรงเส้นหนึ่งจากเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน แล้ว เส้นตรงเส้นนี้จะตั้งฉากกับเส้นตรงอีกเส้นหนึ่งด้วย

สิ่งกำหนดให้ $l_1 // l_2$, $l_3 \perp l_2$

สิ่งต้องพิสูจน์ $l_3 \perp l_1$

สร้างเพื่อการพิสูจน์ ลาก $l_4 \perp l_3$ ที่จุด P

จะแสดงว่า l_4 และ l_1 เป็นเส้นตรงเดียวกัน



การพิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $l_3 \perp l_2$	1. กำหนดให้
2. l_4 // l_2	2. l_4 และ l_2 ต่างตั้งฉาก กับ l_3
3. l_1 // l_2	3. กำหนดให้
4. l_4 // l_1	4. ต่างขนานกับ l_2
4. $l_4 \perp l_3$	5. สร้างเพื่อการพิสูจน์
5. l_1 และ l_4 เป็นเส้นตรงเดียวกัน	4. เส้นที่ลากผ่านจุด P มีเพียงเส้นเดียวที่ขนานกับ l_2

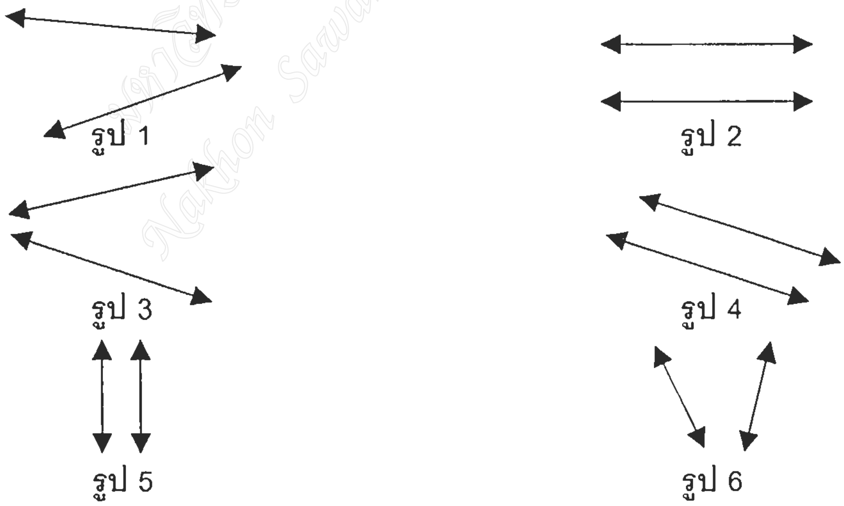
□

4. กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การสืบสวนสอบสวน

3. ผู้สอนทบทวนเนื้อหาเกี่ยวกับ จุด เส้น มุม ระนาบ โดยการสนทนาซักถามนักศึกษา

4. ผู้สอนนำเสนอรูปแสดงเส้นตรงสองเส้นซึ่งเป็นเส้นตรงที่ขนานกันและไม่ขนานกัน ดังตัวอย่างในรูปข้างล่างนี้ แล้วให้นักศึกษาช่วยกันแลกเปลี่ยนความคิดเห็นว่ารูปใดแสดงว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน เพราะเหตุใด

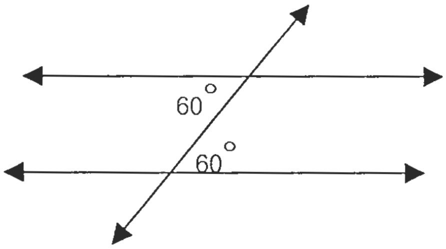


รูปใดแสดงว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน เพราะเหตุใด

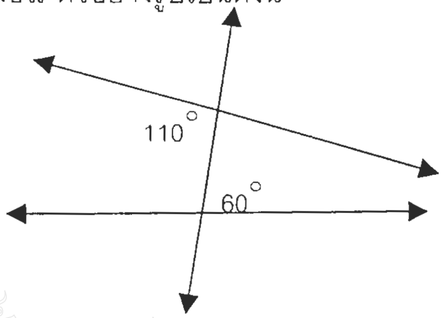
2. นักศึกษายกตัวอย่างสิ่งของที่พบเห็นในชีวิตประจำวันซึ่งเป็นตัวแทนของเส้นขนาน พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ

5. ผู้สอนนำเสนอบทนิยาม 2.1 สัจพจน์ 2.1 และบทนิยาม 2.2 ให้นักศึกษาอธิบายความหมายและวาดรูปประกอบ โดยผู้สอนยกตัวอย่างและอธิบายเพิ่มเติมจนนักศึกษามีเข้าใจ

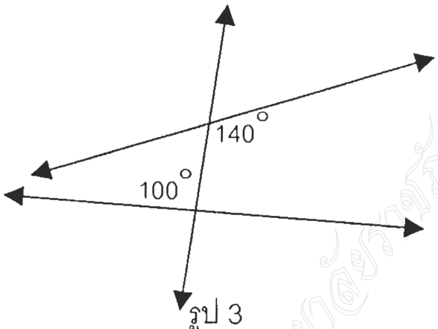
6. ผู้สอนแสดงรูปเส้นตรงสองเส้น และมีเส้นหนึ่งลากตัดขวางพร้อมทั้งกำหนดขนาดของมุมแย้งให้นักศึกษาพิจารณาว่าเส้นตรงขนานกันเมื่อไร ตัวอย่างรูปเป็นดังนี้



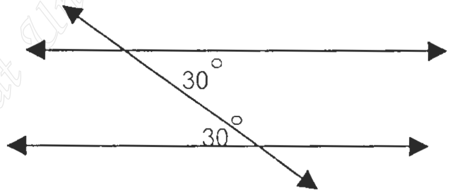
รูป 1



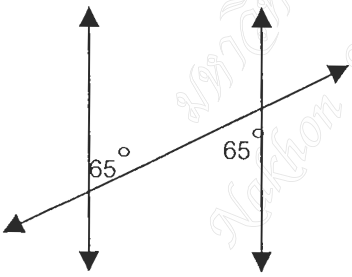
รูป 2



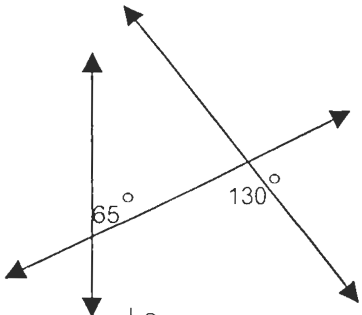
รูป 3



รูป 4



รูป 5



รูป 6

รูปใดแสดงว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน

4. ผู้สอนนำเสนอทฤษฎีบท 2.1 ให้นักศึกษาอ่านตัวทฤษฎีบทและวาดรูปประกอบ พร้อมทั้งบอกสิ่งกำหนดให้ และสิ่งต้องพิสูจน์

ขั้นที่ 2 การทำกิจกรรมที่มีการกำหนดทิศทาง

1. ผู้สอนยกตัวอย่างการพิสูจน์ในตัวอย่าง 1 โดยการซักถามนักศึกษาและให้นักศึกษาช่วยกันเติมข้อความและเหตุผลในการพิสูจน์แต่ละขั้น เป็นขั้น ๆ

2. ผู้สอนนำเสนอทฤษฎีบท 3.2 ให้นักศึกษาช่วยกันพิสูจน์โดยเติมข้อความหรือเหตุผลลงในตาราง โดยที่ผู้สอนจะใช้คำถามนำทาง

ขั้นที่ 3 การให้การอธิบาย

1. ผู้สอนนำเสนอทฤษฎีบท 3.3 ให้นักศึกษาอธิบายความหมายของทฤษฎีบท และร่วมกันอภิปรายว่าจะมีวิธีอะไรบ้างที่จะแสดงว่าทฤษฎีบทนี้เป็นจริง

2.ให้นักศึกษาส่งตัวแทนไปแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบท 3.2 หน้าชั้นเรียน โดยมีเพื่อนนักศึกษาช่วยกันแสดงข้อคิดเห็นพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ โดยมีผู้สอนให้ข้อเสนอแนะจนการพิสูจน์เสร็จสมบูรณ์

ขั้นที่ 4 การทำกิจกรรมที่ไม่กำหนดทิศทาง

1. ผู้สอนนำเสนอสัจพจน์ 3.2 ให้นักศึกษา อธิบายความหมายและวาดรูปประกอบ
2. ผู้สอนนำเสนอทฤษฎีบท 4.4 ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มแสดงการพิสูจน์ด้วยตนเองจนสมบูรณ์

3. สุ่มนักศึกษามาแสดงการพิสูจน์หน้าชั้นเรียน 1 กลุ่ม พร้อมทั้งอธิบายประกอบ เปิดโอกาสให้นักศึกษาในชั้นเรียนได้ซักถามข้อสงสัย หลังจากนั้นผู้สอนจึงจะให้ข้อเสนอแนะและช่วยปรับปรุงแก้ไขการพิสูจน์ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 5 การบูรณาการ

1. ให้นักศึกษาทั้งห้องช่วยสรุปสมบัติของเส้นขนาน
2. ผู้สอนนำเสนอแผนภูมิแสดงการสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนไป
3. นักศึกษาทำแบบฝึกหัด 2.1 เป็นการบ้าน

5. สื่อการเรียนการสอน

1. แผนภูมิแสดงการสรุปบทเรียน
2. แบบฝึกหัดที่ 3.1

6. **การวัดและประเมินผล**

1. สังเกตจากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักศึกษา

บันทึกหลังสอน

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ลงชื่อ ....

วันที่ ....เดือน......................พ.ศ.

แผนการสอนที่ 4

รายวิชา เรขาคณิตเบื้องต้น **รหัสวิชา** 4092501 **สาขาวิชา** คณิตศาสตร์ (ค.บ. 5 ปี) ชั้นปีที่1-2

เรื่อง เส้นขนาน(ต่อ) จำนวน 3 คาบ

---

1. สาระสำคัญ

1. ถ้า เส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวาง แล้ว จะได้ว่า มุมแย้งภายในเท่ากันทุกประการ

2. ถ้า เส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวาง แล้ว จะได้ว่ามุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากันทุกประการ

3. ถ้า เส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวาง แล้ว จะได้ว่า ผลบวกของขนาดมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากับ 180 องศา หรือ 2 มุมฉาก

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เมื่อกำหนดเส้นตรงที่ขนานกันและเส้นลากตัดขวางมาให้ นักศึกษาสามารถหาขนาดของมุมที่กำหนดให้ ได้ถูกต้อง

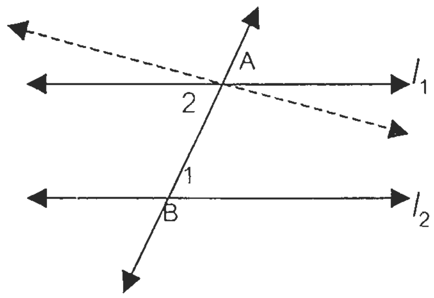
2. แสดงการพิสูจน์ข้อความที่เกี่ยวข้องกับเส้นขนาน โดยใช้การพิสูจน์ทางตรงหรือทางอ้อม ได้ถูกต้อง

3. เนื้อหา

> **ทฤษฎีบท 2.5** ถ้า เส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวางแล้ว จะได้ว่ามุมแย้งภายในเท่ากันทุกประการ

กำหนดให้ $l_1 // l_2$

สิ่งต้องพิสูจน์ $\hat{1} \cong \hat{2}$



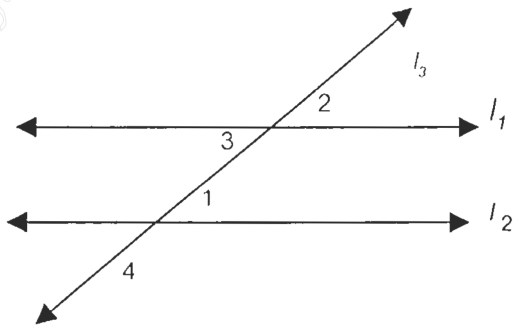
จะพิสูจน์ทางอ้อมโดยการสมมุติว่า $\hat{1} \cong \hat{2}$ เป็นเท็จ และจะแสดงว่ามีข้อขัดแย้งนั่นคือจะได้ว่า $\hat{1} \cong \hat{2}$ เป็นจริง

การพิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. สมมุติว่า $\hat{1} \cong \hat{2}$ เป็นเท็จ	1. เป็นสมมุติฐานที่เป็นไปได้
2. ที่จุด A สร้าง $B\hat{A}C \cong \hat{1}$	2. สามารถสร้างได้
3. $l_2 \parallel \overline{AC}$	3. จากข้อ 3 มุมแย้งเท่ากันทุกประการ
4. $l_1 \parallel l_2$	4. กำหนดให้
5. l_1 และ $\overline{AC}$ ต่างขนานกับ l_2 และผ่านจุด A	5. จากข้อ 3 และ 4
6. ข้อความ 5 เป็นไปไม่ได้	6. เส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรงที่กำหนดให้และผ่านจุดที่กำหนดให้จุดหนึ่งมีเพียงเส้นเดียวเท่านั้น
7. ดังนั้นที่สมมุติไว้ว่า $\hat{1} \cong \hat{2}$ เป็นเท็จ ไม่จริง ดังนั้น $\hat{1} \cong \hat{2}$	7. เกิดข้อขัดแย้ง

□

ทฤษฎีบท 2.6 ถ้า เส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวาง แล้ว จะได้ว่า มุมภายในและมุมภายนอกบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากันทุกประการ



สิ่งกำหนดให้ $l_1 \parallel l_2$ มี l_3 เป็นเส้นตัดขวาง

สิ่งต้องพิสูจน์ $\hat{1} \cong \hat{2}$

การพิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $l_1 \parallel l_2$	1. กำหนดให้
2. $\hat{1} \cong \hat{3}$	2. มุมแย้ง
3. $\hat{2} \cong \hat{3}$	3. มุมตรงข้าม
4. $\hat{1} \cong \hat{2}$	4. ต่างเท่ากับ

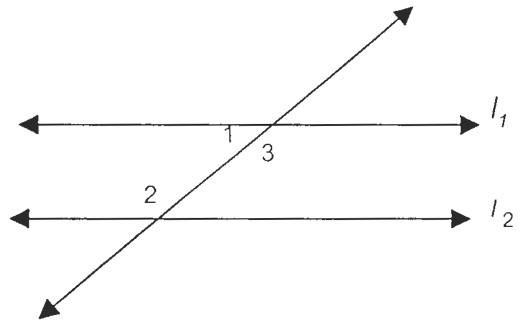
□

ทฤษฎีบท 2.7 ถ้า เส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวาง จะได้ว่า ผลบวกของขนาดของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาหรือ 2 มุมฉาก

สิ่งกำหนดให้ $l_1 \,//\, l_2$ มี l_3 เป็นเส้นตัดขวาง

สิ่งต้องพิสูจน์

$m(\hat{1})+m(\hat{2})=180^\circ$



การพิสูจน์

1. $m(\hat{2})=m(\hat{3})$	1. มุมแย้ง
2. $m(\hat{1})+m(\hat{3})=180^\circ$	2. มุมประชิดบนเส้นตรงเดียวกัน
3. $m(\hat{1})+m(\hat{2})=180^\circ$	3. กฎการแทนที่

□

4. กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การสืบสวนสอบสวน

7. ผู้สอนทบทวนการพิสูจน์ทางอ้อม

8. ผู้สอนนำเสนอรูปแสดงเส้นตรงสองเส้นซึ่งเป็นเส้นตรงที่ขนานกันและให้นักศึกษาวัดขนาดของมุมแย้งภายใน แล้วบันทึกผลลงในใบงานที่ 1

3. นักศึกษานำเสนอผลการทำกิจกรรมในใบงานหน้าชั้นเรียน

4. ผู้สอนนำเสนอทฤษฎีบท 2.5 ให้นักศึกษาอธิบายความหมายและวาดรูปประกอบ เขียนสิ่งกำหนดให้ และสิ่งต้องพิสูจน์

ขั้นที่ 2 การทำกิจกรรมที่มีการกำหนดทิศทาง

ผู้สอนยกตัวอย่างการพิสูจน์ทฤษฎีบท 2.5 โดยการซักถามนักศึกษาและให้นักศึกษาช่วยกันเติมข้อความและเหตุผลในการพิสูจน์แต่ละขั้น เป็นขั้น ๆ

ขั้นที่ 3 การให้การอธิบาย

1. ผู้สอนนำเสนอทฤษฎีบท 2.6 ให้นักศึกษาอธิบายความหมายของทฤษฎีบท และวิเคราะห์วิธีพิสูจน์อย่างคร่าว ๆ แล้วเขียนการพิสูจน์ลงในตารางที่กำหนดให้

2.ให้นักศึกษาส่งตัวแทนแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบท 2.6 หน้าชั้นเรียน โดยมีเพื่อนนักศึกษาช่วยกันแสดงข้อคิดเห็นพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ โดยมีผู้สอนให้ข้อเสนอแนะจน การพิสูจน์เสร็จสมบูรณ์

ขั้นที่ 4 การทำกิจกรรมที่ไม่กำหนดทิศทาง

3. ผู้สอนนำเสนอทฤษฎีบท 2.7 ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มแสดงการพิสูจน์ด้วยตนเองจนสมบูรณ์

2 สุ่มนักศึกษามาแสดงการพิสูจน์หน้าชั้นเรียน 1 กลุ่ม พร้อมทั้งอธิบายประกอบ เปิดโอกาสให้นักศึกษาในชั้นเรียนได้ซักถามข้อสงสัย หลังจากนั้นผู้สอนจึงจะให้ข้อเสนอแนะและช่วยปรับปรุงแก้ไขการพิสูจน์ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 5 การบูรณาการ

3. ให้นักศึกษาทั้งห้องช่วยสรุปสมบัติของเส้นขนาน
4. ผู้สอนนำเสนอแผนภูมิแสดงการสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนไป
   3. นักศึกษาทำแบบฝึกหัด 2.2 เป็นการบ้าน

5. **สื่อการเรียนการสอน**
   5. ตารางแสดงการพิสูจน์
   6. แผนภูมิแสดงการสรุปบทเรียน
   7. ไม้โปรแทรกเตอร์
   8. แบบฝึกหัดที่ 2.2

6. **การวัดและประเมินผล**
   1. สังเกตจากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
   2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักศึกษา
   3. ตรวจแบบฝึกหัด

บันทึกหลังสอน

....
....
....
....
....
....
....
....

ลงชื่อ ....

วันที่ ....เดือน.......................พ.ศ.

ภาคผนวก ณ

ตัวอย่างผลงานของนักศึกษาครู

ทฤษฎีบทที่ 11

7)

กำหนดให้ $\overline{AC} \cong \overline{BC}$, $\angle 1 \cong \angle 2$

พิสูจน์ว่า $\triangle ACD \cong \triangle BCD$

การพิสูจน์

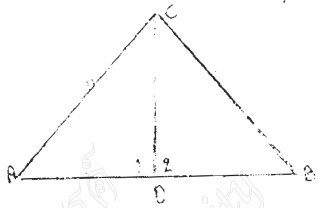
ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{AC} \cong \overline{BC}$	1. กำหนดให้
2. $\hat{1} \cong \hat{2}$	2. กำหนดให้
3. $\overline{CD} \cong \overline{CD}$	3. เส้นตรงจุดเดียวกันเท่ากับจุด ประการ [illegible] (กฎการสะท้อน)
4. $\triangle ACD \cong \triangle BCD$	4. สมบัติ [illegible] ด้าน-มุม-ด้าน

□

นางสาว สมฤดี หงษ์เวียงจันทร์ เลขที่ 11
นางสาว ปรียานุช บุตรสะอาด เลขที่ 15
กลุ่ม คณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 1

แบบฝึกหัด 1.1

1. จากรูป กำหนดให้ $\overline{AD} \cong \overline{BD}$, $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle ADC \cong \triangle BDC$



การพิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{AD} \cong \overline{BD}$	1. กำหนดให้
2. $\overline{AC} \cong \overline{BC}$	2. กำหนดให้
3. $\overline{CD} \cong \overline{CD}$	3. เส้นตรงหรือส่วนของเส้นตรงใดๆ ย่อมเท่ากันทุกประการกับตัวเอง (กฎการสะท้อน)
4. $\triangle ADC \cong \triangle BDC$	4. ทฤษฎีบทความเท่ากันทุกประการแบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน

□

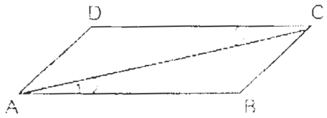
[illegible]
[illegible]

6

ตัวอย่าง 5 จากสิ่งกำหนดให้จงแสดงการพิสูจน์

กำหนดให้ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CB} \cong \overline{AD}$

สิ่งต้องพิสูจน์ $\hat{1} \cong \hat{2}$



ข้อความ	เหตุผล
1 $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	1 กำหนดให้
2 $\overline{CB} \cong \overline{AD}$	2 กำหนดให้
3 $\overline{AC} \cong \overline{AC}$	3 เป็นด้านร่วมกัน [illegible]
4 $\triangle ADC \cong \triangle ABC$	4 สมบัติ ด้าน-ด้าน-ด้าน
5 $C\hat{A}B \cong D\hat{C}A$	5 จากข้อ 4
6 $\hat{1} \cong \hat{2}$	6 ความหมาย[illegible]

1 นาย [illegible] [illegible] เลขที่ [illegible]

2 นางสาว [illegible] [illegible] เลขที่ 6

3 [illegible] [illegible] เลขที่ 4

คณิตศาสตร์ (ค [illegible]) ม.2

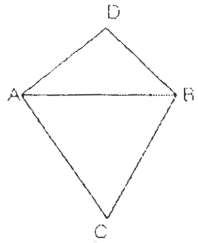
ใบงาน เรื่อง รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

คำชี้แจง

ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มแสดงการพิสูจน์จากสิ่งที่กำหนดให้ลงในตารางที่จัดไว้ให้

กำหนดให้ $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ $\overline{AD} \cong \overline{BD}$

สิ่งต้องพิสูจน์ $C\hat{A}D \cong C\hat{B}D$



เนื้อที่สำหรับแสดงการพิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{AC} \cong \overline{BC}$	กำหนดให้
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]

เนื้อที่สำหรับคิด

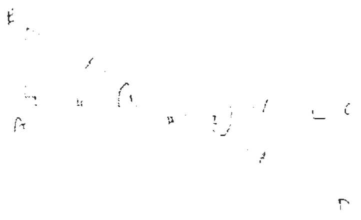
[illegible]

[illegible]

กลุ่มที่ [illegible] รายชื่อสมาชิก	1. [illegible]	เลขที่ [illegible]
	2. [illegible]	เลขที่ [illegible]
	3. [illegible]	เลขที่ [illegible]

[illegible]

4 กำหนดให้ $\overline{AC}$ และ $\overline{ED}$ ตัดกันที่ B, $\overline{AC} \perp \overline{AE}$, $\overline{AC} \perp \overline{CD}$, $\overline{BE} \cong \overline{BD}$
จงพิสูจน์ว่า $\overline{AB} \cong \overline{CB}$



กำหนดให้

$\overline{AC}$ และ $\overline{ED}$ ตัดกันที่ B

$\overline{AC} \perp \overline{AE}$, $\overline{AC} \perp \overline{CD}$, $\overline{BE} \cong \overline{BD}$

ต้องพิสูจน์ว่า

$\overline{AB} \cong \overline{CB}$

ข้อความ	เหตุผล
1 $\hat{A} \cong \hat{C}$	1 $\overline{AE} \perp \overline{AC}$, $\overline{CD} \perp \overline{AC}$
2 $\hat{1} \cong \hat{2}$	2 มุมตรงข้าม
[illegible] $\overline{BE} \cong \overline{BD}$	3 กำหนดให้
4 $\triangle ABE \cong \triangle CBD$	4 ทฤษฎี ม.ด.ม.
5. $\overline{AB} \cong \overline{CB}$	5 ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

สมาชิกกลุ่ม 4

1. น.ส. [illegible] เลขที่ 1
2. น.ส. [illegible] " 5
3. นาย [illegible] " 3
4. น.ส. [illegible] " 13

บทแทรก 2.2 ถ้าสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมสองมุมเท่ากันทุกประการ มุมต่อมุม และด้านอีกหนึ่งด้านเท่ากันทุกประการด้านต่อด้านแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ (มุม-มุม-ด้าน)

กำหนดให้

สิ่งต้องพิสูจน์

การพิสูจน์

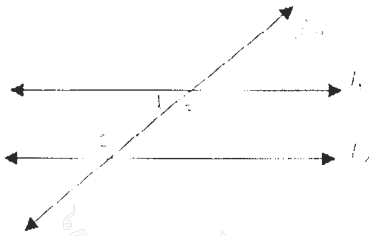
ข้อความ	เหตุผล

ทฤษฎีบท 2.7 ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากตัดขวาง จะได้ว่าผลบวกของขนาดของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาหรือ 2 มุมฉาก

สิ่งกำหนดให้ $l_1 // l_2$ มี l_3 เป็นเส้นตัดขวาง

สิ่งต้องพิสูจน์

$m(\hat{1}) + m(\hat{2}) = 180$



การพิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
$l_1 // l_2$	[illegible]
[illegible] $\cong$ [illegible]	[illegible]
$m(\hat{?}) = m(\hat{?})$ [illegible]	[illegible]
$m(\hat{?}) + m(\hat{1}) = 180$	[illegible]
$m(\hat{?}) + m(\hat{?}) = 180$ [illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]

□

ใบงาน

เรื่อง ผลบวกขนาดมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันแล้วเขียนแสดงการพิสูจน์ข้อความ "ผลบวกของขนาดของรูปห้าเหลี่ยมเท่ากับ 540 องศา" อย่างละเอียดทุกขั้นตอน

สิ่งที่กำหนดให้ ΔABC, ΔCBD, ΔDBE

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ [illegible]

ข้อความ	เหตุผล
1. $m(\hat{C}) + m(\hat{A}) + m(\hat{B}) = 180^\circ$	1. [illegible]
2. $m(\hat{C}) + m(\hat{B}) + m(\hat{D}) = 180^\circ$	2. " — "
3. $m(\hat{D}) + m(\hat{B}) + m(\hat{E}) = 180^\circ$	3. " — "
4. ผลบวกของมุมรูปห้าเหลี่ยม ACDEB = 540°	4. (ผลบวกจากข้อ 1-3 รวมกัน)

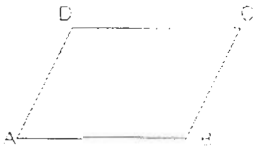
สมาชิกกลุ่ม

1. [illegible] เลขที่ 4
2. [illegible] 6
3. [illegible] 16

5

ทฤษฎีบท 3.2 ผลบวกของขนาดของมุมที่มีแขนร่วมกันของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเท่ากับ 180 องศา

กำหนดให้ ABCD เป็น [illegible]



สิ่งต้องพิสูจน์ [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

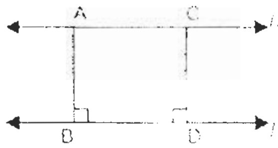
การพิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. [illegible]	1. [illegible]
2. [illegible]	2. [illegible]
3. [illegible]	3. [illegible]
4. [illegible]	4. [illegible]
5. [illegible]	5. [illegible]
6. [illegible]	6. [illegible]
7. [illegible]	7. [illegible]
8. [illegible]	8. [illegible]
9. [illegible]	9. [illegible]
10. [illegible]	10. [illegible]

นางสาว สมฤดี [illegible] เลขที่ [illegible]
นางสาว [illegible]
นางสาว [illegible]
ม. [illegible]

ทฤษฎีบท 3.3 เส้นขนานมีระยะทางเท่ากันเสมอ

กำหนดให้ $l_1 // l_2$



สิ่งต้องพิสูจน์ l_1 และ l_2 มีระยะทางเท่ากัน โดยพิสูจน์ว่า $m(\overline{AB}) = m(\overline{CD})$

สร้างเพื่อการพิสูจน์ ที่จุด A, C ลาก $\overline{AB} \perp l_2$ $\overline{CD} \perp l_2$ ที่จุด B และ D

การพิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
(1) $l_1 // l_2$	(1) กำหนดให้
(2) $\overline{AC} // \overline{BD}$	(2) $l_1 // l_2$
(3) $\overline{AB} // \overline{CD}$	(3) เส้นตรงที่ตั้งฉากกับ l_2
(4) ABDC เป็น [illegible]	(4) รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
(5) $m(\overline{AB}) = m(\overline{CD})$	(5) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานย่อมมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน

[illegible]

5. กำหนดให้ □ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน $\overline{AM} \perp \overline{DB}$, $\overline{CN} \perp \overline{DB}$ จงพิสูจน์ว่า □AMCN เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

สิ่งที่กำหนดให้

ABCD เป็น ▱ $\overline{AM} \perp \overline{DB}$, $\overline{DB} \perp \overline{CN}$

สิ่งที่ต้องการพิสูจน์

AMCN เป็น ▱

ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{CN} \cong \overline{AM}$	1. [illegible]
2. [illegible]	2. [illegible]
3. $\overline{MN} \cong \overline{MN}$	3. [illegible]
4. [illegible]	4. [illegible]
5. [illegible]	5. [illegible]
6. AMCN เป็น ▱	6. [illegible]

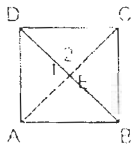
□

[illegible]

1. [illegible]
2. [illegible]
3. [illegible]
4. [illegible]

ทฤษฎีบท 3.11 เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตั้งฉากซึ่งกันและกัน

กำหนดให้



จะต้องพิสูจน์

การพิสูจน์

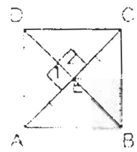
ข้อความ	เหตุผล
[illegible]	[illegible]

□

ทฤษฎีบท 3.12 ถ้าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตั้งฉากซึ่งกันและกัน แล้ว รูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

กำหนดให้ [illegible]

[illegible]



จะต้องพิสูจน์

ABCD เป็น [illegible]

การพิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
(1) [illegible]	(1) [illegible]
(2) [illegible]	(2) [illegible]
(3) [illegible]	(3) [illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
(10) ABCD เป็น [illegible]	[illegible]

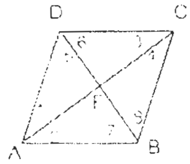
□

[illegible]

ทฤษฎีบท 3.18 เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนแบ่งครึ่งมุม

กำหนดให้ [illegible]

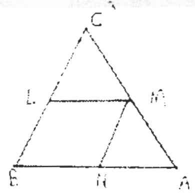
สิ่งต้องพิสูจน์ [illegible]



ข้อความ	เหตุผล
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]

แบบฝึกหัด ๓.๓

1. กำหนดให้ △ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า มีจุด L, M และ N เป็นจุดกึ่งกลางด้าน $\overline{AC}$, $\overline{CB}$ และ $\overline{BA}$ ตามลำดับ จงพิสูจน์ว่า ▱LMBN เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน



<u>กำหนดให้</u> ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า มี L, M, N เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ และ $\overline{BA}$ ตามลำดับ

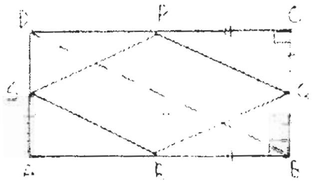
<u>สิ่งที่ต้องพิสูจน์</u> LMBN เป็น ◇

<u>พิสูจน์</u>

ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{LM} \parallel \overline{BA}$, $m(\overline{LM}) = \frac{1}{2} m(\overline{BA})$	1. L และ M เป็นจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสองของ △ [illegible] ส่วนของเส้นตรง [illegible] ขนานกับด้านที่ 3 และยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่ 3
2. $\overline{NM} \parallel \overline{BL}$, $m(\overline{NM}) = \frac{1}{2} m(\overline{BC})$	2. N และ M เป็นจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสองของ △ [illegible] และมีความยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่ 3
3. BNML เป็น ▱	3. จากข้อ 1, 2 รูป □ ที่มีด้านตรงข้ามขนานกันเป็นรูป ▱
4. $\overline{BA} \cong \overline{BC}$	4. ด้านของ △ ด้านเท่า
5. $m(\overline{BA}) = m(\overline{BC})$	5. นิยามของส่วนของเส้นตรงที่เท่ากันทุกประการย่อมยาวเท่ากัน
6. $\frac{1}{2} (\overline{BA}) = \frac{1}{2} m(\overline{BC})$	6. ปริมาณที่เท่ากันหารด้วยปริมาณที่เท่ากันย่อมเท่ากัน
7. $m(\overline{LM}) = m(\overline{NM})$	7. จากข้อ 1, 2, 6 ใช้สมบัติการแทนที่
8. BNML เป็น ◇	8. รูป ▱ ที่มีด้านประชิดยาวเท่ากันย่อมเป็น ◇

□

5. จงพิสูจน์ว่า เส้นที่เชื่อมระหว่างจุดกึ่งกลางของด้านประชิดกันของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน



กำหนดให้ ABCD เป็น ▭ มี P, Q, R, S เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{DC}$, $\overline{CB}$, $\overline{AB}$, $\overline{DA}$ ตามลำดับ

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ PQRS เป็น ◇

สร้างเพื่อการพิสูจน์ ลาก DB

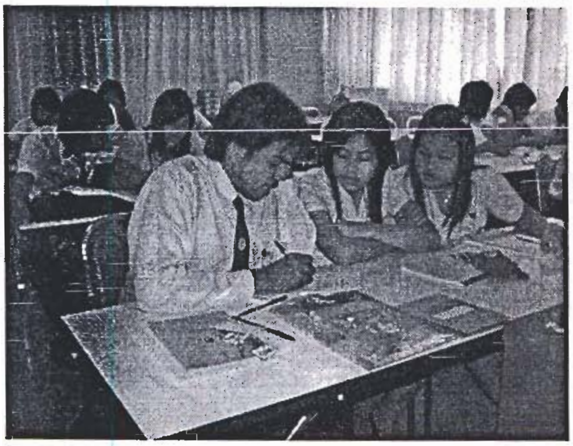
พิสูจน์

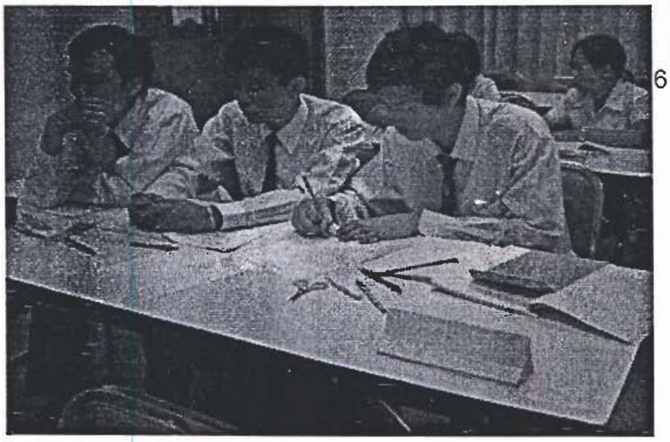
ข้อความ	เหตุผล
1 $\overline{PQ} \parallel \overline{DB}$	1 เส้นที่เชื่อมจุดกึ่งกลางของด้าน 2 ด้านของ Δ ย่อมขนานกับด้านที่สาม
2 $\overline{SR} \parallel \overline{DB}$	2 เส้นที่เชื่อมจุดกึ่งกลางของด้าน 2 ด้านของ Δ ย่อมขนานกับด้านที่สาม
3 $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$	3 ส่วนของเส้นตรง 2 เส้นที่ขนานกับเส้นตรงเดียวกันย่อมขนานกัน
4 $\overline{PS} \parallel \overline{QR}$	4 พิสูจน์ในทำนองเดียวกัน
5 PQRS เป็น ▱	5 รูป □ ที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่เป็น ▱
6 $m(\overline{PC}) = \frac{1}{2} m(\overline{DC})$	6 กำหนดให้ P เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{DC}$
7 $m(\overline{RB}) = \frac{1}{2} m(\overline{AB})$	7 กำหนดให้ R เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{AB}$
8 $m(\overline{DC}) = m(\overline{AB})$	8 $\overline{DC} \cong \overline{AB}$
9 $\frac{1}{2} m(\overline{DC}) = \frac{1}{2} m(\overline{AB})$	9 กฎการหารด้วยจำนวนที่เท่ากัน
10 $m(\overline{PC}) = m(\overline{RB})$	10 การเท่ากันของจำนวนที่เท่ากัน
11 $\overline{PC} \cong \overline{RB}$	11 ส่วนของเส้นตรงที่ยาวเท่ากันย่อมเท่ากันทุกประการ
12 $\overline{CQ} \cong \overline{BQ}$	12 ที่พิสูจน์ทำนองเดียวกัน
13 $m(P\hat{C}Q) = m(R\hat{B}Q)$	13 ต่างเท่ากับ 90°
14 $P\hat{C}Q \cong R\hat{B}Q$	14 มุมที่มีขนาดเท่ากันย่อมเท่ากันทุกประการ
15 $\Delta PCQ \cong \Delta RBQ$	15 จากข้อ 11, 12, 14 สมบัติ ด.ม.ด.
16 $\overline{PQ} \cong \overline{RQ}$	16 ด้านที่สมนัยกันของ Δ ที่เท่ากันทุกประการ
17 PQRS เป็น ◇	17 จากข้อ 5, 16 รูป ▱ ที่มีด้านประชิดเท่ากันทุกประการ ย่อมเป็น ◇

□

ภาคผนวก ญ

ตัวอย่างภาพการทำกิจกรรมการเรียนการสอน





ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ นางนวลศรี ชำนาญกิจ

เกิดวันที่ 1 พฤษภาคม พุทธศักราช 2498

สถานที่เกิด อำเภอเมือง จังหวัดสุรินทร์

สถานที่อยู่ปัจจุบัน บ้านเลขที่ 2 / 637 หมู่บ้านร่มเย็น ตำบลวัดไทรย์ อำเภอเมือง จังหวัดนครสวรรค์

ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ระดับ 8

สถานที่ทำงานปัจจุบัน ภาควิชาวิทยาศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ ถนนสวรรค์วิถี
อำเภอเมือง จังหวัดนครสวรรค์ 60000

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2522 กศ.บ. (วิชาเอก คณิตศาสตร์ วิชาโท ฟิสิกส์)
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน

พ.ศ. 2525 ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์)
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2544 กศ.ด.(คณิตศาสตร์ศึกษา)
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ