

## บทที่ 3

### ระเบียบวิธีวิจัย

#### 3.1 แนวทางการวิจัยและพัฒนา

ระบบสื่อสารเคลื่อนที่ เป็นรูปแบบหนึ่งของระบบสื่อสารสำหรับส่งข้อมูลแบบแอนะล็อกหรือดิจิทัลจากเครื่องส่งไปสู่เครื่องรับผ่านช่องสัญญาณแบบไร้สาย ตัวอย่างเช่น การส่งข้อมูลโดยใช้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Microwave) ระบบสื่อสารผ่านดาวเทียม และ ระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ เป็นต้น แต่เนื่องจากคุณลักษณะของช่องสัญญาณ ไร้สายที่สามารถเปลี่ยนแปลงตามองค์ประกอบต่างๆ ได้ เช่น สิ่งแวดล้อมทางกายภาพ ความเร็วในการเคลื่อนที่ของอุปกรณ์เครื่องรับหรือส่ง และ อุณหภูมิ เป็นต้น จึงส่งผลให้สัญญาณข้อมูลที่ถูกตรวจจับได้ ณ เครื่องรับ อาจมีลักษณะที่ผิดเพี้ยนไป ดังนั้นจึงได้มีการพัฒนาเทคโนโลยีและวิธีการต่าง ๆ ขึ้นมาเพื่อรองรับปัญหาดังกล่าว ผลกระทบของสัญญาณรบกวนและการทับซ้อนระหว่างสัญญาณ จึงมีการจำลองลักษณะของช่องสัญญาณ เพื่อให้เข้าใจถึงปัญหาหลักที่เกิดขึ้นในการส่งข้อมูลผ่านช่องสัญญาณ ไร้สาย และความจำเป็นในการนำหลักการของวิธีการเข้ารหัสและวิธีการปรับแต่งสัญญาณเข้ามาใช้เพื่อลดผลกระทบดังกล่าว

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ในการออกแบบอุปกรณ์ที่ใช้ในการปรับขนาดเซกเมนต์ของสัญญาณ ในระบบการสื่อสารเคลื่อนที่เพื่อลดความผิดพลาดของบิตข้อมูลที่ทำกรส่งระหว่างเครื่องรับกับเครื่องส่งโดยแบ่งขั้นตอนในการวิจัยออกได้ดังนี้

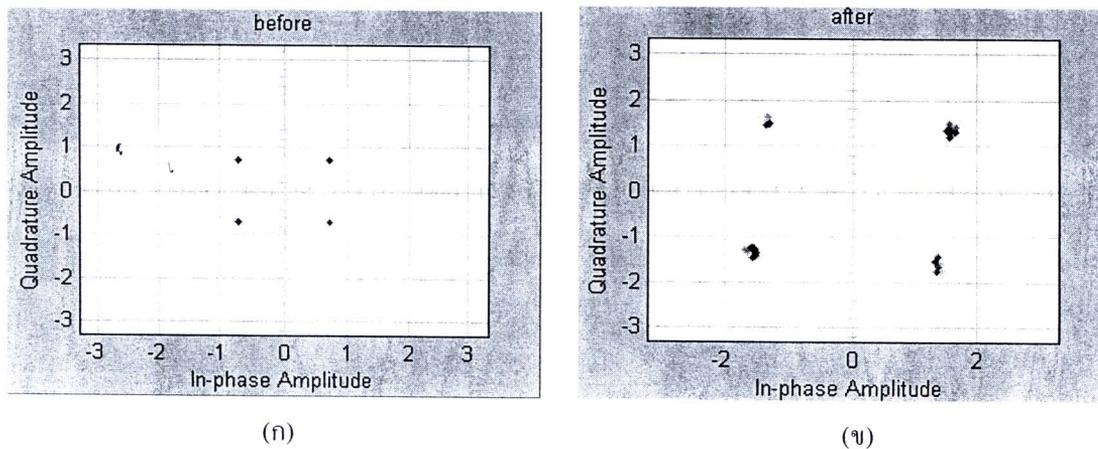
##### 3.1.1 การวิเคราะห์ผลกระทบของการส่งข้อมูลในระบบการสื่อสารเคลื่อนที่

ก่อนทำการออกแบบระบบเพื่อสร้างบล็อกการจัดกลุ่มสัญญาณแบบซัดเซชนั้น จำเป็นต้องมีการวิเคราะห์รูปแบบการส่งข้อมูลผ่านช่องสัญญาณที่มีการจางหายในรูปแบบต่างๆ เพื่อที่จะทำให้ทราบถึงปัญหา และแนวทางที่จะแก้ปัญหา นั้น ในงานวิจัยนี้จึงทำการวิเคราะห์ช่องสัญญาณผ่านโปรแกรมจำลองเพื่อทำการสังเกตพฤติกรรม

จากการสังเกตพฤติกรรมของการส่งข้อมูลผ่านช่องสัญญาณที่มีการจางหายแสดงให้เห็นผลกระทบของการจางหายนั้นทำให้ข้อมูลที่ทำกรส่งมีการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดและเฟส รวมทั้งการเปลี่ยนแปลงที่ปรากฏขึ้นนั้นมีทิศทางที่ไม่แน่นอน

ในการจำลองช่องสัญญาณที่มีการจางหายเรย์ลีห์แบบเลือกความถี่ เพื่อที่จะทำให้การจำลองระบบมีความใกล้เคียงกับช่องสัญญาณที่เป็นจริงในระบบการสื่อสาร ในกลุ่มผู้ที่ศึกษาและ

วิจัยในระบบของการสื่อสารไร้สายจึงได้มีการกำหนด รูปแบบของช่องสัญญาณที่เป็นมาตรฐาน<sup>1 2 3</sup> เพื่อที่จะใช้พารามิเตอร์ต่างในการศึกษาและจำลองระบบการสื่อสารไร้สาย ในงานวิจัยนี้ในการ กำหนดพารามิเตอร์ต่างๆ ของช่องสัญญาณที่มีการจางหายเรย์ลีห์แบบเลือกความถี่ ได้นำรูปแบบ ช่องสัญญาณที่เป็นช่องสัญญาณที่ได้กำหนดการอ้างอิงจาก<sup>4 5</sup>



รูปที่ 3.1 พฤติกรรมของการส่งข้อมูลผ่านช่องสัญญาณที่มีการจางหาย

(ก) พฤติกรรมของการส่งข้อมูลก่อนผ่านช่องสัญญาณที่มีการจางหาย

(ข) พฤติกรรมของการส่งข้อมูลหลังผ่านช่องสัญญาณที่มีการจางหาย



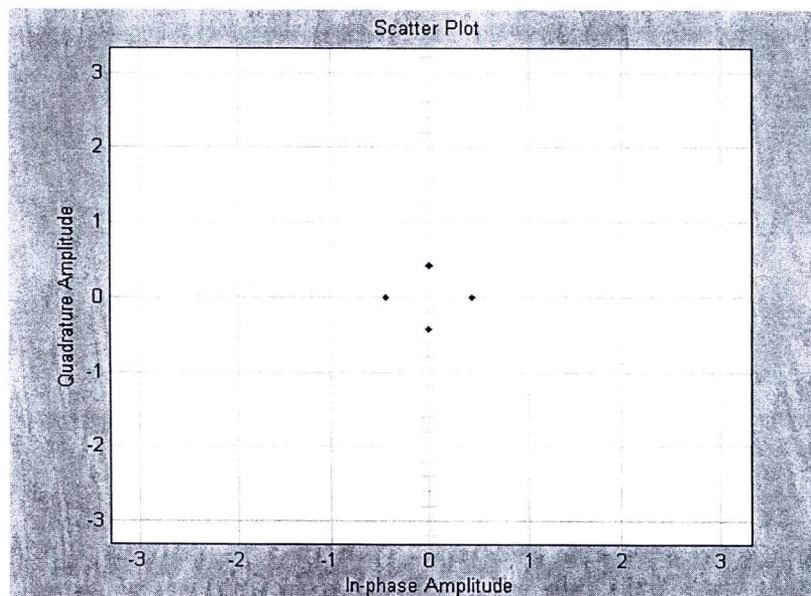
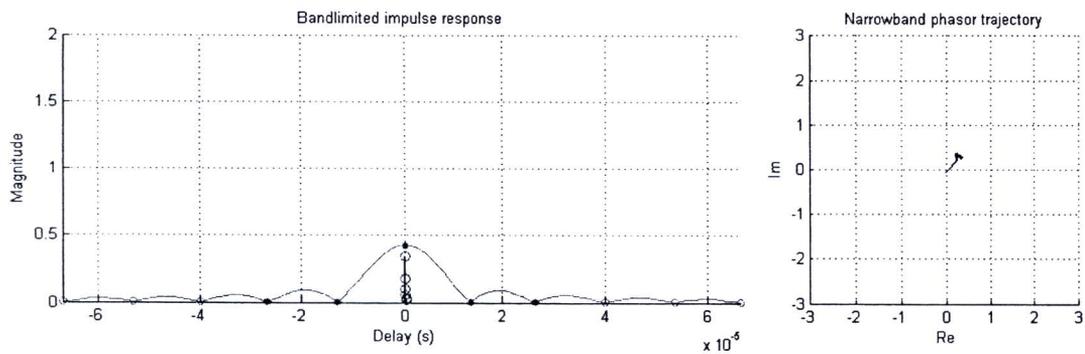
<sup>1</sup> Fakhrul Alam, Brian D. Woerner, and W.H. Tranter. "BER Simulation for WCDMA System in Multipath Fading Channel". (Research Report). Mobile and Portable Radio Research Group Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg, USA.

<sup>2</sup> Tommi Jämsä, Juha Meinilä, and Pekka. Overview of WINNER Channel Modelling Activities. (Wireless World Research Forum). Iektrobit Testing Ltd, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zürich Hassan El-Sallabi, Helsinki University of Technology.

<sup>3</sup> Malcom W. Oliphant. (1999, August) "The Mobile Phone Meets the Internet". IEEE Spectrum, (Vol.36, Issue.8 pp. 20-28).

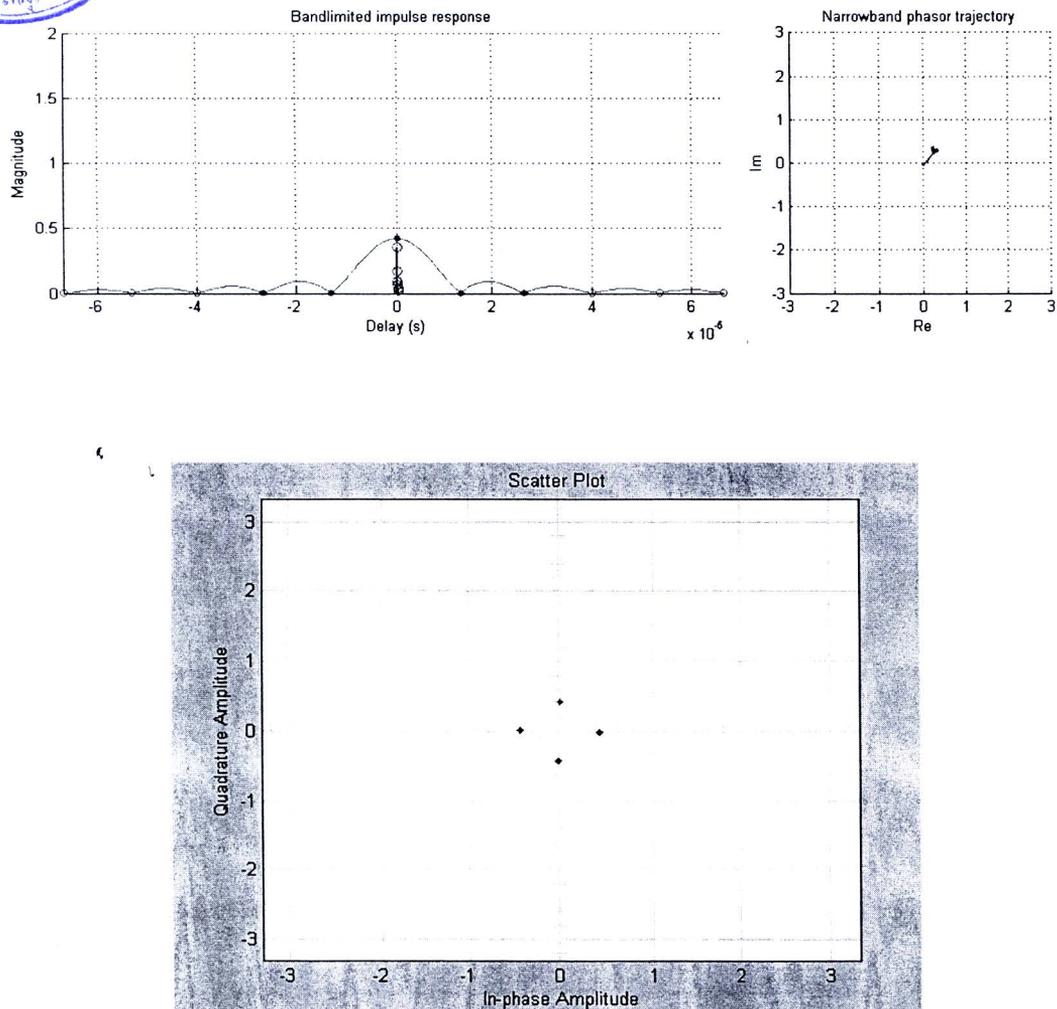
<sup>4</sup> Ibid

<sup>5</sup> UMTS WORLD NEWS INFO FACTS. WCDMA (UMTS). Retrieved February 10, 2010, from <http://www.umts-world.com/technology/wcdma.htm>.



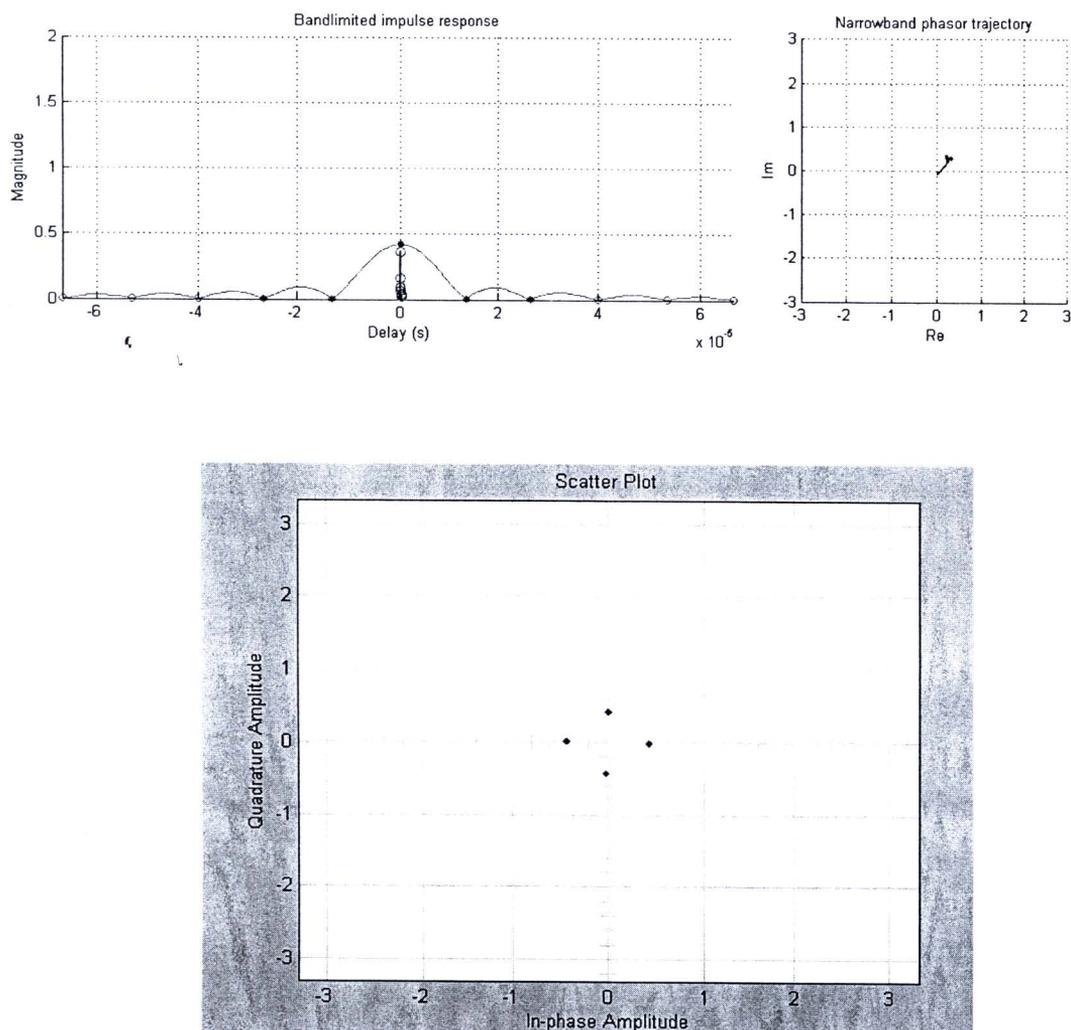
รูปที่ 3.2 ผลของแอมพลิจูด เฟส และ Constellation ในการจำลองช่องสัญญาณการจางหายเรย์ลีห์แบบเลือกความถี่เมื่อเริ่มการจำลองผ่านไป 52 ms โดยใช้พารามิเตอร์ (Doppler Frequency = 50 Hz และ Delay Profile <sup>1</sup>)

<sup>1</sup> Tommi Jämsä, Juha Meinilä, and Pekka. **Overview of WINNER Channel Modelling Activities.** (Wireless World Research Forum). Iktobit Testing Ltd, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zürich Hassan El-Sallabi, Helsinki University of Technology.



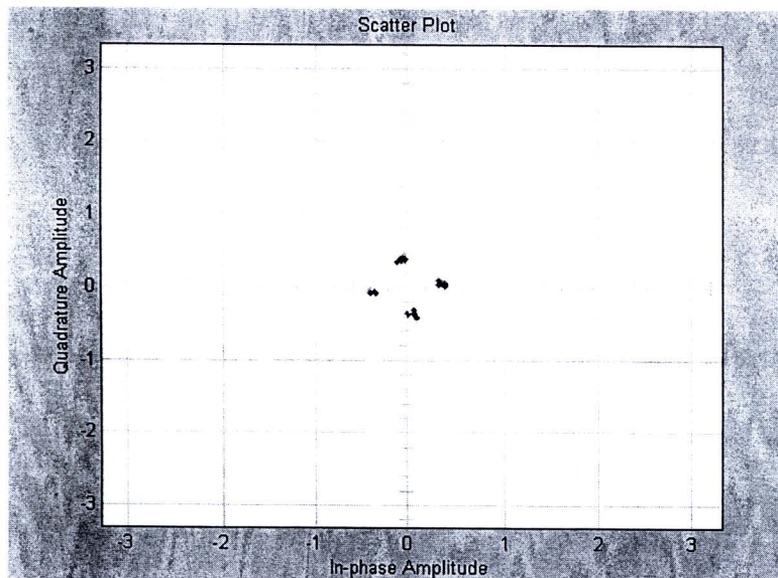
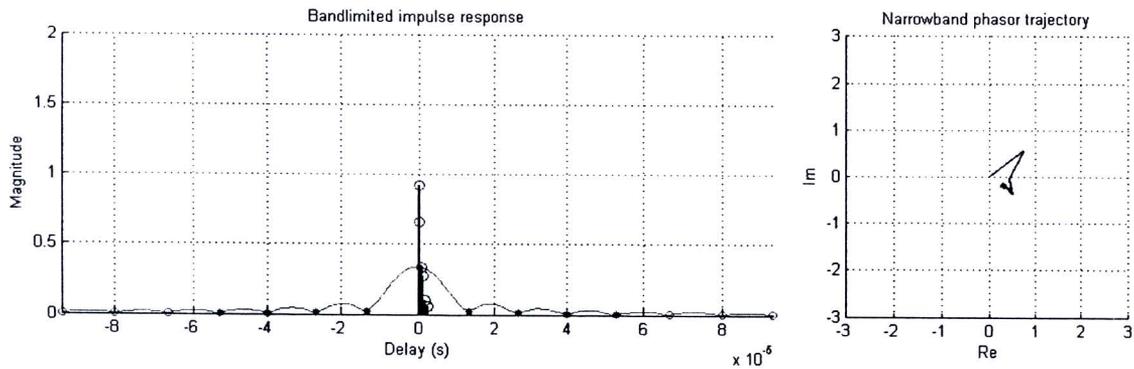
รูปที่ 3.3 ผลของแอมพลิจูด เฟส และ Constellation ในการจำลองช่องสัญญาณการจางหายเรย์ลีห์แบบเลือกความถี่เมื่อเริ่มการจำลองผ่านไป 60 ms โดยใช้พารามิเตอร์ (Doppler Frequency = 50 Hz และ Delay Profile<sup>1</sup>)

<sup>1</sup> Tommi Jämsä, Juha Meinilä, and Pekka. **Overview of WINNER Channel Modelling Activities.** (Wireless World Research Forum). Iektrobit Testing Ltd, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zürich Hassan El-Sallabi, Helsinki University of Technology.



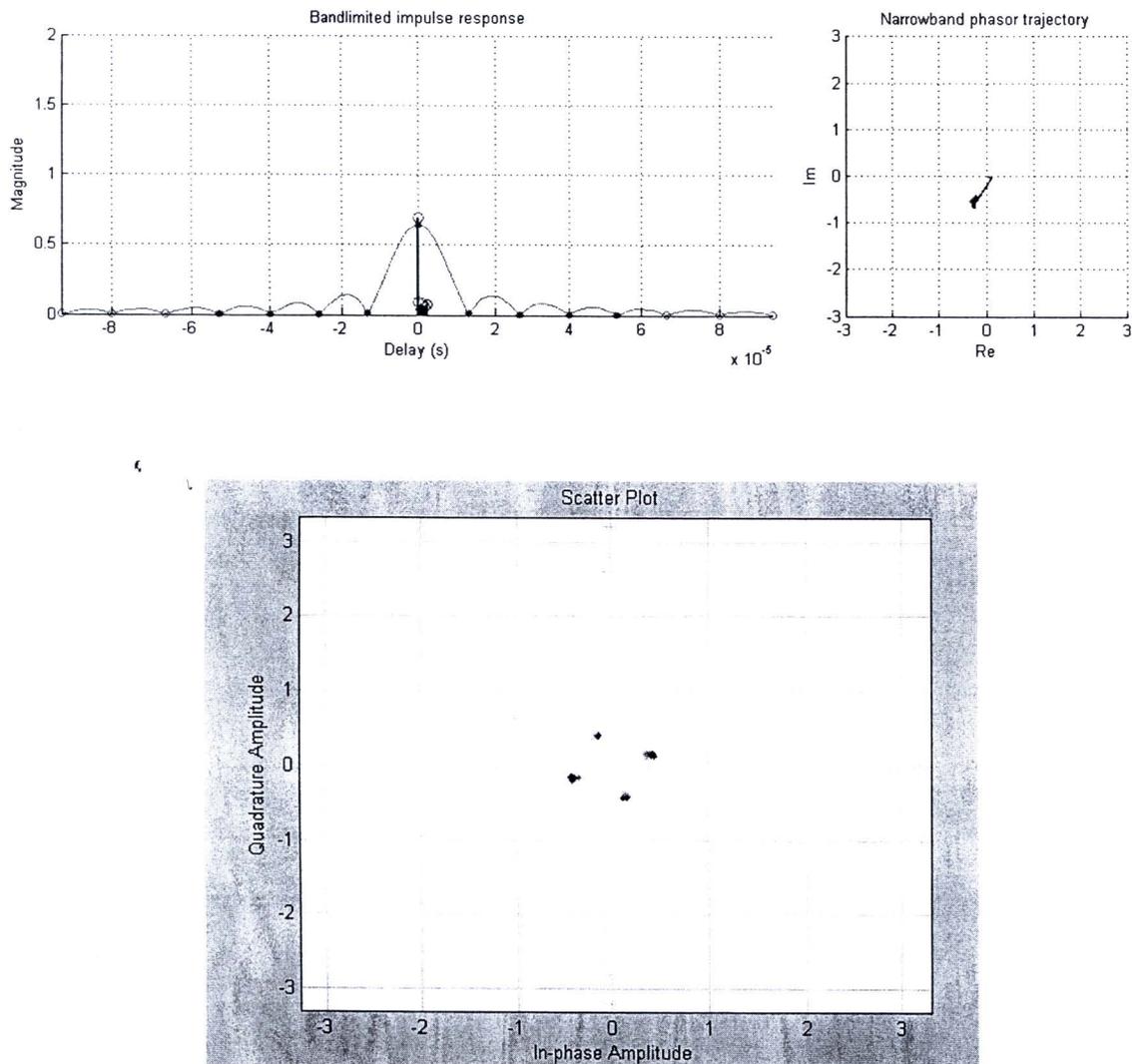
รูปที่ 3.4 ผลของแอมพลิจูด เฟส และ Constellation ในการจำลองช่องสัญญาณการจางหายเรย์ลีห์แบบเลือกความถี่เมื่อเริ่มการจำลองผ่านไป 66 ms โดยใช้พารามิเตอร์ (Doppler Frequency = 50 Hz และ Delay Profile<sup>1</sup>)

<sup>1</sup> Tommi Jämsä, Juha Meinilä, and Pekka. **Overview of WINNER Channel Modelling Activities.** (Wireless World Research Forum). Iktrobit Testing Ltd, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zürich Hassan El-Sallabi, Helsinki University of Technology.



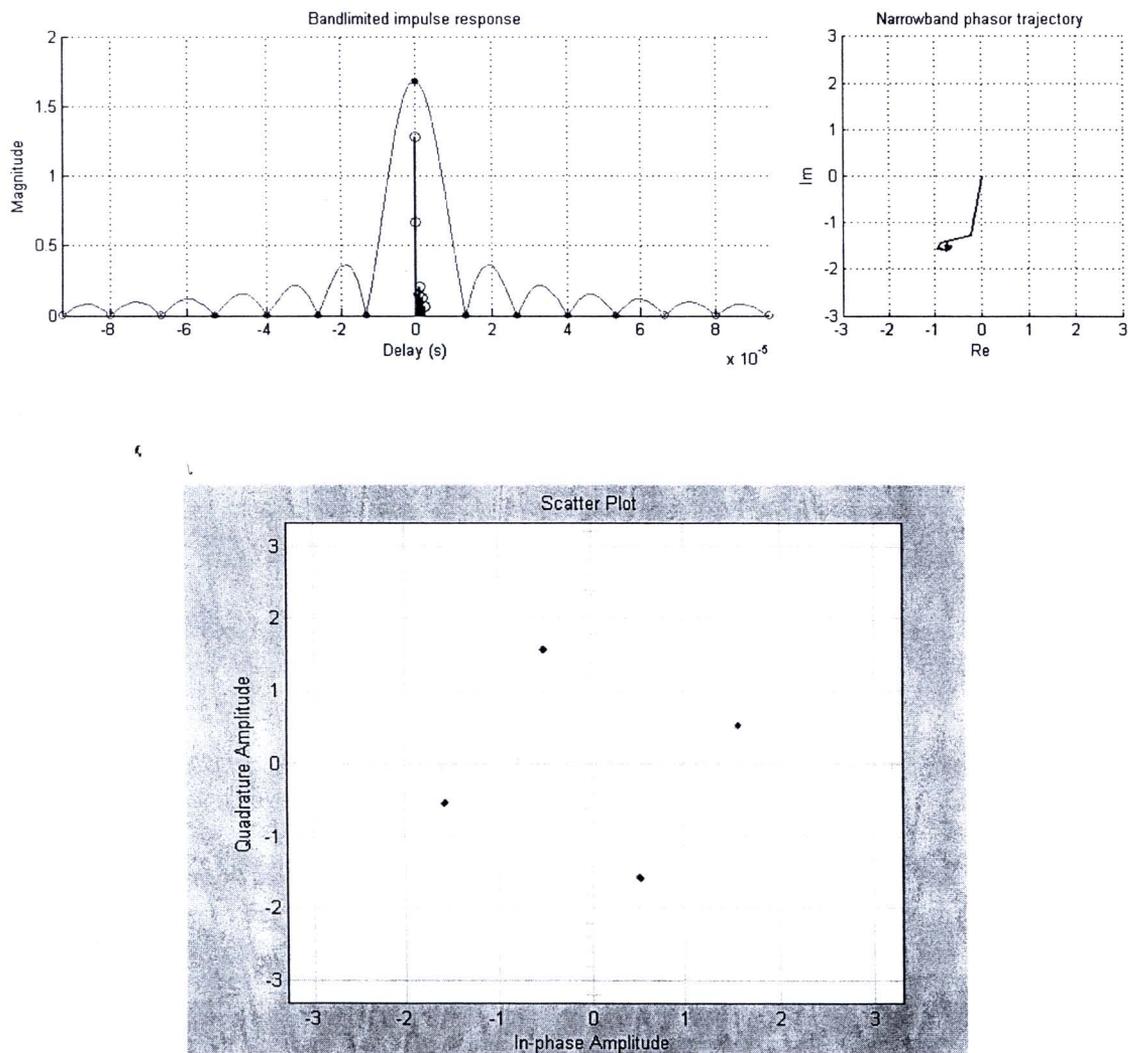
รูปที่ 3.5 ผลของแอมพลิจูด เฟส และ Constellation ในการจำลองช่องสัญญาณการจางหายเรย์ลีห์แบบเลือกความถี่เมื่อเริ่มการจำลองผ่านไป 52 ms โดยใช้พารามิเตอร์ (Doppler Frequency = 200 Hz และ Delay Profile<sup>1</sup>)

<sup>1</sup> Fakhru Alam, Brian D. Woerner, and W.H. Tranter. "BER Simulation for WCDMA System in Multipath Fading Channel". (Research Report). Mobile and Portable Radio Research Group Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg, USA.



รูปที่ 3.6 ผลของแอมพลิจูด เฟส และ Constellation ในการจำลองช่องสัญญาณการจางหายเรย์ลีห์แบบเลือกความถี่เมื่อเริ่มการจำลองผ่านไป 58 ms โดยใช้พารามิเตอร์ (Doppler Frequency = 200 Hz และ Delay Profile<sup>1</sup>)

<sup>1</sup> Fakhru Alam, Brian D. Woerner, and W.H. Tranter. "BER Simulation for WCDMA System in Multipath Fading Channel". (Research Report). Mobile and Portable Radio Research Group Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg, USA.



รูปที่ 3.7 ผลของแอมพลิจูด เฟส และ Constellation ในการจำลองช่องสัญญาณการจางหายเรย์ลีห์แบบเลือกความถี่เมื่อเริ่มการจำลองผ่านไป 64 ms โดยใช้พารามิเตอร์ (Doppler Frequency = 200 Hz และ Delay Profile<sup>1</sup>)

<sup>1</sup> Fakhrol Alam, Brian D. Woerner, and W.H. Tranter. "BER Simulation for WCDMA System in Multipath Fading Channel". (Research Report). Mobile and Portable Radio Research Group Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg, USA.

จากรูปที่ 3.2 – 3.4 เป็นการจำลองช่องสัญญาณการจางหายเรย์ลีห์แบบเลือกความถี่ที่แสดงให้ทราบถึงผลการเปลี่ยนแปลงของเฟส แอมพลิจูด และ Constellation ที่มีการใช้พารามิเตอร์ที่อ้างอิงตามตารางที่ 3.1 ที่มีการเคลื่อนที่และกำหนดค่า Doppler Shift = 50 Hz จากการจำลองสังเกตได้ว่ารูปแบบการจางหายของช่องสัญญาณที่ทำการจำลอง จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ และรูปที่ 3.5 – 3.7 เป็นการจำลองช่องสัญญาณการจางหายเรย์ลีห์แบบเลือกความถี่ที่แสดงให้ทราบถึงผลการเปลี่ยนแปลงของเฟส แอมพลิจูด และ Constellation ที่มีการใช้พารามิเตอร์ที่อ้างอิงตามตารางที่ 3.1 ที่มีการเคลื่อนที่และกำหนดค่า Doppler Shift = 200 Hz จากการจำลองสังเกตได้ว่ารูปแบบการจางหายของช่องสัญญาณที่ทำการจำลอง จะมีการเปลี่ยนแปลงที่เร็วกว่า การจำลองที่ใช้พารามิเตอร์ที่อ้างอิงตามตารางที่ 3.1 ที่มีการเคลื่อนที่และกำหนดค่า Doppler Shift = 50 Hz ดังนั้นจากการสังเกตรูปแบบของช่องสัญญาณที่มีการจางหายเรย์ลีห์แบบเลือกความถี่ ที่เครื่องรับมีการเคลื่อนที่ทำให้ทราบว่าเมื่อเครื่องรับมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงที่เพิ่มขึ้น จะทำให้เกิดการจางหายหรือการเปลี่ยนแปลงของเฟสและแอมพลิจูด มีการเปลี่ยนแปลงที่รวดเร็วจนเป็นการจางหายแบบเร็ว

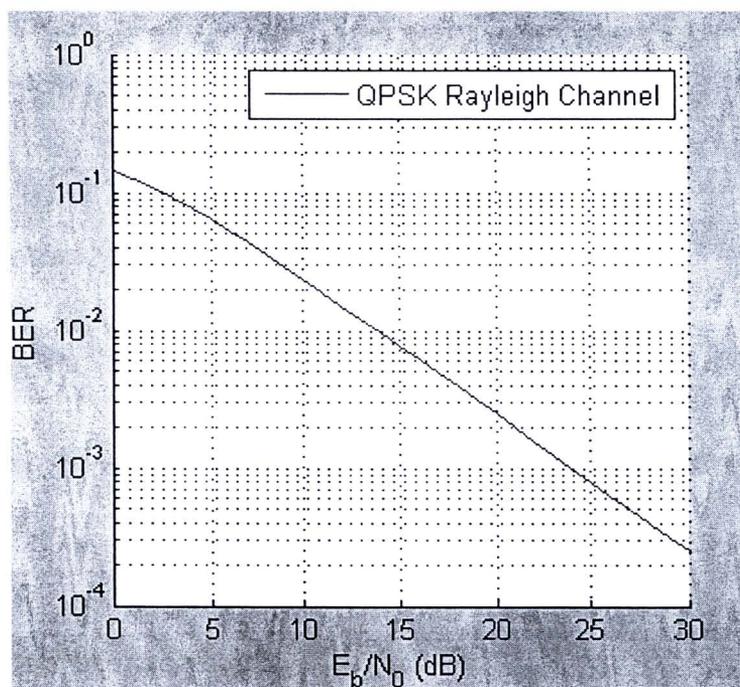
ตารางที่ 3.1 พหุวิถีภายในช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเรย์ลีห์

Vehicular A Outdoor Channel Power Delay Profile <sup>1</sup>		Vehicular A Outdoor Channel Power Delay Profile <sup>2</sup>	
Relative Delay (ns)	Average Power (dB)	Relative Delay (ns)	Average Power (dB)
0	-0.5	0	0
5	0	310	-1
135	-3.4	710	-9
160	-2.8	1090	-10
215	-4.6	1730	-15
260	-0.9	2510	-20

<sup>1</sup> Tommi Jämsä, Juha Meinilä, and Pekka. **Overview of WINNER Channel Modelling Activities**. (Wireless World Research Forum). Iktrobit Testing Ltd, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zürich Hassan El-Sallabi, Helsinki University of Technology.

<sup>2</sup> Fakhrol Alam, Brian D. Woerner, and W.H. Tranter. **“BER Simulation for WCDMA System in Multipath Fading Channel”**. (Research Report). Mobile and Portable Radio Research Group Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg, USA.

จากรูปที่ 3.1 ถึง 3.7 แสดงให้เห็นว่าในระบบการสื่อสารไร้สายเคลื่อนที่ เมื่อมีการส่งข้อมูลในระบบการสื่อสารไร้สาย จะได้รับผลกระทบจากสภาพแวดล้อมต่างๆ จึงเป็นผลทำให้การส่งข้อมูลไปยังเครื่องรับมีการผิดไปจากรูปแบบ ที่ทำการส่งไป ดังนั้นในงานวิจัยที่จะนำเสนอนี้จะเป็นการปรับระดับของการจัดกลุ่มสัญลักษณ์ โดยทำการปรับแอมพลิจูดและเฟสไปเรื่อยๆ เป็นหลักการทำงานที่ไม่ซับซ้อน เป็นการเปรียบเทียบบิตที่ทำการส่งไปในระบบการสื่อสารเคลื่อนที่ แล้วทำการส่งกลับคั้งนี้ที่จะใช้ในการจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชยในอัตราต่ำ เพื่อที่ทำให้ระบบการสื่อสารนั้นมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น



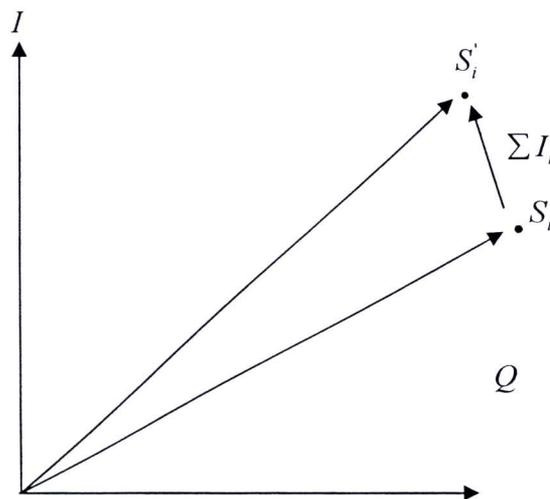
รูปที่ 3.8 ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดของการส่งบิตข้อมูลผ่านช่องสัญญาณที่เกิดการจางหายแบบเรย์ลีห์

### 3.1.2 โครงสร้างและรูปแบบของการจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชยที่นำเสนอ

ในการจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชย จะเป็นการส่งของข้อมูลส่วนหนึ่งที่จะเป็นการทดสอบการจางหายของคุณลักษณะของช่องสัญญาณด้วยในชุดข้อมูล โดยโครงสร้างและรูปแบบของการจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชย ที่ทำการศึกษาจะทำงาน โดยการรับข้อมูลที่ใช้ทดสอบที่ผ่านช่องสัญญาณการจางหาย ถึงการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดและเฟส เมื่อรู้ถึงการเปลี่ยนแปลงที่

เกิดขึ้นจึงทำการชดเชยแอมพลิจูด และเฟสที่ถูกผลกระทบของการจางหายของช่องสัญญาณที่มีการจางหายดังรูปที่ 3.9

จากรูปที่ 3.9 จะเห็นว่าในการชดเชยข้อมูลที่ผ่านมาช่องสัญญาณการจางหาย จำเป็นต้องใช้ข้อมูลในการตรวจสอบ Constellation ที่มากในการปรับแต่งสัญญาณล่วงหน้าและ มีรูปแบบการทำงานที่ซับซ้อนเพื่อที่จะทำการชดเชยสัญญาณได้อย่างถูกต้อง ในงานวิจัยนี้จึงเป็นการนำเสนอการจับกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชยเป็นการลดความซับซ้อนกระบวนการปรับแต่งสัญญาณล่วงหน้า โดยการวิเคราะห์ผลของการส่งข้อมูลผ่านคุณลักษณะช่องสัญญาณที่มีการจางหาย โดยการปรับระดับของแอมพลิจูดและเฟส (Compensate Constellation)



รูปที่ 3.9 ความสัมพันธ์ของการจับกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชย

เมื่อพิจารณาถึงการทำงานภายใต้ระบบสื่อสารที่มีการมอดูเลตแบบ BPSK จะได้ว่าสัญญาณข้อมูลที่จะถูกส่งออกไปในระบบสื่อสารนั้น จะมีลักษณะของสัญญาณที่ถูกส่งออกมาจากภาคมอดูเลตในแต่ละช่วงเวลา  $t$  มีค่าเท่ากับ

$$S_i = A.e^{j\theta_i} \quad (3.1)$$

โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์  $A$  ในสมการนั้น เป็นค่าที่แสดงถึงขนาดของสัญญาณ และ  $\theta_i$  เป็นเฟสของสัญญาณที่ถูกส่งมาในช่วงเวลา  $t$  และในการทำงานของวิธีการจับกลุ่มสัญลักษณ์แบบปรับตัวได้ ซึ่งเป็นการนำสัญญาณที่จะถูกส่งมาทำการเปลี่ยนรูปแบบของสัญญาณ ให้อยู่ในรูปแบบ

ใหม่ เพื่อให้สัญญาณที่จะถูกส่งไปถึงปลายทางนั้น ปราศจากผลของการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ หรือมีผลน้อยที่สุด โดยจะมีการคำนวณได้คือ

$$S_i' = S_i + \sum I_i \quad (3.2)$$

โดยที่  $S_i'$  ที่ได้จากการคำนวณนั้น เป็นสัญญาณข้อมูลที่จะถูกส่งออกมาจากภาคจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชย และ สำหรับ  $I_i$  นั้น เป็นตัวแปรที่ถูกนำมาบวกจากสัญญาณที่ได้จากภาคมอดูเลตเพื่อชดเชยผลของการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ที่จะเกิดขึ้นระหว่างการส่งผ่านระบบสื่อสาร โดยจะเป็นค่าที่เกิดจากการคำนวณผลของการแทรกสอดของสัญญาณที่ถูกส่งไปในอดีตจำนวนหนึ่ง โดยในการคำนวณหาค่าของสัญญาณที่ได้จากการทำงานของภาคจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชยในแต่ละครั้งนั้น

จากสมการข้างบน เมื่อมีการคำนวณจะได้  $S_i'$  จะทำให้ทราบถึงการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดและเฟสที่มีการเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากผลกระทบของช่องสัญญาณการจางหาย ในงานวิจัยนี้ได้กำหนดรูปแบบของค่าที่ได้จากการคำนวณ  $S_i'$  เพื่อให้ได้ดัชนีของการจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชยมีอัตราการส่งข้อมูลกลับไปน้อยที่สุด โดยมีการเทียบได้ดังตารางที่ 3.1

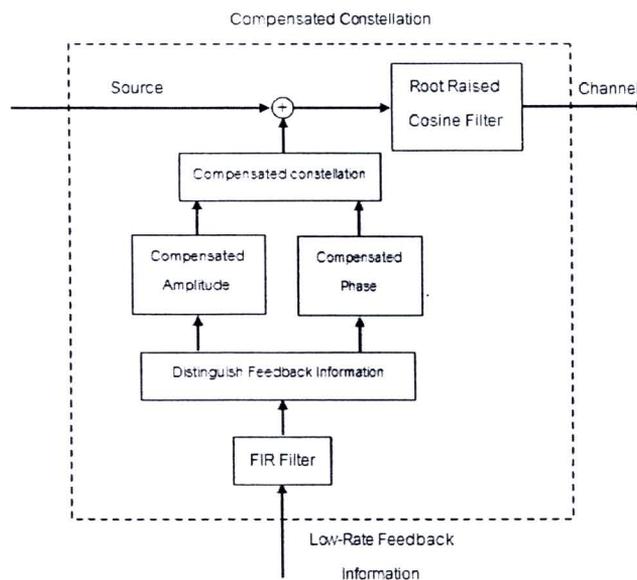
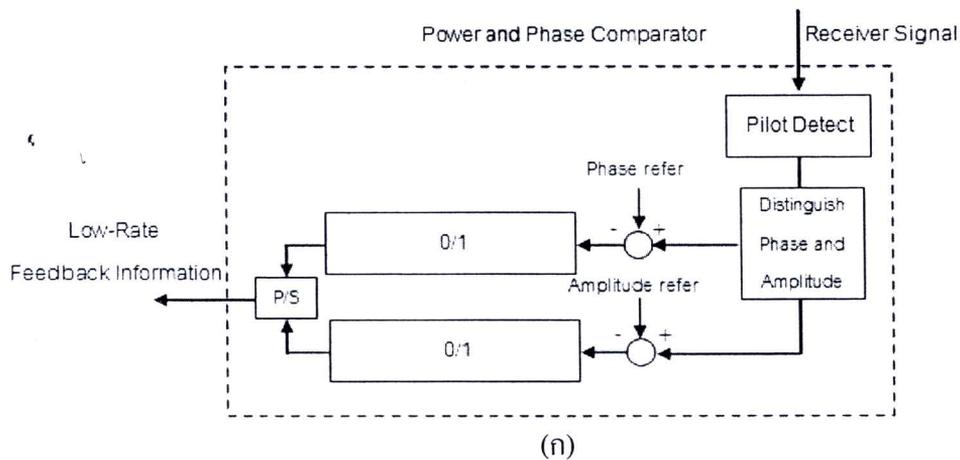
ตารางที่ 3.2 เปรียบเทียบบิตข้อมูลกับแอมพลิจูดและเฟส

บิตข้อมูล	รูปแบบการเปรียบเทียบแอมพลิจูดและเฟสเมื่อได้คำนวณ $S_i' = S_i + \sum I_i$
00	ลดแอมพลิจูด ลดเฟส
01	ลดแอมพลิจูด เพิ่มเฟส
10	เพิ่มแอมพลิจูด ลดเฟส
11	เพิ่มแอมพลิจูด เพิ่มเฟส

### 3.1.3 รูปแบบการทำงานของระบบสื่อสารของงานวิจัย

จากรูปที่ 3.11 เป็นแบบจำลองของระบบสื่อสารที่มีการใช้วิธีการจัดกลุ่มสัญลักษณ์เป็นแบบการปรับระดับ (Compensate Constellation) สำหรับการทำงานในส่วนของ Forward Link มีการนำข้อมูลแบบดิจิทัล  $S_i$  จากนั้นชุดของข้อมูลถูกส่งต่อมาที่ภาคมอดูเลต เพื่อคำนวณเป็นจำนวนเชิงซ้อนที่มีความสัมพันธ์กับชุดข้อมูลดังกล่าว  $S_i = A.e^{j\theta}$  เมื่อ  $A$  เป็นขนาดของสัญญาณข้อมูลซึ่งมีค่าคงที่ในกรณีที่มีการมอดูเลตแบบเฟส และ  $\theta$  เป็นเฟสของสัญญาณข้อมูล ณ เวลา

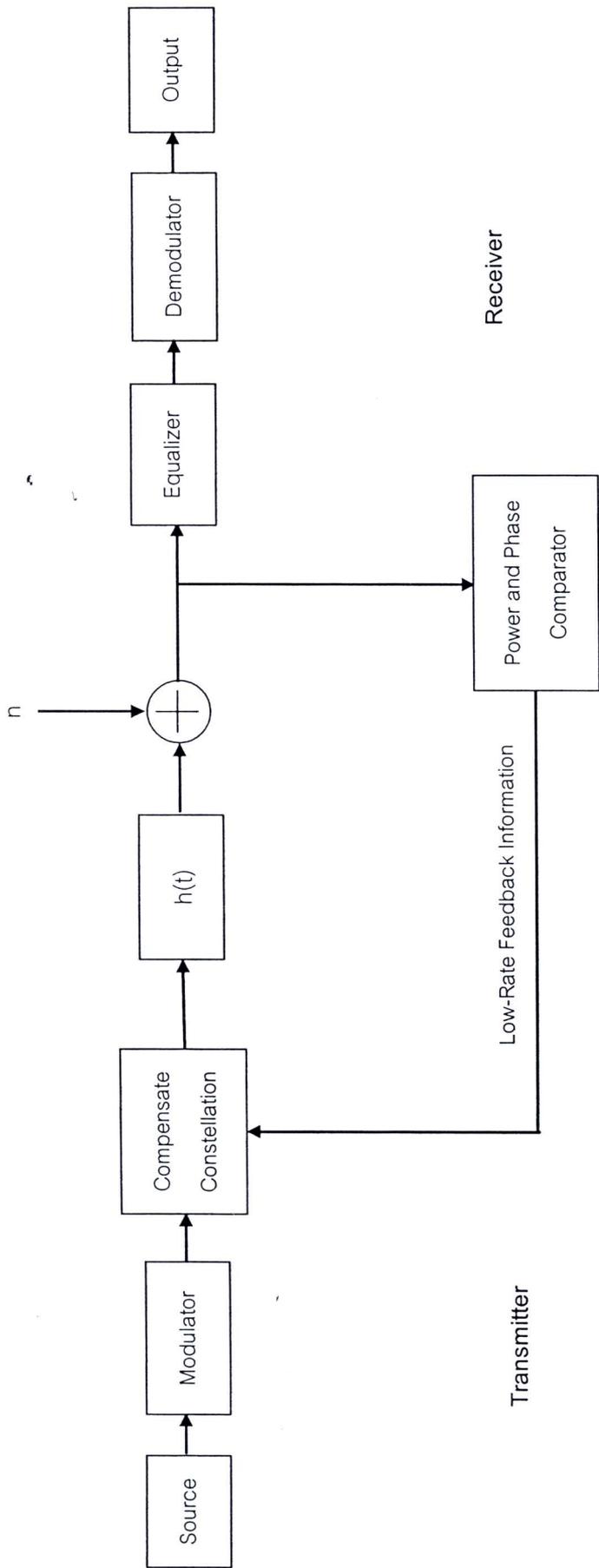
ต่างๆ  $\bar{I}_i$  เพื่อเป็นการหารูปแบบของสัญญาณที่จะถูกส่งออกไปผ่านระบบสื่อสาร เนื่องจากคุณลักษณะของช่องสัญญาณที่ถูกนำมาพิจารณาเป็นช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบช้า ดังนั้นตัวแปรทับซ้อนระหว่างสัญลักษณ์  $\bar{I}_i$  ที่ถูกนำมาใช้งานที่ภาคจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบซดเซช สามารถนำมาจากการทำงานในส่วนของ Reverse Link มาใช้งานได้เนื่องจากมีค่าที่ใกล้เคียงกับผลกระทบใน Forward Link



รูปที่ 3.10 การทำงานของรูปแบบที่ทำการนำเสนอ

(ก) การทำงานในส่วน Power and Phase Comparator

(ข) การทำงานในส่วน Compensate constellation



รูปที่ 3.11 แบบจำลองระบบสื่อสารที่ทำการนำเสนอ



จากรูปแบบการจำลองของระบบการสื่อสารที่ทำการนำเสนอ สามารถที่จะอธิบายขั้นตอนการทำงานทั้งหมดได้ดังนี้

- 1). ทำการสร้างบิตข้อมูลโดยการสุ่มบิตข้อมูลที่อยู่ในจำนวนของเลขฐานสอง
- 2). บิตข้อมูลที่อยู่ในรูปแบบของเลขฐานสองจะถูกทำการเปลี่ยนรูปแบบเป็นจำนวนเชิงซ้อนในส่วนของการมอดูเลต เพื่อเป็นการหารูปแบบของสัญญาณที่ถูกส่งออกไปในระบบการสื่อสารเคลื่อนที่
- 3). ในการทำงานของบล็อกการจับกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชย จะทำการส่งบิตข้อมูลนำร่องโดยใช้ความถี่ในการส่งบิตข้อมูลนำร่องเป็น 1600 เฮิร์ตซ์ (เป็นการกำหนดการส่งบิตข้อมูลนำร่องให้อยู่ในรูปแบบเดียวกับความถี่ที่ใช้งานในระบบควบคุมกำลังส่งของระบบการสื่อสาร WCDMA) โดยในการส่งข้อมูลของบล็อกจับกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชย จะนำบิตข้อมูลที่ได้จากการเปรียบเทียบความแตกต่างมาทำการปรับเปลี่ยนแอมพลิจูดและเฟสของบิตข้อมูลในส่วนถัดไป โดยทำการลบหรือบวกแอมพลิจูดและเฟส การลบหรือบวกแอมพลิจูดจะมีขนาดเท่ากับ +0.5dB หรือ -0.5dB ส่วนเฟสที่ใช้ในการลบหรือบวกจะมีขนาดมุมเท่ากับ  $+\pi/36$  หรือ  $-\pi/36$  หรือเท่ากับ  $\pm 5$  องศา
- 4). ช่องสัญญาณที่ทำการจำลองในระบบการสื่อสาร เป็นการรูปแบบของช่องสัญญาณของ WCDMA โดยมีพารามิเตอร์ของรีเลย์วิถีและพลังงานในแต่ละวิถี ตามตารางที่ 3.2
- 5). ในส่วนของสัญญาณที่รับได้จะผ่านบล็อกการเปรียบเทียบช่องสัญญาณเพื่อที่จะทำการตรวจสอบบิตข้อมูลนำร่องเพื่อให้ทราบถึงผลกระทบของสัญญาณข้อมูลที่ผ่านช่องสัญญาณที่มีการจางหาย โดยจะทำการเปรียบเทียบบิตข้อมูลนำร่องกับบิตข้อมูลที่ใช้ในการอ้างอิงว่าผลกระทบจากการส่งบิตข้อมูลนำร่องมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่าบิตข้อมูลอ้างอิง แล้วทำการส่งค่าดัชนีการปรับแต่งสัญญาณล่วงหน้าไปยังบล็อกของการจับกลุ่มสัญลักษณ์แบบปรับตัวได้ เพื่อที่จะใช้ในการเพิ่มหรือลดสัญญาณข้อมูลก่อนที่จะทำการส่งบิตข้อมูลในส่วนต่อไป
- 6). ในการทำงานในส่วนดีมอดูเลต เป็นการแปลงบิตข้อมูลจากเลขเชิงซ้อนให้กลับมาเป็นเลขฐานสองเพื่อให้รูปแบบของบิตข้อมูลอยู่ในระบบดิจิทัลและจะได้นำข้อมูลที่ได้ออกไปใช้งานได้

การรูปแบบการทำงานที่กล่าวมาข้างต้นนี้สรุปได้ว่าเครื่องรับจะทำหน้าที่ในการเปรียบเทียบบิตข้อมูลเพื่อเป็นการตรวจสอบลักษณะของของสัญญาณในขณะนั้นแล้วทำการส่งข้อมูลกลับไปให้เครื่องส่ง เพื่อให้เครื่องส่งทราบว่าลักษณะการจางหายของช่องสัญญาณที่ส่งบิตข้อมูลในขณะนั้นเป็นอย่างไร แล้วทำการเพิ่มหรือลดแอมพลิจูดและเฟส เพื่อที่จะทำให้มีการผิดพลาดของบิตข้อมูลที่ทำการส่งผ่านช่องสัญญาณที่มีการจางหายนั้นมีการผิดพลาดน้อยที่สุด โดย

รูปแบบการจำลองของระบบการสื่อสารที่นำเสนอ นั้นเป็นการกำหนดรูปแบบของช่องสัญญาณเป็นช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบช้าและใช้รูปแบบการมอดูเลตแบบ BPSK กับในการจำลองระบบการสื่อสารที่ทำการเสนอ

### 3.2 เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

3.2.1 เครื่อง Desktop Computer หรือ Laptop สำหรับ ทำการจำลองระบบ จำนวน 1 เครื่อง

3.2.2 โปรแกรมที่ใช้สำหรับจำลองระบบ จำนวน 1 โปรแกรม

### 3.3 แผนการดำเนินงาน

ตารางที่ 3.3 แผนการดำเนินงาน

งาน	เดือน									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ศึกษาหลักการของวิธีการจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชย	■	■								
ศึกษาหลักการทำงานของโปรแกรมที่ใช้จำลองระบบ		■	■							
ศึกษาความน่าจะเป็นของการจางหายของสัญญาณ			■	■						
ออกแบบและพัฒนาระบบที่ทำการนำเสนอ				■	■	■				
สร้างแบบจำลองระบบที่ทำการนำเสนอ					■	■	■			
เปรียบเทียบ วิเคราะห์ผลที่ได้และสรุป						■	■	■		
รวบรวมข้อมูลที่ได้ทั้งหมดจัดทำวิทยานิพนธ์								■	■	■

### 3.4 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงาน

#### 3.4.1 ศึกษาหลักการของวิธีการปรับแต่งสัญญาณ รวมทั้งงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทำการศึกษาทฤษฎีและรวบรวมรูปแบบการจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชยเพื่อหาวิธีการทำการปรับระดับของการปรับแต่งสัญญาณให้เป็นที่ไปตามรูปแบบที่ทำการนำเสนอ

#### 3.4.2 ศึกษาอุปกรณ์และโปรแกรมที่ใช้ทำการจำลองระบบ

ทำการศึกษาค้นหาและรวบรวม โปรแกรมที่จะทำการจำลองระบบเพื่อที่จะสามารถประยุกต์ใช้ในการจำลองระบบการจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชยที่นำเสนอได้อย่างถูกต้อง

#### 3.4.3 ศึกษาความน่าจะเป็นของการจางหายของสัญญาณ

ศึกษาทฤษฎีและหลักการของการจางหายของช่องสัญญาณ แบบต่างที่มีอยู่ในปัจจุบัน เพื่อที่จะนำรูปแบบการจางหายของช่องสัญญาณมาประยุกต์ใช้ให้แสดงถึงสภาวะแวดล้อมที่ใช้ในการจำลองระบบการปรับระดับของการจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชย

#### 3.4.4 ออกแบบและพัฒนาระบบที่ทำการนำเสนอ

ออกแบบระบบการปรับระดับของการจัดกลุ่มสัญลักษณ์แบบชดเชย โดยใช้โปรแกรมที่ทำการศึกษาจากข้างต้น พร้อมทั้งรวบรวมข้อมูลในการออกแบบ เพื่อที่จะทำการทดสอบระบบที่นำเสนอในการวัดประสิทธิภาพของระบบ

#### 3.4.5 สร้างจำลองระบบที่นำเสนอ

หลังจากทำการออกแบบระบบและรวบรวมข้อมูลที่จะใช้ในการออกแบบ นำข้อมูลเหล่านั้นมาทำการจำลองระบบเพื่อแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของระบบที่ทำการนำเสนอ

#### 3.4.6 เปรียบเทียบ วิเคราะห์ผลที่ได้ และสรุป

เมื่อทำการจำลองระบบที่ทำการนำเสนอเสร็จแล้ว และทำการวิเคราะห์เปรียบเทียบถึงประสิทธิภาพของระบบที่ทำการนำเสนอ เพื่อที่จะสรุปผลการจำลองระบบว่าประสิทธิภาพของระบบนั้นเป็นอย่างไร

#### 3.4.7 รวบรวมข้อมูลที่ได้ทั้งหมดจัดทำวิทยานิพนธ์

ทำการรวบรวมข้อมูลของระบบที่ทำการนำเสนอ ที่ได้ทำมาตั้งแต่ต้นเพื่อจัดทำเป็นวิทยานิพนธ์

### 3.5 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบ

เพื่อที่จะทำให้ระบบที่ทำการจำลองที่ทำการนำเสนอใกล้เคียงกับระบบสื่อสารเคลื่อนที่ที่ใช้งานจริงมากที่สุดจึงจำเป็นต้องใช้ข้อมูลหลายส่วนนำมาประกอบการพัฒนาระบบในการออกแบบดังนี้

### 3.5.1 พารามิเตอร์ของช่องสัญญาณพหุวิถี

ในระบบการสื่อสารเคลื่อนที่ พารามิเตอร์นี้เป็นส่วนประกอบที่มีความสำคัญ ซึ่งถ้าระบบการสื่อสารเคลื่อนที่มีพารามิเตอร์ของ Delay และ Gain ที่แตกต่างกัน จะส่งผลกระทบต่อความผิดพลาดของข้อมูลที่รับได้ในเครื่องรับ ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยนำค่าพหุวิถีพารามิเตอร์ที่มีค่าดังตารางที่ 3.1 มาเป็นพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณพหุวิถีในการปรับแต่งระบบที่ทำการนำเสนอ

### 3.5.2 Doppler Shift Frequency ( $f_{max}$ )

ค่าความถี่ดอปเปลอร์สามารถที่จะคำนวณได้จากสมการ  $f_{max} = \frac{v}{c_0} f_0$  โดยที่  $f_{max}$  คือค่าความถี่ดอปเปลอร์สูงสุด ซึ่งจะขึ้นอยู่กับความเร็วของผู้ใช้งาน ( $v$ )  $f_0$  คือความถี่คลื่นสัญญาณพาห้  $c_0$  คือความเร็วแสงมีค่าเท่ากับ  $3 \times 10^8$  เมตรต่อวินาที เมื่อ  $f_{max}$  มีค่ามากขึ้นจะทำให้ช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงของเฟสในอัตราสูงขึ้น ซึ่งในงานวิจัยนี้มีการกำหนดค่า  $f_{max}$  เท่ากับ 5 Hz, 50 Hz, 100 Hz, 150 Hz และ 200Hz ตามลำดับ

### 3.5.3 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการปรับขนาดเซชขนาดและเฟสของสัญลักษณ์

พารามิเตอร์ที่ใช้ในการปรับขนาดเซชขนาดและเฟสของสัญลักษณ์ที่ต้องการส่งโดยเครื่องส่ง แสดงตามตารางที่ 3.2 โดยที่เครื่องรับจะส่งข้อมูลกลับมาครั้งละ 2 บิต ด้วยอัตราความถี่ 1600Hz ซึ่งข้อมูลทั้ง 2 บิต จะใช้ในการบ่งบอกการเปลี่ยนแปลงของขนาดและเฟสของสัญลักษณ์ที่เครื่องรับ รับผิดชอบได้ตามลำดับ

นอกจากนี้ในการออกแบบระบบการสื่อสารไร้สายยังต้องการพารามิเตอร์อื่นๆ ที่ใช้ในการออกแบบระบบ ซึ่งได้แสดงไว้ในตารางที่ 3.4

ตารางที่ 3.4 พารามิเตอร์อื่นที่ใช้ในการกำหนดในระบบ

Training Overhead	6.25%
Transmission Rate	2.45Mb/s
Feedback Rate	1600 Hz
Maximum Doppler Shift	5 Hz, 50 Hz, 100 Hz, 150 Hz and 200 Hz
Equalizer Type	RLS
Equalizer Tap	12
Constellation Format	BPSK

### 3.6 ลักษณะกลุ่มของเฟรมข้อมูลและวิธีช่วยในการลดความผิดพลาดของกลุ่มของสัญลักษณ์

#### 3.6.1 ลักษณะของเฟรมข้อมูลที่ทำกรส่งในระบบการสื่อสารที่นำเสนอ

Pilot bits	Data bits
100 bits	1600 bits

รูปที่ 3.12 เฟรมข้อมูลที่ทำกรส่งในระบบการสื่อสารที่นำเสนอ

จากระบบการสื่อสารไร้สายเคลื่อนที่ที่ทำกรนำเสนอนั้น ได้มีการกำหนดรูปแบบของเฟรมข้อมูลที่จะใช้ทำกรส่งระหว่างเครื่องส่งไปยังเครื่องรับ โดยเป็นการใช้เฟรมข้อมูลที่มีความยาวของบิตข้อมูลทั้งหมด 1700 บิต โดยจะแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนของบิตนำร่องและส่วนของบิตข้อมูล

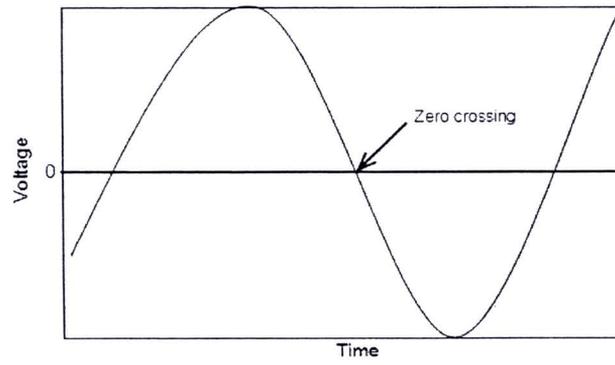
ในส่วนของบิตนำร่องจะเป็นการส่งบิตนำร่องด้วยความยาวทั้งหมด 100 บิตในแต่ละเฟรม โดยแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ บิตนำร่องที่เป็นส่วนของ Equalizer และ เป็นนำร่องที่เป็นส่วนในการทดสอบคุณลักษณะของช่องสัญญาณ ณ เวลานั้น โดยเป็นการตั้งค่าในบิตแรก ให้เป็นส่วนที่ใช้ทำกรวิเคราะห์คุณลักษณะของช่องสัญญาณ เพื่อมาใช้ในภาคการเปรียบเทียบของเครื่องรับ และทำกรปรับเฟสและแอมพลิจูดในส่วนของภาคชดเชยกลุ่มของสัญลักษณ์ในเครื่องส่ง

ส่วนท้ายจะเป็นส่วนของบิตข้อมูลที่ใช้ทำกรส่งด้วยความยาวทั้งหมด 1600 บิตในแต่ละเฟรม โดยในการทดสอบจะเป็นการสมมุติให้เป็นบิตข้อมูลที่ใช้ทำกรส่งจากเครื่องส่งไปยังเครื่องรับ เพื่อเป็นการทดสอบสมรรถนะของระบบการสื่อสารไร้สายที่ทำกรนำเสนอ

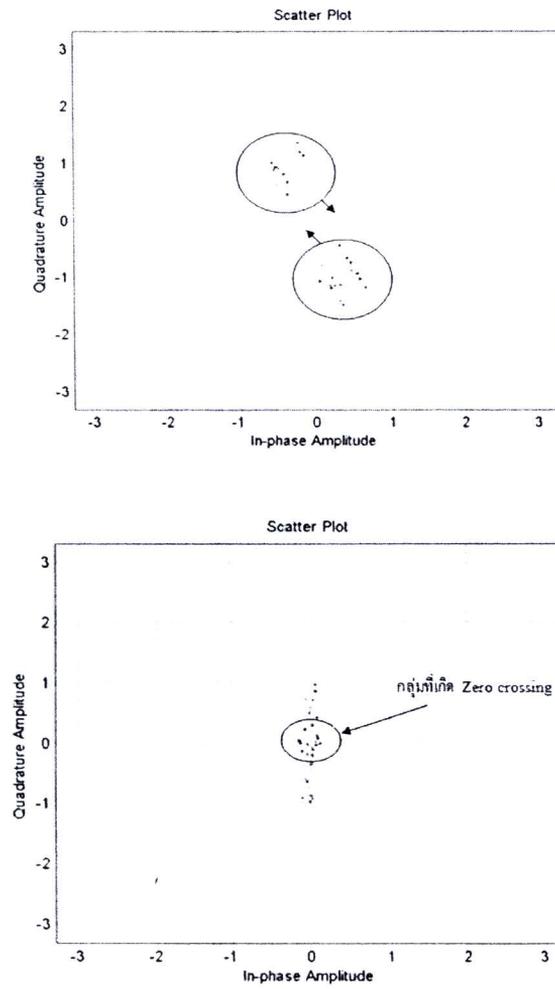
#### 3.6.2 Zero Crossing

หนึ่งในปัญหาที่พบบ่อยในระบบการสื่อสารไร้สายคือ ปัญหาการผ่านจุดตัดศูนย์ (Zero Crossing) เมื่อพิจารณาถึง Zero Crossing จะทราบว่าเป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์ทางอิเล็กทรอนิกส์ และ Image Processing ในส่วนที่พิจารณาว่าแสดงถึงการเกิด Zero Crossing ในทางคณิตศาสตร์ คือ ฟังก์ชันของการเปลี่ยน (เช่นการเปลี่ยนการบวกไปลบ) แทนการที่จะแสดงถึงการข้ามแกน (ณ ค่าที่เป็นศูนย์) ในฟังก์ชันของกราฟ

ในระบบการสื่อสารไร้สายเมื่อเกิดการส่งสัญญาณของกลุ่มสัญลักษณ์ที่ผ่านจุดตัดศูนย์ (Zero Crossing) จะทำให้พลังงานที่ทำกรส่งในเวลาขณะนั้นมีค่าเป็นศูนย์ จึงเป็นการยากที่เครื่องรับจะสามารถที่จะรับและแปลงสัญญาณของกลุ่มสัญลักษณ์ให้มีความถูกต้อง



รูปที่ 3.13 Zero Crossing in Waveform Representing Voltage vs. Time



รูปที่ 3.14 ลักษณะของ Zero Crossing ในระบบการสื่อสารไร้สาย

### 3.6.3 การแก้ปัญหาการเกิด Zero Crossing ในวิทยานิพนธ์นี้

จากที่กล่าวมาข้างต้น หนึ่งในปัญหาที่มีความสำคัญในระบบการสื่อสารแบบไร้สายคือ การเกิดปรากฏการณ์ Zero Crossing ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ได้้นำการประยุกต์ใช้งาน FIR Filter โดยทำการติดตั้ง FIR Filter ในเครื่องส่งในภาคการปรับแต่งสัญญาณ เพื่อเป็นการชะลอ Constellation เมื่อมีการเปลี่ยนเฟสและแอมพลิจูดที่จะเข้าใกล้จุดผ่านศูนย์ ซึ่งเมื่อการเคลื่อนที่ของ Constellation ลดการผ่านจุดผ่านศูนย์ จึงทำให้เครื่องรับสามารถที่จะทำการรับข้อมูลและเปลี่ยนถ่ายข้อมูลได้อย่างถูกต้องมากขึ้น จึงเป็นการช่วยลดความผิดพลาดของบิตข้อมูลในระบบที่นำเสนอได้เป็นอย่างดี ในการอธิบายรูปแบบและการทำงานของ FIR filter จะกล่าวส่วนถัดไป

ในการแก้ปัญหาการแทรกซ้อนระหว่างสัญลักษณ์ (ISI : Intersymbol Interference) เป็นหนึ่งในวิธีการที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหานี้ในระบบการสื่อสารไร้สายคือ การทำการกรองแบบไรส์โคซายน์ วิธีการนี้เป็นวิธีการที่สามารถช่วยลดการเกิดปัญหาการแทรกซ้อนระหว่างสัญลักษณ์ในระบบการสื่อสารได้เป็นอย่างดี วิธีการกรองไรส์โคซายน์สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ลักษณะคือการกรองไรส์โคซายน์และ การกรองรากที่สองของไรส์โคซายน์

### 3.6.4 การกรองไรส์โคซายน์ (Raised-Cosine Filter)

สัญญาณไรส์โคซายน์ ในโดเมนเวลาสามารถเขียนได้โดย

$$h(t) = \sin c(t/T_s) \left[ \frac{\cos(\pi\alpha t/T_s)}{1-(2\alpha t/T_s)^2} \right] \quad (3.3)$$

สัญญาณไรส์โคซายน์เป็นการปรับปรุงสัญญาณซิงค์ โดยเทอมหลังจะเป็นเทอมของโคซายน์ที่ปรับปรุงให้สัญญาณนี้มีคุณสมบัติที่ดีกว่าสัญญาณซิงค์ ค่า  $\alpha$  นี้เรียกว่าแฟคเตอร์ลาดเอียง (Roll-off factor) สัญญาณซิงค์จะมีแบนด์วิดท์  $W$  ซึ่ง

$$W = \frac{1}{2T_s} \quad (3.4)$$

ในขณะที่สัญญาณไรส์โคซายน์สามารถที่จะมีแบนด์วิดท์ในช่วง  $W \rightarrow 2W$  และหาก  $W_0$  เป็นแบนด์วิดท์ที่ต้องการแล้วจะได้ว่า

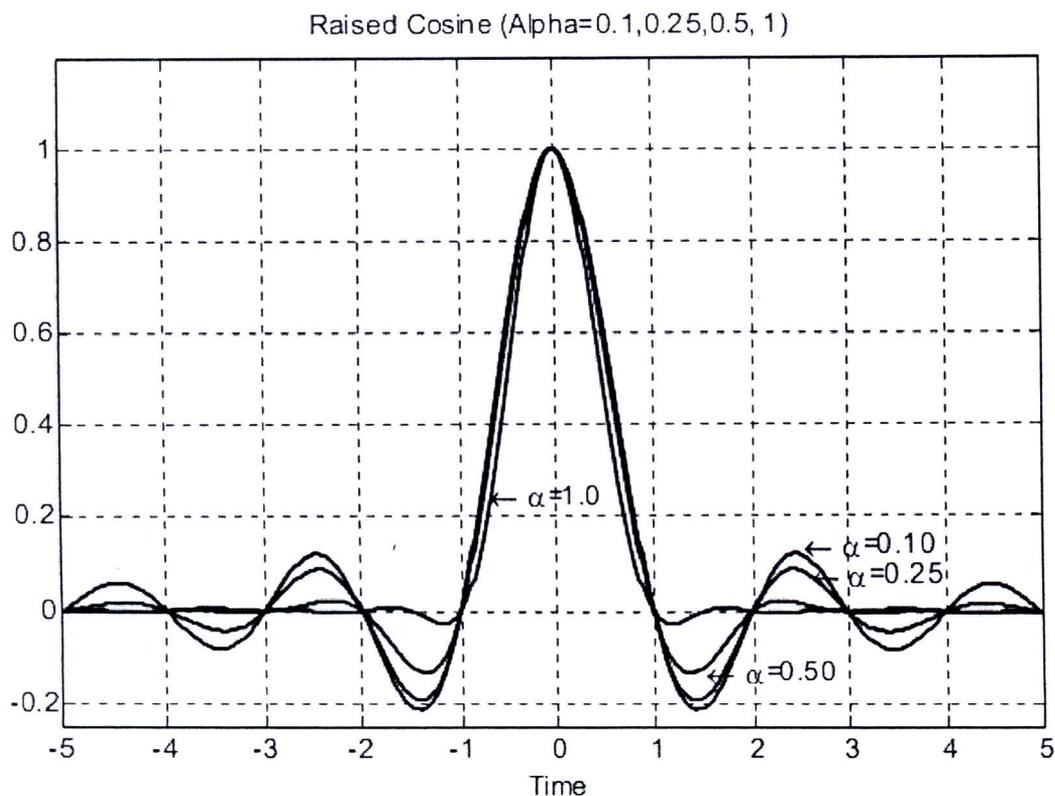
$$W_0 = (1 + \alpha)W \quad (3.5)$$

ปกติแล้วเราต้องการแบนด์วิดท์ต่ำ ๆ จึงให้  $\alpha$  มีค่าต่ำ เช่น การสื่อสารไร้สายจะเลือก  $\alpha$  ประมาณ 0.2 ถึง 0.4 ในโดเมนความถี่สัญญาณไรส์โคซายน์จะเขียนได้เป็น

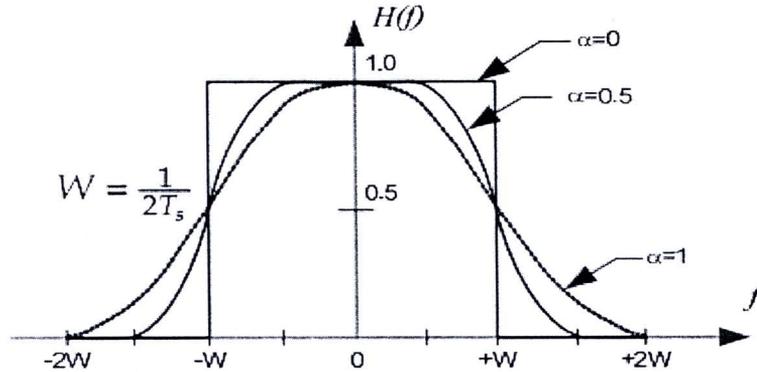
$$H(f) = \begin{cases} T_s & ; 0 \leq |f| \leq \frac{(1-\alpha)}{2T_s} \\ T_s \cos^2 \left[ \frac{\pi T_s}{2\alpha} \left\{ |f| - \frac{(1-\alpha)}{2T_s} \right\} \right] & ; \frac{(1-\alpha)}{2T_s} \leq |f| \leq \frac{(1+\alpha)}{2T_s} \\ 0 & ; |f| > \frac{(1+\alpha)}{2T_s} \end{cases} \quad (3.6)$$

และเมื่อ  $\alpha = 1$  ก็จะเรียกว่าโคซายน์ลาดเอียงอย่างสมบูรณ์ (full-cosine roll-off) และกรณีนี้การตอบสนองความถี่จะเขียนได้เป็น

$$H(f) = \begin{cases} \frac{T_s}{2} (1 + \cos(\pi f T_s)) & ; |f| \leq \frac{1}{T_s} \\ 0 & ; elsewhere \end{cases} \quad (3.7)$$



รูปที่ 13.15 สัญญาณไรส์โคซายน์ในโดเมนเวลา ที่ค่า  $\alpha$  ต่างๆ กัน

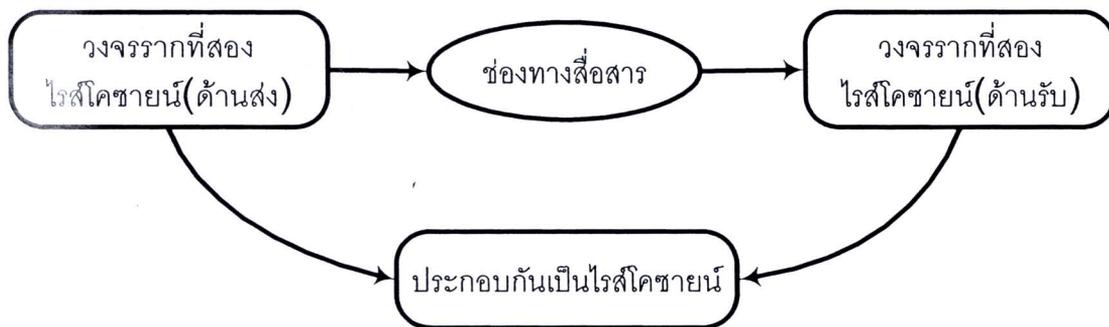


รูปที่ 3.16 ไรส์โคซายน์ในโดเมนความถี่ที่ค่าแฟคเตอร์ลาดเอียง ( $\alpha$ ) ต่างๆ กัน ( $T_s = 1$ )

3.6.5 การกรองรากที่สองของไรส์โคซายน์ (Root Raised-Cosine Filter)

การเอาไรส์โคซายน์ไปใช้ในทางปฏิบัติจะแยกเป็น 2 ส่วน (จะให้ผลดีกว่าใช้ไรส์โคซายน์ด้านเดียว) โดยอนุกรมกันแต่จะมีช่องทางสื่อสารคั่นกลาง ในแต่ละส่วนจะเรียกว่า รากที่สองของไรส์โคซายน์ ซึ่งบางทีก็เรียกว่าการกรองเบสแบนด์ (Baseband filter) โดยการตอบสนองความถี่

$$H_{rrc}(f) = \begin{cases} 1 & ; 0 \leq |f| \leq \frac{(1-\alpha)}{2T_s} \\ T_s \cos^2 \left[ \frac{\pi T_s}{2\alpha} \left\{ |f| - \frac{(1-\alpha)}{2T_s} \right\} \right] & ; \frac{(1-\alpha)}{2T_s} \leq |f| \leq \frac{(1+\alpha)}{2T_s} \\ 0 & ; |f| > \frac{(1+\alpha)}{2T_s} \end{cases} \quad (3.8)$$



รูปที่ 3.17 การใช้การไรส์โคซายน์โดยแบ่งรากที่สองของไรส์โคซายน์ 2 ส่วน

### 3.6.6 ตัวกรองดิจิทัลแบบ FIR

ในระบบการสื่อสารไร้สายที่ทำการนำเสนอเมื่อทำการป้อนกลับสัญญาณข้อมูลจากภาคเปรียบเทียบเฟสและแอมพลิจูดไปยังภาคการปรับชดเชยกลุ่มสัญญาณ จะประสบปัญหาการเกิดการผ่านจุดตัดศูนย์ ในการแก้ปัญหาการเกิดการผ่านจุดตัดศูนย์ของในวิทยานิพนธ์นี้ใช้วิธีการแก้ปัญหาโดยทำการติดตั้งตัวกรองดิจิทัล เพื่อมาทำการลดผลกระทบของปัญหาดังกล่าว

ตัวกรองดิจิทัลแบ่งออกได้เป็น 2 ชนิด คือ

- 1). ตัวกรองดิจิทัลแบบเอฟไออาร์ (FIR: Finite Impulse Response Filter)
- 2). ตัวกรองดิจิทัลแบบไอไออาร์ (IIR: Infinite Impulse Response Filter)

ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้กล่าวถึงเฉพาะตัวกรองดิจิทัลแบบ FIR ซึ่งตัวกรองดิจิทัลแบบ FIR มีฟังก์ชันการถ่ายโอน (Transfer Function) มีสมการคุณสมบัติดังสมการที่ 3.9

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k) \quad (3.9)$$

เขียนให้อยู่ในแซตโดเมน ได้ดังสมการที่ 3.10

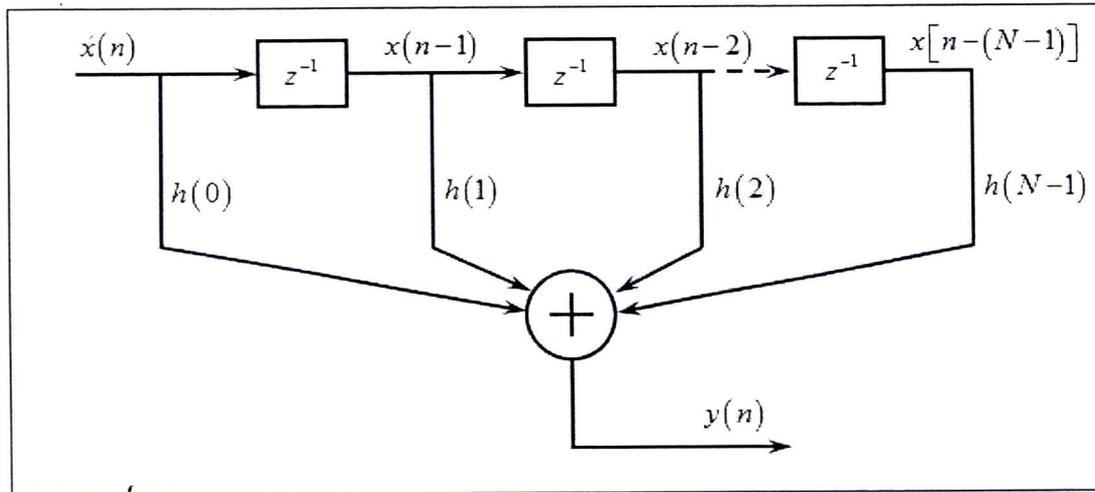
$$y(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(z)z^{-k} \quad (3.10)$$

หรือเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนจะได้

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)z^{-k}$$

$$Y(z) = h(0)x(z) + h(1)x(z)z^{-1} + h(2)x(z)z^{-2} + \dots + h(k)x(z)z^{-k} \quad (3.11)$$

จากสมการที่ 3.11 สามารถนำไปเขียนเป็นโครงสร้างได้ดังรูปที่ 3.18



รูปที่ 3.18 โครงสร้างของตัวกรองเชิงเลข FIR

ตัวกรองเชิงเลข FIR จัดเป็นตัวกรองนอนรีเคอร์ซีฟ (Non Recursive) เนื่องจากไม่มีการป้อนกลับจากทางด้าน Output และนอกจากนี้ตัวกรองเชิงเลข FIR จะมีคุณสมบัติอื่นอีกคือ

- 1). สามารถสร้างได้ง่ายเมื่อเทียบกับตัวกรองแบบ IIR
- 2). มีคุณสมบัติการตอบสนองทางเฟสเป็นแบบเชิงเส้น (Linear phase)
- 3). สัมประสิทธิ์ที่เกิดจากการคำนวณจะมีค่าไม่เกินหนึ่งทำให้สามารถสร้างและทำงานได้บน ตัวประมวลผลแบบจุดทศนิยมคงที่ (Fix-point)
- 4). ตัวกรองเชิงเลข FIR จะเสถียรภาพ (Stable) แน่นอน เนื่องจากว่ามีโพลอยู่ที่จุดกำเนิด (Origin) บนระนาบแซต

พิจารณาสมการ

$$y(n) = x(n-k) \quad (3.12)$$

เมื่อทำการแปลงฟูเรียร์ในสมการที่ 3.12 จะได้

$$Y(j\omega) = e^{-j\omega kT} X(j\omega) \quad (3.13)$$

ย้ายข้างจะได้

$$\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = H(j\omega) = e^{-j\omega kT} \quad (3.14)$$

จากสมการจะมีค่าขนาด (Magnitude) เท่ากับ 1 และมีเฟสดังสมการที่ 3.15

$$\theta(\omega) = -\omega kT \quad (3.15)$$

จากสมการที่ 3.15 ซึ่งเป็นสมการของเฟสสามารถนำไปหาค่าหน่วงกลุ่ม (Group Delay) ได้โดยทำการหาอนุพันธ์สมการที่ 3.15 เทียบกับ  $\omega$  จะได้สมการของค่าหน่วงกลุ่มดังสมการที่ 3.16

$$d\theta = \frac{d(-\omega kT)}{d\omega} \quad (3.16)$$

$$\Theta = -kT \quad (3.17)$$

สมการที่ 3.17 จะเห็นได้ว่าตัวกรองเชิงเลข FIR มีผลตอบสนองทางเฟสเป็นแบบเชิงเส้น ดังนั้นตัวกรองเชิงเลข FIR จึงถูกนำไปใช้งานอย่างกว้างขวาง ดังตัวอย่าง เช่น การประมวลผลสัญญาณเสียง การประมวลผลสัญญาณภาพ และการประมวลผลสัญญาณทางการแพทย์ และระบบการสื่อสารไร้สาย เป็นต้น และถ้ากำหนดสมการผลตอบสนองทางเฟสใหม่โดยกำหนดให้

$$kT = \alpha \quad (3.18)$$

จะได้

$$\theta(\omega) = -\alpha\omega \quad (3.19)$$

หรือถ้าค่าของผลตอบสนองทางเฟสเท่ากับ

$$\theta(\omega) = \beta - \alpha\omega \quad (3.20)$$

$\beta$  เป็นค่าคงที่

ถ้าตัวกรองมีทั้งผลการตอบสนองทางเฟสและค่าหน่วยกลุ่มเป็นแบบเชิงเส้นตามสมการที่ 3.19 จะให้ค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ของตัวกรองเป็นแบบสมมาตรบวก (Positive Symmetry) ดังสมการที่ 3.21 และ 3.22 ซึ่งผลการตอบสนองทางเฟสจะเป็นฟังก์ชันของความยาวตัวกรอง (Filter Length)

$$h(n) = h(N - n - 1) \quad \text{ที่ } n = 0, 1, \dots, (N-1)/2 \text{ และ } n \text{ เป็นคี่} \quad (3.21)$$

$$\alpha = \frac{(N-1)}{2} \quad \text{ที่ } n = 0, 1, \dots, \left(\frac{N}{2} - 1\right) \text{ และ } n \text{ เป็นคู่} \quad (3.22)$$

และถ้าฟิลเตอร์มีผลการตอบสนองทางเฟสดังสมการที่ 3.20 จะได้ผลตอบสนองอิมพัลส์ของตัวกรองเป็นแบบสมมาตรลบ (Negative Symmetry) ดังสมการที่ 3.23 และ 3.24

$$h(n) = -h(N - n - 1) \quad (3.23)$$

$$\alpha = \frac{(N-1)}{2} \quad (3.24)$$

โดยที่  $N$  ในสมการที่ 3.21 – 3.24 เป็นจำนวนลำดับของตัวกรองและดังนั้นถ้า

$$0 \leq n \leq N - 1$$