บทที่ 2
ทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในงานวิจัย

2.1 ช่องสัญญาณและการจางหาย (Channel and Fading)[1 2 3]

2.1.1 ช่องสัญญาณ (Channel)

ช่องสัญญาณ หมายถึง ตัวกลางที่ให้สัญญาณผ่าน จากสายอากาศเครื่องส่งไปยังสายอากาศเครื่องรับ ซึ่งมีความเป็นไปได้หลากหลายรูปแบบ ทั้งที่เป็นอากาศ เป็นสายทองแดง หรือใยแก้วนำแสง โดยที่ช่องสัญญาณนั้นจะทำหน้าที่ในการแปลงสัญญาณของข้อมูลอินพุตชุดหนึ่ง ให้เป็นสัญญาณของข้อมูลเอาต์พุตชุดหนึ่ง และในระบบการสื่อสารเคลื่อนที่ คลื่นสัญญาณที่ถูกส่งออกมาทางเครื่องส่งนั้น จะไม่ได้เดินทางมาถึงยังทางเครื่องรับปลายทางเป็นแนวเส้นตรง เพราะจะต้องพบกับอุปสรรคและสิ่งกีดขวางในสภาพแวดล้อมที่สัญญาณจะต้องแพร่กระจายเคลื่อนที่ผ่าน โดยที่คลื่นสัญญาณที่มาถึงทางเครื่องรับจะเกิดขึ้นจากการรวมกันของคลื่นหลายวิถีที่มาถึงจากหลายทิศทาง ซึ่งเกิดจากการผ่านอุปสรรคและสิ่งกีดขว้างต่างๆ เช่นสะท้อน (Reflection) การเลี้ยวเบน (Diffraction) และการกระจัดกระจาย (Scattering) และตัวอย่างของการผ่านสิ่งกีดขวางต่าง ๆ เช่น สิ่งก่อสร้าง ต้นไม้ยานพาหนะ โดยจะเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า การเกิดพหุวิถี (Multi-Path) และผลจากการเกิดพหุวิถีนี้ทำให้สัญญาณที่มาถึงทางเครื่องรับนั้น มีผลมาจากสัญญาณมากกว่าหนึ่งทาง ซึ่งในแต่ละทางนั้นจะมีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนที่แตกต่างกันไป ทั้งในเชิงแอมพลิจูด และเฟส สัญญาณที่ได้รับจะประกอบไปด้วยผลจากวิถีต่าง ๆ สัญญาณในแต่ละทางอาจเขียนให้อยู่ในรูปเวกเตอร์ของแอมพลิจูดและเฟสได้ ถ้าอุปกรณ์ปลายทางกำลังเคลื่อนที่หรือสภาพแวดล้อมรอบ ๆ มีการเปลี่ยนแปลงผลกระทบจากช่องสัญญาณอาจเปลี่ยนแปลงอย่างสุ่มไปตามเวลา ดังนั้น ณ ขณะหนึ่ง สัญญาณที่รับได้อาจจะมีการรวมกันแบบหักล้าง และในอีกขณะหนึ่ง อาจจะรวมกันแบบเสริม ซึ่งรูปแบบของการกระจายตัวที่ใช้กันทั่วไป ในการบอกลักษณะของการสุ่มแอมพลิจูด ที่เป็นผลมาจากช่องสัญญาณพหุวิถี จะมีอยู่ด้วยกัน 2 รูปแบบ ได้แก่ การกระจายตัวแบบเรย์ลีห์ (Rayleigh) และการกระจายตัวแบบไรเชี่ยน (Rician)

---

[1] Marvin K. Simon and Mohamed-Slim Alouini. (2000). **Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis**. John Wiley & Sons, Inc.

[2] Matthias Pätzold. (2002). **Mobile Fading Channel**. John Wiley & Sons, Ltd.

[3] Simon Haykin, Michael Moher. (2005). **Modern Wireless Communication**. Pearson Education, Inc.

ถ้าในสัญญาณที่ได้รับไม่มีองค์ประกอบตามเส้นแนวสายตา (Line-of-Sight : LOS) ซึ่งก็คือเมื่อวิถีตรงถูกบดบัง เช่น การแพร่กระจายสัญญาณระยะไกล ในสภาพแวดล้อมกลางแจ้ง (Outdoor) สัญญาณที่ได้รับจะประกอบไปด้วย องค์ประกอบที่กระจัดกระจาย (Scattered) อันเนื่องมาจากการสะท้อนที่ไม่มีวิถีหลัก ซึ่งสามารถแยกออกเป็นองค์ประกอบร่วมเฟส (In-Phase) และองค์ประกอบตั้งฉาก (Quadrature) ซึ่งวิถีแต่ละวิถีมีผลต่อทั้งสองส่วนนี้ด้วย จากทฤษฎีขีดจำกัดกลาง (Central Limit Theorem) เมื่อวิถีมีจำนวนมาก จะทำให้สามารถอนุมานได้ว่าองค์ประกอบร่วมเฟส และองค์ประกอบตั้งฉากเป็นตัวแปรสุ่มแบบเกาส์ ที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ ดังนั้นแอมพลิจูดทั้งหมดของสัญญาณที่ได้มาจากการบวกเวกเตอร์ขององค์ประกอบทั้งหมด จึงเป็นไปตามนิยามของการกระจายตัวแบบเรย์ลีห์ นอกจากนี้เฟสก็มีการกระจายตัวแบบเอกรูปในช่วง $[0,2\pi]$ การกระจายตัวแบบเรย์ลีห์ของแอมพลิจูดของสัญญาณ ρ มีนิยามดังนี้

$$f_\rho(\rho)=\frac{\rho}{\sigma^2}e^{-\left[\frac{\rho^2}{2\sigma^2}\right]} \tag{2.1}$$

โดยที่ σ^2 คือ แวเรียนซ์ขององค์ประกอบร่วมเฟส และองค์ประกอบตั้งฉาก ซึ่งปริมาณทางสถิติสองค่าที่เกี่ยวข้องในที่นี้คือ ค่าเฉลี่ยและโมเมนต์ที่สองของตัวแปรสุ่มแบบเรย์ลีห์ ซึ่งมีค่าเป็น

$$E\{\rho\}=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma \tag{2.2}$$

$$E\{\rho^2\}=2\sigma^2 \tag{2.3}$$

ถ้ามีองค์ประกอบ LOS แนวตรงดังในสภาวะแวดล้อมภายในอาคาร (Indoor) สัญญาณที่ได้รับจะมีองค์ประกอบตาม LOS หลัก และองค์ประกอบกระเจิงอันเนื่องมาจากการสะท้อน เมื่อกำหนดให้องค์ประกอบ LOS อยู่ในแนวร่วมเฟส โดยแอมพลิจูดของสัญญาณที่ได้รับ ρ จะมีการกระจายตัวแบบไรเชียนดังนี้

$$f_\rho(\rho)=\frac{\rho}{\sigma^2}e^{-\left[\frac{\rho^2+a_0^2}{2\sigma^2}\right]}\mathrm{I}_0\left[\frac{a_{0\rho}}{\sigma^2}\right] \tag{2.4}$$

โดยที่ σ^2 แทนกำลังขององค์ประกอบร่วมเฟส และองค์ประกอบตั้งฉากกระเจิง a_0 คือ แอมพลิจูดขององค์ประกอบ LOS และ $\mathrm{I}_0(\rho)$ เป็นฟังก์ชันเบสเซลดัดแปลงอันดับศูนย์ (Zero Order

ModifiedBessel Function) การกระจายตัวแบบไรเชียนนี้มักจะใช้ตัวประกอบ K ของไรเชียนเป็นตัวกำหนดลักษณะ ดังนี้

$$K = \frac{a_0^2}{2\sigma^2} \tag{2.5}$$

จากการวัดในสภาวะแวดล้อมภายในอาคารต่าง ๆ พบว่าโดยทั่วไปค่าของ K จะมีค่าเป็น 10 ปริมาณทางสถิติที่เกี่ยวข้องในที่นี้คือ ค่าเฉลี่ยของการกระจายตัวแบบไรเชียนซึ่งมีค่าเป็น

$$E\{\rho\} = e^{-K/2}\sqrt{\frac{\pi}{2(K+1)}}\,\bar{p}\left[(1+K)\mathrm{I}_0\left[\frac{K}{2}\right] + K\mathrm{I}_1\left[\frac{K}{2}\right]\right] \tag{2.6}$$

โดยที่ $\mathrm{I}_1(K)$ แทนฟังก์ชันเบสเซลดัดแปลงอันดับหนึ่ง (First Order Modified Bessel Function)

2.1.2 Doppler Frequency

ในระบบการสื่อสารไร้สายที่มีการเคลื่อนที่นั้น ปรากฏการณ์ที่จะเกิดขึ้นในระบบการสื่อสารไร้สาย คือ การเกิดพหุวิถี และการเกิดปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ ซึ่งก็จะส่งผลกระทบต่อการสื่อสารของระบบสื่อสารเคลื่อนที่ด้วย เนื่องจากผลที่ผู้ใช้งานมีการเคลื่อนที่จึงทำให้คลื่นสัญญาณที่มาถึงนั้นมีความถี่ที่เปลี่ยนไป โดยมุมของสัญญาณที่มาถึง (Angle Of Arrival α_n) ที่ถูกนิยามให้เป็นมุมระหว่างคลื่นสัญญาณที่มาถึงวิถีที่ n และทิศทางเคลื่อนที่ของผู้ใช้งาน ดังแสดงในรูปที่ 2.1 และค่าความถี่ดอปเปลอร์ของคลื่นสัญญาณวิถีที่ n จะมีค่าดังนี้

$$f_n = f_{\max}\cos\alpha_n \tag{2.7}$$

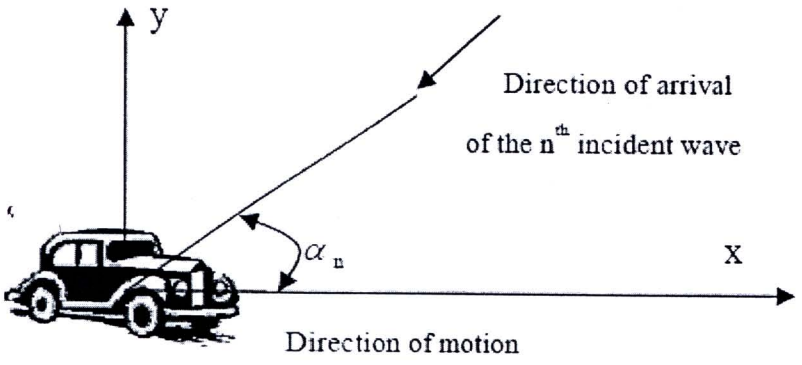
โดยที่ $f_{\max}$ คือ ค่าความถี่ดอปเปลอร์สูงสุด ซึ่งจะขึ้นอยู่กับความเร็วของผู้ใช้งาน (v) และค่าความถี่กลางที่ใช้ในการส่งข้อมูลดังสมการที่ (2.7)

$$f_{\max} = \frac{v}{c_0} f_0 \tag{2.8}$$

เมื่อ f_0 คือ ความถี่คลื่นสัญญาณพาห์

c_0 คือ ความเร็วแสงมีค่าเท่ากับ 3×10^8 เมตรต่อวินาที

เนื่องจากผลของปรากฏการณ์ ดอปเปลอร์นั้นเอง จะทำให้สเปกตรัมความถี่ของสัญญาณที่ถูกส่งนั้นกระจายออกไประหว่างการส่งข้อมูล เมื่อพิจารณาเชิงเวลาผลของปรากฏการณ์ ดอปเปลอร์นี้จะทำให้ผลตอบสนองอิมพัลส์ (Impulse Response) ของช่องสัญญาณที่มีการเปลี่ยนแปลงทางเวลา



รูปที่ 2.1 มุมของคลื่นสัญญาณที่มาถึงของปรากฏการณ์ดอปเปลอร์

2.1.3 การจางหาย (Fading)

ในระบบการสื่อสารแบบเคลื่อนที่ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ คุณลักษณะของช่องสัญญาณไม่อยู่ในสภาพคงที่ (Stationary) และสามารถคาดเดาได้เหมือนช่องสัญญาณในระบบสื่อสารที่เชื่อมต่อด้วยสาย (Wired Channel) กล่าวคือ ในระบบการสื่อสารแบบไร้สายจะเป็นรูปแบบของช่องสัญญาณที่มีลักษณะเป็นเชิงสุ่ม (Random) และเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ทั้งนี้เนื่องจากการส่งสัญญาณผ่านช่องสัญญาณไร้สายระหว่างเครื่องรับกับเครื่องส่งเกิดขึ้นสูงจากพื้นดินไม่มากนัก ดังนั้นสัญญาณที่ส่งอาจเกิดการสะท้อนกับสิ่งกีดขวาง ที่อยู่ในบริเวณนั้น เช่น อาคาร ต้นไม้ หรือ พื้นดิน ส่งผลให้สัญญาณที่ปลายทางได้รับ ประกอบไปด้วยสัญญาณที่สะท้อนจากหลากหลายวิถี ซึ่งมีขนาดและเฟสที่แตกต่างกัน นอกจากนี้ การเคลื่อนที่ของเครื่องส่งขณะที่มีการส่งสัญญาณ หรือการที่สภาพแวดล้อมที่อยู่ระหว่างเครื่องรับส่งและเครื่องรับที่มีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา อย่างเช่น การเคลื่อนที่ของรถยนต์ที่อยู่บริเวณรอบๆ เครื่องส่ง ก็มีผลต่อสัญญาณที่ปลายทางจะได้รับด้วยเช่นกัน ปัจจัยต่างๆที่กล่าวมาข้างต้น ส่งผลให้สัญญาณที่ปลายทางได้รับนั้น มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นลงอย่างรวดเร็ว ทั้งในแง่ของขนาดแอมพลิจูดและเฟสของสัญญาณ ซึ่งเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า การจางหายของสัญญาณ (Small Scaled Fading) หรือ การจางหาย (Fading) ทั้งนี้ในกรณีที่ช่องสัญญาณไร้สายมีสัญญาณการสะท้อนจากทิศทางต่างๆจำนวนมาก

แต่ไม่มีสัญญาณที่มาทิศทางใดเลยที่มาจากวิถีตรง (Line Of Sight : LOS) ระหว่างเครื่องส่งกับเครื่องรับ จะเรียกการจางหายที่เกิดขึ้นนี้ว่าการจางหายเรย์ลีห์ (Rayleigh Fading) ทั้งนี้เนื่องจากสภาพของเอนเวโลป (Envelop) ของสัญญาณที่ได้รับมีการกระจายตัวทางสถิติเป็นแบบเรย์ลีห์ ซึ่งปัจจัยหลักที่ส่งผลต่อการเกิดการจางหาย และรูปแบบของการจางหายมีดังนี้

2.1.4 ปัจจัยหลักที่ส่งผลต่อการเกิดการจางหาย

ปัจจัยหลักที่ก่อให้เกิดการจางหายมีอยู่ 2 ประการ คือ

2.1.4.1 การแผ่การประวิงเวลา (Delay Spread)

เนื่องจากสัญญาณที่ถูกส่งมาจากต้นทางไปถึงปลายทาง จะพบกับอุปสรรคระหว่างการเดินทาง จะทำให้เกิดการสะท้อนและหักเห ทำให้สัญญาณที่ปลายทางได้รับประกอบด้วยสัญญาณสะท้อนจากหลายวิถี จึงทำให้สัญญาณที่ถูกส่งมาจากต้นทางถึงปลายทางมาถึงในเวลาที่แตกต่างกัน ดังนั้นสัญญาณรวมได้ที่ปลายทาง จึงเป็นสัญญาณที่มีการประวิงเวลาไป หรืออาจเรียกได้ว่าสัญญาณเกิดการแผ่ทางเวลา (Time Spread) ผลของการประวิงเวลานั้นทำให้การเดินทาง ไปยังปลายทางของสัญญาณ ใช้เวลานานกว่าปกติ ก่อให้เกิดการรบกวนกันของสัญญาณใน แต่ละสัญลักษณ์ หรือการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ ทั้งนี้การประวิงเวลาของสัญญาณ จะเกิดขึ้นมากหรือน้อย ก็ขึ้นอยู่กับลักษณะของช่องสัญญาณจากต้นทางถึงปลายทาง

2.1.4.2 การแผ่ดอปเปลอร์ (Doppler Spread)

เมื่อเครื่องรับมีการเคลื่อนที่ จะส่งผลให้สัญญาณที่เดินทางมาในแต่ละทิศทางเกิดการเลื่อนทางความถี่ เรียกว่า การเลื่อนความถี่ดอปเปลอร์ (Doppler Shift) ซึ่งความถี่ที่เลื่อนไปจะมีค่าเป็นบวกหรือลบมากน้อยเพียงใด ก็ขึ้นอยู่กับทิศทางและความเร็วในการเคลื่อนที่ของเครื่องรับด้วย และนอกจากนี้การเคลื่อนที่ของวัตถุที่อยู่บริเวณรอบๆเครื่องรับก็ยังส่งผลให้มีเกิดการเลื่อนความถี่ดอปเปลอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเหมือนกัน จึงกล่าวได้ว่าในการแผ่ดอปเปลอร์นี้ ทำให้ช่องสัญญาณมีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา (Time-Varying Channel) และอัตราการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นก็ส่งผลโดยตรงต่อความเร็วของการเกิดการจางหายด้วย

2.1.5 รูปแบบของการจางหาย

การจางหายที่เกิดขึ้นในการส่งสัญญาณผ่านช่องสัญญาณไร้สายนั้น มีอยู่หลายประเภท การที่จะพิจารณาว่าเป็นการจางหายแบบใดนั้น จะพิจารณาจากลักษณะของสัญญาณที่ส่งเปรียบเทียบกับคุณลักษณะของช่องสัญญาณ (Channel Characteristic) เป็นหลักตัวแปรของช่องสัญญาณที่ใช้พิจารณาได้แก่ แบนด์วิดท์ (Bandwidth), ช่วงเวลาของสัญลักษณ์ (symbol period) หรือ อัตราการส่งสัญญาณ (Transmission Rate) ส่วนปัจจัยที่จะส่งผลต่อลักษณะของการจางหายได้แก่ การแผ่การประวิงเวลา (Delay Spread) และการแผ่ดอปเปลอร์ (Doppler Spread) เมื่อพิจารณา

ถึงลักษณะของการจางหายจากการแผ่การประวิงเวลา จะได้การจางหาย 2 ประเภทคือ การจางหายแบบราบ (Flat Fading) และการจางหายแบบเลือกความถี่ (Frequency-Selective Fading) เมื่อพิจารณาถึงการแพร่ในขณะที่เป็นการแผ่คอปเปลอร์ จะส่งผลกระทบทำให้เกิดปรากฏการณ์การจางหายอีก 2 ประเภทคือ การจางหายแบบเร็ว (Fast Fading) และการจางหายแบบช้า (Slow Fading) ซึ่งในการพิจารณารูปแบบของการจางหายจากการแผ่การประวิงเวลา และการแผ่คอปเปลอร์ดังกล่าว ปรากฏการณ์ทั้ง 2 ประเภทนั้น เกิดขึ้นอย่างเป็นอิสระต่อกัน ดังแสดงในรูปที่ 2.2

2.1.5.1 การจางหายเมื่อพิจารณาจากการแผ่การประวิงเวลา

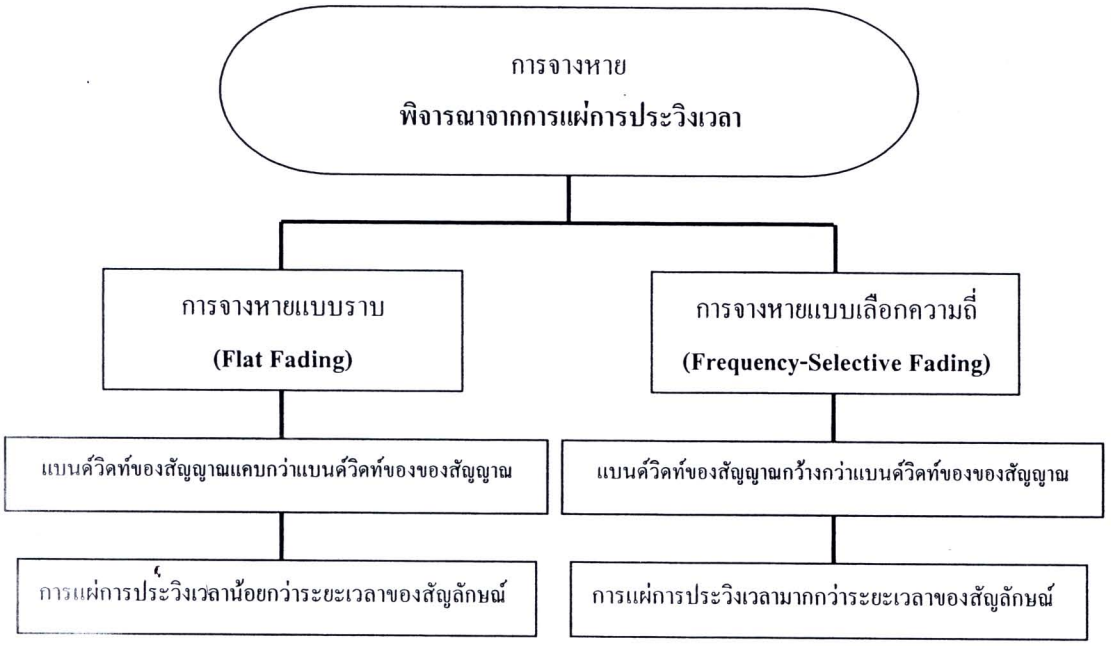
การแผ่การประวิงเวลา อันเนื่องมาจากการเดินทางของคลื่นหลายวิถีทาง (Multi-Path) ทำให้เกิดการจางหายอยู่ 2 ประเภทคือ การจางหายแบบราบและการจางหายแบบเลือกความถี่

2.1.5.1.1 การจางหายแบบราบ (Flat Fading)

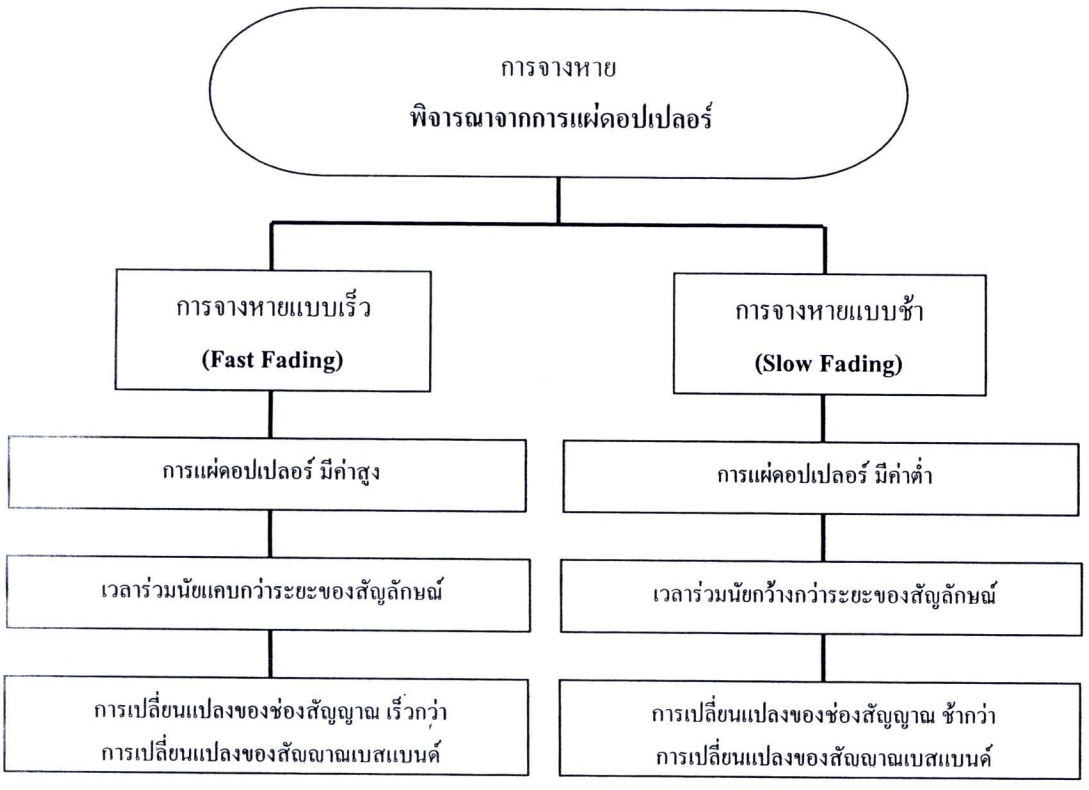
ถ้าช่องสัญญาณมีผลการตอบสนองของอัตราขยายคงที่ และมีผลการตอบสนองของเฟสที่เป็นเชิงเส้นในช่วงแบนด์วิดท์ที่กว้างกว่าแบนด์วิดท์ของสัญญาณแล้ว จะทำให้การจางหายที่เกิดขึ้นเป็นแบบราบ กล่าวคือ สัญญาณที่ปลายทางได้รับ จะมีลักษณะเชิงสเปกตรัม (Spectrum Characteristic) ที่เหมือนเดิม แต่ค่าของกำลังของสัญญาณจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา เนื่องจากผลของการเดินทางของคลื่นหลายวิถีทางที่เกิดขึ้นในช่องสัญญาณ ดังนั้นผลของช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นจะเป็นการจางหาบแบบราบ การจางหายแบบราบนี้ จึงสามารถเรียกชื่ออีกอย่างหนึ่งว่า ช่องสัญญาณที่มีการเปลี่ยนแปลงทางแอมพลิจูด (Amplitude Varying Channel) ซึ่งในการแจกแจงของแอมพลิจูดที่มักพบโดยทั่วไปจะเป็นรูปแบบการแจกแจงแบบเรย์ลีห์ (Rayleigh Distribution)

2.1.5.1.2 การจางหายแบบเลือกความถี่ (Frequency-Selective Fading)

ถ้าช่องสัญญาณมีผลการตอบสนองของอัตราขยายคงที่ และมีผลการตอบสนองของเฟสที่เป็นเชิงเส้นในช่วงแบนด์วิดท์ที่แคบกว่าแบนด์วิดท์ของสัญญาณแล้ว จะทำให้การจางหายที่เกิดขึ้นจะเป็นแบบเลือกความถี่ กล่าวคือ สเปกตรัมของสัญญาณจะได้รับผลกระทบจากช่องสัญญาณที่ไม่เท่ากันทั้งหมดโดยส่วนประกอบของสเปกตรัมที่อยู่นอกช่วงแบนด์วิดท์ของช่องสัญญาณ จะได้รับผลกระทบที่แตกต่างออกไป ซึ่งช่วงพิสัยของความถี่ที่ช่องสัญญาณ จะส่งผลกระทบต่อส่วนประกอบของสเปกตรัมโดยที่มีค่าที่เท่ากันเรียกว่า แบนด์วิดท์ร่วมนัย (Coherent Bandwidth) เมื่อช่องสัญญาณเกิดการจางหายแบบเลือกความถี่ ผลตอบสนองช่องสัญญาณจะเกิดการแผ่ออกทางเวลา ซึ่งยาวกว่าช่วงเวลาของสัญลักษณ์ ทำให้สัญญาณที่ได้รับนั้นถูกลดทอนขนาดและจะมีการประวิงทางเวลา เป็นการส่งผลให้เกิดการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (Intersymbol Interference) เกิดขึ้น



(ก) เมื่อพิจารณาจากการแผ่การประวิงเวลา



(ข) เมื่อพิจารณาจากการแผ่ดอปเปลอร์

รูปที่ 2.2 รูปแบบของการจางหาย (ก) เมื่อพิจารณาการแผ่การประวิงเวลา
(ข) เมื่อพิจารณาจากการแผ่ดอปเปลอร์

2.1.5.2 การจางหายเมื่อพิจารณาจากการแผ่ดอปเปลอร์

การเลื่อนความถี่ดอปเปลอร์ เกิดขึ้นจากการมีการเคลื่อนที่ระหว่างเครื่องรับกับเครื่องส่งนั้นจะส่งผลต่อความเร็วในการจางหายและจะทำให้เกิดการจางหายขึ้นมา การจางหายเมื่อพิจารณาจากการแผ่ดอปเปลอร์สามารถที่จะแบ่งเป็น 2 ประเภทคือ การจางหายแบบเร็ว และการจางหายแบบช้า

2.1.5.2.1 การจางหายแบบเร็ว (Fast Fading)

การแผ่ดอปเปลอร์ และเวลาร่วมนัย (Coherence Time) เป็นตัวแปรที่ใช้บ่งชี้บอกถึงคุณสมบัติการเปลี่ยนแปลงที่ตามเวลาของช่องสัญญาณ ซึ่งเป็นผลมาจากการเคลื่อนที่ของเครื่องรับที่ เวลาร่วมนัยคือ เวลาทางสถิติที่เป็นของผลการตอบสนองที่มีต่อช่องสัญญาณที่มีค่าไม่เปลี่ยนแปลง และยังบอกให้ทราบถึง ความคล้ายกันของผลการตอบสนองของช่องสัญญาณในช่วงเวลาหนึ่งอีกด้วย ซึ่งคือ การที่สัญญาณที่มาถึงเครื่องรับในเวลาต่างกันแต่ไม่เกินเวลาร่วมนัย นั้นจะได้รับผลกระทบจากช่องสัญญาณที่ใกล้เคียงกัน

การจางหายแบบเร็ว ผลการตอบสนองของช่องสัญญาณนั้นจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างเร็วภายในช่วงเวลาที่ทำการส่งสัญญาณ ดังนั้นเวลาร่วมนัยของช่องสัญญาณ จะมีค่าน้อยกว่าช่วงเวลาของสัญลักษณ์ และคุณลักษณะของการจางหายแบบนี้จะเปลี่ยนแปลงไปมาหลาย ๆครั้งในขณะที่สัญลักษณ์หนึ่งๆถูกส่งไป ซึ่งจะส่งผลให้รูปร่างของสัญญาณที่ถูกส่งออกไปในเบสแบนด์ผิดเพี้ยนไป

2.1.5.2.2 การจางหายแบบช้า (Slow Fading)

การจางหายแบบช้า เกิดขึ้นเมื่ออัตราการเปลี่ยนแปลงของผลการตอบสนองของช่องสัญญาณมีค่าที่น้อยกว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณ หรือ เวลาร่วมนัยนั้นมีค่ามากกว่าเวลาของสัญลักษณ์ ซึ่งในกรณีนี้นั้น ช่องสัญญาณจะมีผลการตอบสนองที่คงที่ภายในช่วงเวลาหลายสัญลักษณ์ที่ถูกส่งออกไปในเบสแบนด์ ซึ่งทำให้ได้รับผลกระทบจากช่องสัญญาณนั้นติดกันเป็นช่วงยาว

2.2 วิธีการปรับแต่งสัญญาณ

สาเหตุหนึ่งที่ทำให้สัญญาณข้อมูลและข้อมูลที่ตรวจจับได้ที่เครื่องรับผิดเพี้ยนไปเนื่องจากผลของการทับซ้อนระหว่างสัญลักษณ์ที่เกิดขึ้นในระบบสื่อสาร หนึ่งในวิธีการที่สามารถลดการผิดเพี้ยนของข้อมูลที่ตรวจจับได้ที่เครื่องรับคือ การปรับแต่งสัญญาณ ดังนั้นวิธีการปรับแต่งสัญญาณจึงได้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อลดผลกระทบดังกล่าว และเป็นวิธีการที่ถูกนำไปใช้งานในระบบสื่อสารหลายประเภทด้วยกัน เช่น ระบบโทรศัพท์และอุปกรณ์ประเภทโมเด็มเป็นต้น

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย

วิธีการปรับแต่งสัญญาณ สามารถแบ่งรูปแบบออกเป็น 2 รูปแบบ[1] ด้วยกันคือ วิธีการปรับแต่งสัญญาณแบบเชิงเส้นและวิธีการปรับแต่งสัญญาณแบบไม่เชิงเส้น[2] สำหรับวิธีการปรับแต่งสัญญาณแบบเชิงเส้น (Linear Equalization) เป็นวิธีการที่มีการนำวงจรกรองสัญญาณแบบเชิงเส้น (Linear Filter) มาใช้งาน สำหรับวิธีการปรับแต่งสัญญาณแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear Equalization) มีการใช้งานวงจรแบบไม่เชิงเส้นซึ่งวิธีการปรับแต่งสัญญาณแบบไม่เชิงเส้นนั้นสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทหลักด้วยกันคือ วิธีการ Decision Feedback Equalizer (DFE) และ วิธีการ Maximum Likelihood Sequence Estimation (MLSE) ที่มีการพิจารณาช่องสัญญาณในรูปแบบของ Finite State Machine และใช้วิธีการ เช่น Vitetrbi Algorithm ในการหาค่าของสัญญาณที่คาดว่าถูกส่งมา ณ เวลาต่างๆ และ Decision Feedback Equalization ที่มีการนำข้อมูลที่ตรวจจับได้ในอดีต และตัวแปรที่แสดงถึงลักษณะของช่องสัญญาณ ณ เวลานั้นๆ มาใช้ในการประมวลผลเพื่อหาค่าของข้อมูลที่รับได้ ณ เวลานั้นๆ เนื่องจากการทำงานของวิธีการปรับแต่งสัญญาณตามที่กล่าวมานั้น จะต้องส่งสัญญาณ Training Signal เพื่อหารูปแบบผลตอบสนองของช่องสัญญาณ (Channel Response) เพื่อให้ทราบถึงลักษณะของช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงไป ณ เวลานั้นๆ ดังนั้น จึงได้มีการพัฒนารูปแบบของวิธีการปรับแต่งสัญญาณแบบ Blind Equalization ขึ้นมา คือเป็นรูปแบบในการปรับแต่งสัญญาณที่ไม่ต้องมีการส่งสัญญาณ Training Signal เพื่อหารูปแบบผลการตอบสนองของช่องสัญญาณซึ่งเป็นวิธีการปรับแต่งสัญญาณอีกรูปแบบหนึ่งที่ถูกนำมาทำการศึกษาและพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

การทำงานของวิธีการปรับแต่งสัญญาณโดยทั่วไปจะมีกระบวนในการทำงานต่างๆ อยู่ที่เครื่องรับ (Post-Equalization) ซึ่งทำหน้าที่ในการปรับปรุงรูปแบบของสัญญาณข้อมูลที่ถูกตรวจจับได้ให้มีความถูกต้องมากขึ้น มีลักษณะการทำงานดังรูปที่ 2.3 (a) กล่าวคือ เมื่อทราบถึงรูปแบบของช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงไป ณ เวลานั้น ๆ วงจร Equalizer จะทำการปรับปรุงรูปแบบของสัญญาณที่เข้ามาโดยเป็นการเปรียบเทียบของค่าคงที่ ที่อยู่ในวงจร Equalizer กับ Training Signal เพื่อที่จะทำการปรับระดับของสัญญาณที่มีการเข้ามาให้ดีขึ้น สำหรับการทำงานในอีกลักษณะหนึ่งของวิธีการปรับแต่งสัญญาณที่ถูกนำมาใช้งานนั้น เป็นรูปแบบในการปรับแต่งสัญญาณล่วงหน้าซึ่งมีการปรับเปลี่ยนลักษณะของสัญญาณที่ถูกส่งออกไปจากเครื่องส่งก่อนถูกรบกวนจากผลของช่องสัญญาณเพื่อให้ข้อมูลที่ได้จากกระบวนการตรวจจับ ณ เครื่องรับถูกต้อง

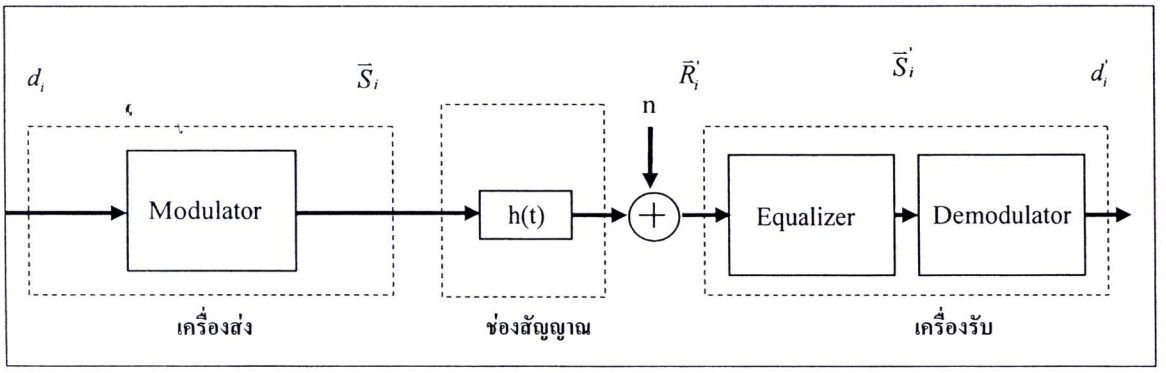
---

[1] ลัญฉกร วุฒิสิทธิกุลกิจ. (บรรณาธิการ). (2542). **ชนิดของอีควอไลเซอร์ : หลักการระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่.** กรุงเทพฯ. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

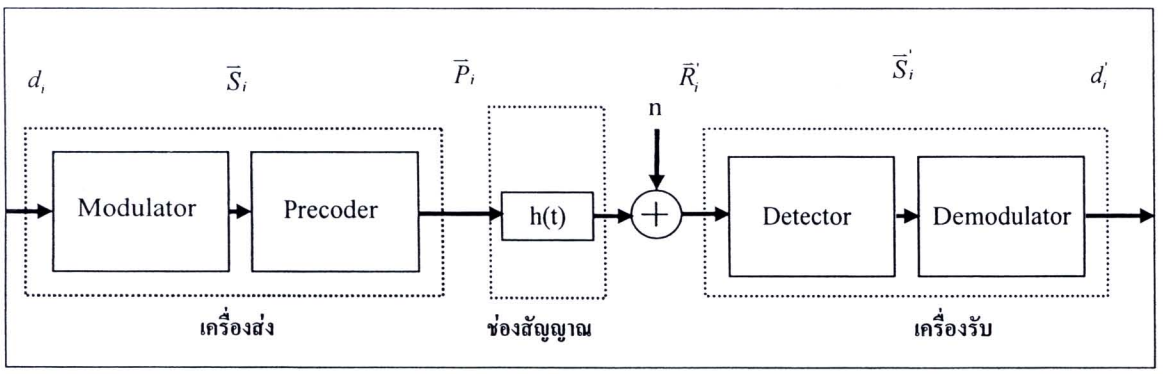
[2] Y. Chan, W. Zhuang. (1999, January). "Channel Precoding for Indoor Radio Communication Using Dimension Partitioning". **IEEE Transaction on Vehicular Technology**. (Vol. 48, No.1, pp.98-114).

วันที่ 24 ก.ค. 2555
เลขทะเบียน 247427
เลขเรียกหนังสือ

มากขึ้นมีลักษณะการทำงานดังรูปที่ 2.3 (b) มีรูปแบบที่ใช้งานหลายรูปแบบ ซึ่งรูปแบบที่สำคัญได้แก่ วิธีการ Tomlinson-Harashima Precoding (TH-Precoding) ที่มีการนำหลักการการทำงานของวงจร Inverse Filter มาใช้ในการพัฒนา แต่เนื่องจากรูปแบบในการทำงานของวิธีการ TH-Precoding นั้น ไม่ได้ถูกออกแบบมาเพื่อใช้งานร่วมกับระบบสื่อสารที่มีการมอดุเลตแบบเฟส (Phase Modulation) ที่มีขนาดของสัญญาณคงที่จึงได้มีการพัฒนารูปแบบของการปรับแต่งสัญญาณ



(a)



(b)

รูปที่ 2.3 หลักการทำงานของวิธีการ Equalizer (a) Post-Equalization (b) Pre-Equalization

แบบ Dimension Partitioning ซึ่งเป็นอีกรูปแบบหนึ่งของวิธีการปรับแต่งสัญญาณล่วงหน้าที่ถูกพัฒนาขึ้นมาจากวิธีการ TH-Precoding ให้สามารถใช้งานกับสัญญาณข้อมูล แบบเฟสได้และมีช่วงในการตัดสินใจ (Decision Region) ที่มากกว่าวิธีการ TH-Precoding

2.2.1 วิธีการ Precoding แบบ Tomlinson-Harashima (TH-Precoding)

วิธีการ Precoding แบบ Tomlinson-Harashima เป็นวิธีการที่ถูกพัฒนามาจากรูปแบบการทำงานของวงจร Inverse Filter โดยการนำกระบวนการคำนวณค่า มอดุโล $-N$ (Modulo-N) เข้ามาใช้งานเพื่อให้สัญลักษณ์เข้ามาใช้งานเพื่อให้สัญญาณข้อมูลที่ได้รับจากการคำนวณ มีค่าอยู่ใน

ขอบเขตที่จำกัดเป็นผลให้การทำงานมีเสถียรภาพมากยิ่งขึ้น โดยมีลักษณะในการทำงานดังรูปที่ 2.4 ที่แสดงถึงหลักการของวิธีการ Precoding แบบ Tomlinson-Harashima มีการนำสัญญาณข้อมูลที่ถูกส่ง ณ เวลาต่าง ๆ มาใช้งานโดยการนำข้อมูลผลกระทบของการทับซ้อนระหว่างสัญลักษณ์ มาลบออกจากสัญญาณที่ถูกส่งออกไป จากนั้นสัญญาณข้อมูลที่ถูกชดเชยผลกระทบของการทับซ้อนระหว่างสัญลักษณ์ ถูกนำมาผ่านกระบวนการคำนวณค่ามอดุโล $-N$ เพื่อทำให้สัญญาณข้อมูลที่ถูกส่งออกไปในระบบสื่อสารอยู่ในช่วง $-N/2$ ถึง $N/2$ สำหรับการทำงานของภาคตรวจจับข้อมูลที่ภาครับ มีการนำสัญญาณข้อมูลที่ถูกตรวจจับได้ที่ภาครับมาทำการคำนวณหาค่ามอดุโล $-N$ เพื่อเปลี่ยนแปลงสัญญาณข้อมูลที่ถูกตรวจจับ ให้กลายเป็นสัญญาณข้อมูลที่สามารถนำไปใช้งานต่อไปได้

สำหรับวิธีการ Precoding แบบ Tomlinson-Harashima (TH-Precoding) นั้นเป็นวิธีการที่สามารถใช้งานร่วมกับระบบสื่อสารทีมีการมอดุเลตแบบ QAM ได้อย่างดี และเนื่องจากมีการใช้วงจรที่ใช้ในการบวกแบบมอดุโล (Modulo) ในการคำนวณ ดังนั้นจึงทำให้ค่าของสัญญาณที่ได้จากการทำงานของวงจรนั้นอยู่ในช่วงที่จำกัด แต่อย่างไรก็ตาม วิธีการ TH Precoding นั้นไม่สามารถนำมาใช้งานกับระบบสื่อสารแบบ Time-Vary Fading ซึ่งผลของการจางหายของขนาดของสัญญาณจะมีผลทำให้ข้อมูลที่ปลายทางนั้นเกิดความผิดพลาดได้ง่าย และนอกจากนั้น วิธีการ TH Precoding ไม่ได้มีการออกแบบมาเพื่อใช้งานกับระบบสื่อสารที่มีการมอดุเลตแบบเฟสมอดุเลชั่น (Phase Modulation) ที่มีขนาดของสัญญาณที่ได้จากการทำงานคงที่

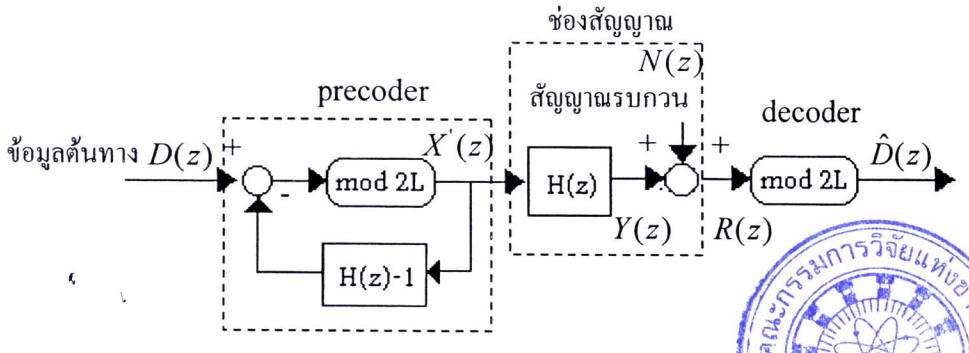
เมื่อพิจารณาในกรณีที่มีการใช้งานร่วมกับการมอดุเลตแบบ $L \times L$ QAM จะมีการใช้วงจรบวกเลขแบบมอดุโล 2L ในการเปลี่ยนแปลงสัญญาณในส่วนของแกนจำนวนจริงและแกนจินตภาพโดยที่มีรูปแบบของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน (Transfer Function) ที่ใช้งานมีค่าเท่ากับ

$$\frac{X_z}{D_z} = \frac{1}{1+[H(z)-1]} = H^{-1}(z) \tag{2.9}$$

โดยที่ H(z) นั้นเป็นทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของช่องสัญญาณ ที่สามารถคำนวณได้จาก

$$H(z) = \sum_{k=-L2}^{L1} h_k z^{-k} \tag{2.10}$$

และเพื่อป้องกันกรณีที่วงจรจะอยู่ในสภาวะที่ไม่มีเสถียรภาพในกรณีที่ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของช่องสัญญาณนั้นมี Zero อยู่ในวงกลม 1 หน่วยในระนาบ z (z-plane) จึงได้มีการใช้งาน การปรับแต่งสัญญาณล่วงหน้า (Precoding) ดังที่แสดงในรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 วิธีการ Tomlinson-Harashima Precoding

2.2.2 วิธีการ Precoding แบบ Dimension Partitioning

สำหรับวิธีการลดผลกระทบของการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ ที่เกิดขึ้นในระบบสื่อสาร โดยใช้วิธีการ Equalization นั้น จะเป็นการนำสัญญาณข้อมูลที่รับได้ ณ ปลายทางมาผ่านกระบวนการเพื่อเปลี่ยนแปลงสัญญาณ ให้อยู่ในรูปแบบที่คาดว่าเป็นรูปแบบของสัญญาณที่ปราศจากผลของการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ โดยสำหรับรูปแบบในการทำงานนั้น จะมีรูปแบบในการทำงานหลายชนิดด้วยกัน ซึ่งรูปแบบที่สำคัญในการทำงานได้แก่วิธีการ Equalization แบบ MLSE (Maximum Likelihood Sequence Estimation) ที่มีการพิจารณาช่องสัญญาณในรูปแบบของ Finite State Machine และใช้วิธีการ เช่น Vitetrbi Algorithm ในการหาค่าของสัญญาณที่คาดว่าถูกส่งมา ณ เวลาต่างๆ และ DFE (Decision Feedback equalization) ที่มีการนำข้อมูลที่ตรวจจับได้ในอดีต และตัวแปรที่แสดงถึงลักษณะของช่องสัญญาณ ณ เวลานั้นๆ มาใช้ในการประมวลผลเพื่อหาค่าของข้อมูลที่รับได้ ณ เวลานั้นๆ

สำหรับวิธีการ Precoding นั้น จะเป็นอีกวิธีการหนึ่งซึ่งถูกนำมาใช้สำหรับลดผลกระทบของการแทรกระหว่างสัญลักษณ์ในระบบสื่อสาร โดยในการทำงานนั้น จะเป็นการเปลี่ยนแปลงลักษณะของสัญญาณที่จะทำการส่งผ่านช่องสัญญาณ ให้อยู่ในอีกลักษณะหนึ่ง ซึ่งจะส่งผลทำให้เมื่อสัญญาณข้อมูลนั้น ถูกส่งไปถึงปลายทาง จะสามารถนำสัญญาณไปใช้งานได้โดยมีผลของการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ที่มีค่าลดลง โดยจะมีรูปแบบในการทำงานหลายรูปแบบด้วยกัน เช่น วิธีการ Precoding แบบ Tomlinson-Harashima Precoding และ spiral curve phase precoding เป็นต้น การใช้วิธีการ Precoding ที่ใช้วิธีการ Dimension Partitioning ในการทำงาน ซึ่งเป็นวิธีการ

Precoding ที่มีการพัฒนามาจากวิธีการ Precoding แบบ Tomlinson-Harashima (TH precoding) โดยจะสามารถทำให้สามารถใช้วิธีการ precoding ร่วมกับระบบสื่อสารที่มีการมอดุเลตแบบมีขนาดของสัญญาณคงที่ เช่น QPSK ได้ และมีความสามารถในการลดผลกระทบจากความผิดพลาดเนื่องจากการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์สูงกว่ากรณีของ Tomlinson-Harashima

2.2.3 วิธีการ Dimension Partitioning

สำหรับวิธีการ Dimension Partitioning นั้น เป็นเทคนิคที่ถูกพัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้สำหรับเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงานของวิธีการ Precoding แบบ TH Precoding ซึ่งจะสามารถทำให้วิธีการ TH Precoding นั้น สามารถทำงานภายใต้ระบบสื่อสารที่มีการมอดุเลตแบบ QPSK ซึ่งมีขนาดของสัญญาณคงที่ได้ โดยนั้น ในการทำงานจะเป็นการพิจารณาถึงการคำนวณหาค่าของสัญญาณที่จะถูกส่งออกไปจากภาค Precoding ในรูปแบบที่แตกต่างออกไปจากกรณีของ TH Precoding

ในกรณีที่มีการพิจารณาถึงการทำงานภายใต้ระบบสื่อสารที่มีการมอดุเลตแบบ QPSK จะได้ว่าสัญญาณข้อมูลที่จะถูกส่งออกไปในระบบสื่อสารนั้น จะมีลักษณะของสัญญาณที่ถูกส่งออกมาจากภาคมอดุเลตในแต่ละช่วงเวลา t_k มีค่าเท่ากับ

$$d_k = A.e^{j\theta_i} \tag{2.11}$$

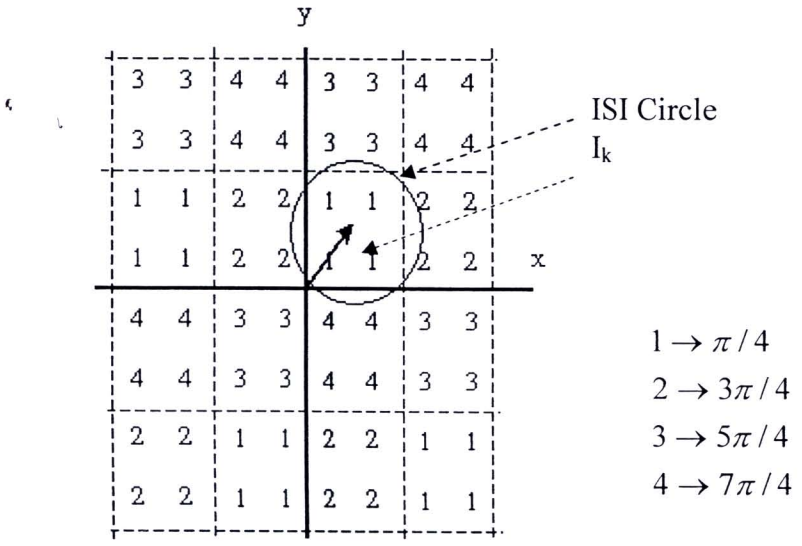
โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ A ในสมการนั้น เป็นค่าที่แสดงถึงขนาดของสัญญาณและ θ_i เป็นเฟสของสัญญาณที่ถูกส่งมาในช่วงเวลา t_k และในการทำงานของวิธีการ Precoding ซึ่งเป็นการนำสัญญาณที่จะถูกส่งมาทำการเปลี่ยนรูปแบบของสัญญาณ ให้อยู่ในรูปแบบใหม่ เพื่อทำให้สัญญาณที่จะถูกส่งไปถึงปลายทางนั้น ปราศจากผลของการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ หรือมีผลน้อยที่สุด โดยจะมีการคำนวณจากสมการ

$$x_k = d_k - I_k \tag{2.12}$$

โดยที่ x_k ที่ได้จากการคำนวณนั้น เป็นสัญญาณข้อมูลที่จะถูกส่งออกมาจากภาค Precoding และสำหรับ I_k นั้น เป็นตัวแปรที่ถูกนำมาลบจากสัญญาณที่ได้จากภาคมอดุเลตเพื่อชดเชยผลของการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ที่จะเกิดขึ้นระหว่างการส่งผ่านระบบสื่อสาร โดยจะเป็นค่าที่เกิดจากการคำนวณผลของการแทรกสอดของสัญญาณที่ถูกส่งไปในอดีตจำนวนหนึ่ง โดยในการคำนวณหา

ค่าของสัญญาณที่ได้จากการทำงานของภาค Precoder ในแต่ละครั้งนั้น จะมีการนำวิธีการ Dimension Partitioning มาใช้ในการคำนวณหาค่าสัญญาณ

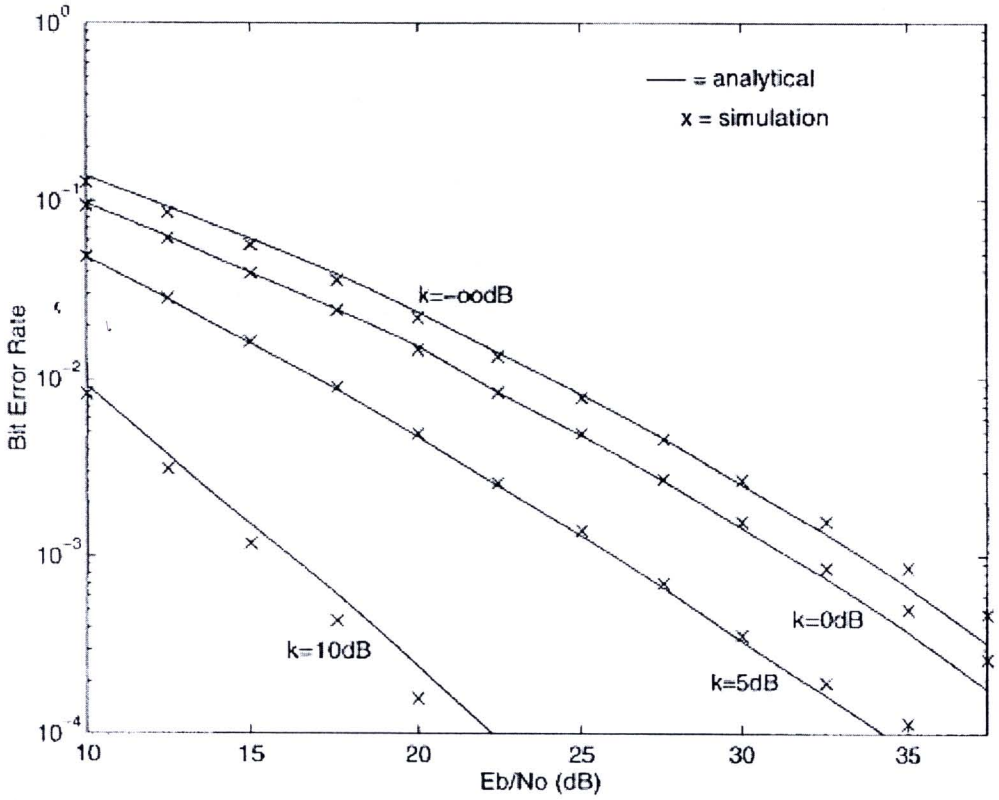
สำหรับการคำนวณโดยใช้วิธีการ Dimension Partitioning นั้น จะเป็นการพิจารณาถึงการคำนวณโดยใช้รูปภาพเข้ามาช่วยในการคำนวณในรูปแบบของ Euclidean Space การใช้งานกับการมอดุเลตแบบ QPSK แล้ว จะมีลักษณะดังรูปที่ 2.5 ที่เป็นการพิจารณาถึงลักษณะของการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณในกรณีที่มีผลของการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ I_k ที่มีค่าต่างๆ



รูปที่ 2.5 วิธีการแบ่งกลุ่มของสัญญาณ

โดยสำหรับขั้นตอนในการทำงานเพื่อคำนวณหาสัญญาณที่จะถูกส่งออกมาในแต่ละช่วงนั้น จะมีการนำค่าที่ได้จากการประมาณค่ารูปแบบของช่องสัญญาณมาใช้ในการคำนวณหาค่าผลของการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์, I_k จากนั้น นำค่าที่ได้มาใช้เป็นจุดศูนย์กลางในการสร้างรูปวงกลมที่ใช้สำหรับแสดงสัญญาณข้อมูลต่างๆ ที่จะถูกส่งออกไป ซึ่งรูปวงกลมดังกล่าวนี้ จะถูกเรียกว่า ISI-Circle หลังจากนั้น จะมีการคำนวณเพื่อเลือกจุดที่เหมาะสมที่สุด (Best Signaling Point) ในการทำงานที่แสดงถึงข้อมูลที่จะส่ง และจะมีการนำค่าที่เลือกนั้นมาลบด้วยค่าของการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ ซึ่งจะถูกส่งออกไปเป็นผลลัพธ์ของภาค Precoder ณ เวลานั้น และสำหรับการทำงานของเครื่องรับนั้น จะมีการนำสัญญาณข้อมูลที่รับได้ในแต่ละช่วงเวลามาทำการพิจารณาว่าอยู่บนตำแหน่งใด บน Euclidean Spaces และทำการหาว่าตำแหน่งของข้อมูลนั้น อยู่ในช่วงที่จะแสดงถึงข้อมูลสัญญาณใด เพื่อส่งค่าดังกล่าวออกเป็นผลลัพธ์ของภาคตรวจจับ ดังนั้นหลักการเปลี่ยนแปลงสัญญาณของภาค Precoding นั้น จะเป็นการเปลี่ยนลักษณะของสัญญาณที่จะส่ง ในแต่

ละช่วงเวลา เพื่อทำให้สัญญาณที่รับได้ ณ ปลายทางนั้น ตกลงบนช่วงที่แสดงถึงข้อมูลที่ส่งมา โดยสัญญาณที่ส่งนั้น จะต้องมีขนาดของสัญญาณคงที่



รูปที่ 2.6 BER for absolute phase-encoded QPSK using the dimension partitioning precoder

2.3 อิควอไลเซชัน (Equlization)

การส่งผ่านสัญญาณในระบบสื่อสารแบบดิจิทัล มีปัญหาสำคัญอย่างหนึ่งที่เรียกว่าการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (Intersymbol Interferrence : ISI) ซึ่งเกิดจากคลื่นกระทบหลายวิถี (Multipath) ที่เกิดขึ้นภายในช่องสัญญาณที่สัญญาณส่งผ่าน ผลกระทบของ ISI ทำให้สัญญาณที่ส่งผ่านมีรูปร่างที่ผิดเพี้ยนไป และมีผลทำให้เกิดความผิดพลาดของบิตข้อมูลที่รับได้ที่เครื่องรับ หลังจากผ่านกระบวนการดึงดูดสัญญาณคืนกลับมา วิธีการหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ในการจัดการกับปัญหา ISI นี้ก็คือการใช้วงจรที่เรียกว่าอิควอไลเซอร์ (Equalizer) ไปติดตั้งที่เครื่องรับสัญญาณ ซึ่งอิควอไลเซอร์มีหน้าที่ในการปรับแก้รูปสัญญาณให้มีคุณลักษณะที่ดีขึ้นเพื่อให้การดึงดูดสัญญาณเดิมกลับคืนมามีความถูกต้องมากขึ้น เนื่องจากคุณลักษณะของช่องสัญญาณที่มีการแปรเปลี่ยนไปตามเวลา ดังนั้นโดยปกติแล้ว อิควอไลเซอร์ที่ใช้สามารถปรับตัวได้ นั่นคือคุณสมบัติหรือพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของวงจรจะต้องสามารถแปรเปลี่ยนตามเวลาได้ เพื่อให้เหมาะสมกับสภาพของ

ช่องสัญญาณที่มักจะมีการเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ ดังนั้นจึงเรียกว่าอะแดปทีฟอิควอไลเซอร์ (Adaptive Equalizer)

หลักการทำงานของอะแดปทีฟอิควอไลเซอร์จะแบ่งการส่งสัญญาณออกเป็น 2 ช่วง สลับกันตลอด ในช่วงแรกเครื่องส่งจะส่งชุดบิตที่เรียกว่าลำดับฝึกฝน (Training Sequence) ไปให้เครื่องรับซึ่งรูปแบบของชุดบิตที่ว่านี้เครื่องรับจะทราบค่าอยู่ล่วงหน้าแล้ว ชุดบิตเหล่านี้อาจจะมีรูปแบบตายตัวหรืออาจจะเป็น Pseudorandom Binary ก็ได้ ในช่วงที่เครื่องรับได้รับชุดบิตดังกล่าว เครื่องรับก็จะทำการคำนวณ และปรับค่าสัมประสิทธิ์ของฟิลเตอร์ในอิควอไลเซอร์ที่เหมาะสมสำหรับจัดการกับสภาพของช่องสัญญาณในขณะนั้น เมื่อเครื่องส่งสิ้นสุดการส่งชุดลำดับฝึกฝนก็จะเข้าสู่ช่วงที่สอง ซึ่งจะเป็นช่วงที่เครื่องส่งจะทำการส่งบิตข้อมูลของผู้ใช้ตามไป ในช่วงนี้เครื่องรับจะใช้อิควอไลเซอร์ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้คำนวณไว้มาใช้ในการดึงสัญญาณข้อมูลกลับมาเพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้องมากที่สุดจะเห็นว่าคุณลักษณะของอิควอไลเซอร์จะมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเพื่อให้เหมาะสมกับสภาพของช่องสัญญาณซึ่งมักจะมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาและสมารถแก้ปัญหาของ ISI ได้มีประสิทธิภาพ

2.3.1 โครงสร้างพื้นฐานของวงจรอิควอไลเซอร์

วงจรอิควอไลเซอร์จะประกอบด้วยอุปกรณ์หน่วงเวลาจำนวน N ชุด วงจรคูณสัญญาณจำนวน $N+1$ ชุด และวงจรบวกสัญญาณ โดยพิจารณาจาก**รูปที่ 4.1** เป็นการแสดงโครงสร้างการทำงานของวงจรอิควอไลเซอร์ในช่วงเวลาที่อยู่ระหว่างการปรับค่าสัมประสิทธิ์การคูณ (Weights) ที่อินพุตของวงจรจะมีสัญญาณ y_k ค่าใหม่เข้าทุก ๆ ช่วงเวลา ค่าของ y_k นี้มีขนาดที่ไม่แน่นอนเพราะการแปรเปลี่ยนได้ตามสภาพของช่องสัญญาณและปริมาณของสัญญาณรบกวนในช่องสัญญาณในขณะนั้น ๆ ดังนั้นจึงกล่าวว่า y_k เป็นกระบวนการสุ่ม โครงสร้างของวงจรที่ต่อเชื่อมในลักษณะนี้มีชื่อเรียกว่าตัวกรองความถี่แบบ Transversal ค่าสัมประสิทธิ์ของการคูณสัญญาณ w แต่ละตัวจะมีตัวแปรเวลา k ห้อยอยู่ด้วย เพื่อบ่งบอกว่าค่าสัมประสิทธิ์เหลานี้แปรเปลี่ยนตามเวลาในช่วงที่ระบบกำลังหาค่าที่เหมาะสมค่า w เหล่านี้อาจจะมีการปรับเปลี่ยนในทุก ๆ ครั้งที่มีการเพิ่มขึ้นของค่า k หรืออาจจะเปลี่ยนแปลงหลังจากที่มีข้อมูลอินพุตจำนวนหนึ่งบล็อก

กรรมวิธีหรืออัลกอริทึมในการปรับค่าสัมประสิทธิ์จะขึ้นอยู่กับค่า e_k เป็นสำคัญ โดย e_k คือ ผลต่างที่ได้จากการเปรียบเทียบระหว่างค่า d_k กับค่า $\hat{d}_k$ ซึ่งโดยทั่วไปอัลกอริทึมที่ใช้ก็จะพยายามปรับสัมประสิทธ์การคูณในทิศทางที่ทำให้ค่าฟังก์ชันต้นทุน (Cost Function) ที่สนใจมีขนาดลดต่ำลงเรื่อย ๆ ค่าฟังก์ชันต้นทุนที่นิยมใช้ในการปรับค่าสัมประสิทธิ์แบบหนึ่งก็คือค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error: MSE) ระหว่างค่าของสัญญาณที่ต้องการกับค่าของสัญญาณที่ได้จากวงจรอิควอไลเซอร์สำหรับตัวอย่างของอัลกอริทึมที่ใช้ในการคำนวณและปรับค่า

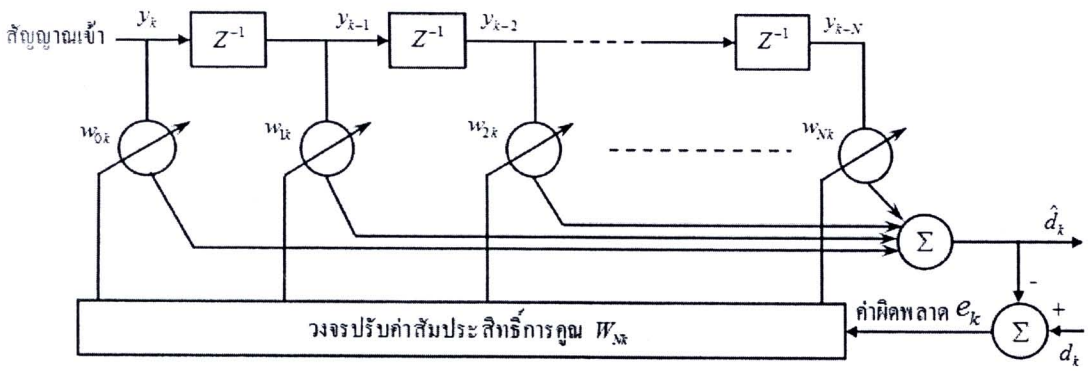
สัมประสิทธิ์คือวิธี Least Mean Squares (LMS) โดยในการคำนวณและปรับค่าสัมประสิทธิ์ที่เหมาะสมจะอาศัยสมการต่อไปนี้

$$\text{New weight} = \text{Previous weights} + (\text{constant}) \times (\text{Previous error}) \times (\text{Current input})$$

โดยที่

$$\text{Previous error} = \text{Previous desired output} - \text{Previous actual output}$$

สำหรับค่าคงที่ (Constant) ที่ใช้นั้นสามารถที่จะปรับเปลี่ยนไปได้ในการคำนวณแต่ละรอบเพื่อควบคุมอัตราการเปลี่ยนของค่าสัมประสิทธิ์ให้เหมาะสม การคำนวณปรับค่าสัมประสิทธิ์ของการคูณจะกระทำซ้ำไปเรื่อย ๆ หลายรอบจนกระทั่งค่าสัมประสิทธิ์เริ่มจะอยู่ตัวและเข้าใกล้ค่าที่ดีที่สุด เมื่อเราได้ค่าที่เหมาะสมแล้วกระบวนการปรับค่าสัมประสิทธิ์ก็จะหยุดลง ช่วงเวลาถัดมาก็จะใช้ในการรับส่งบิตข้อมูลของผู้ใช้ ในช่วงเวลานี้จะใช้ชุดสัมประสิทธิ์ที่หาได้จนกระทั่งมีความจำเป็นที่จะต้องปรับค่าสัมประสิทธิ์ใหม่อีกครั้ง



รูปที่ 2.7 โครงสร้างพื้นฐานของวงจรอิควอไลเซอร์ในช่วงเวลาที่มีการปรับชุดสัมประสิทธิ์การคูณ

จากโครงสร้างของวงจรอิควอไลเซอร์ในรูปที่ 2.7 สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ที่เหมาะสมได้โดยวิธีการต่อไปนี้

กำหนดให้เวกเตอร์ y_k แทนสัญญาณอินพุตของวงจรอิควอไลเซอร์

$$y_k = \begin{bmatrix} y_k & y_{k-1} & y_{k-2} \cdots y_{k-N} \end{bmatrix}^T \tag{2.13}$$

และให้เวกเตอร์ w_k แทนค่าสัมประสิทธิ์การคูณของวงจรอิควอไลเซอร์

$$\mathrm{w}_k = \begin{bmatrix} w_k & w_{k-1} & w_{k-2} \cdots w_{k-N} \end{bmatrix}^T \tag{2.14}$$

สามารถแสดงสัญญาณที่เอาต์พุตซึ่งมีค่าเท่ากับ $\hat{d}_k = \sum_{n=0}^{N} w_{nk} y_{k-n}$ ในรูปของเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\hat{d}_k = \sum_{n=0}^{N} \mathrm{w}_{nk}\, \mathrm{y}_{k-n} \tag{2.15}$$

ในช่วงที่วงจรทราบค่าของชุดข้อมูลที่แท้จริงอยู่แล้วค่าของ d_k จะกำหนดให้เท่ากับ x_k เพราะฉะนั้น ค่าความแตกต่าง หรือค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีค่าเป็น

$$e_k = d_k - \hat{d}_k = x_k - \hat{d}_k \tag{2.16}$$

จากสมการ (2.15) จะได้

$$e_k = x_k - \mathrm{y}_k^T\, \mathrm{w}_k = x_k - \mathrm{w}_k^T\, \mathrm{y}_k \tag{2.17}$$

$$|e_k|^2 = x_k^2 + \mathrm{w}_k^T\, \mathrm{y}_k\, \mathrm{y}_k^T\, \mathrm{w}_k - 2x_k\, \mathrm{y}_k^T\, \mathrm{w}_k \tag{2.18}$$

$$E\left[|e_k|^2\right] = E\left[x_k^2\right] + \mathrm{w}_k^T\, E\left[\mathrm{y}_k\, \mathrm{y}_k^T\right] \mathrm{w}_k - 2E\left[x_k\, \mathrm{y}_k^T\right] \mathrm{w}_k \tag{2.19}$$

การคำนวณ $E\left[|e_k|^2\right]$ ในทางปฏิบัติจะใช้การหาค่าเฉลี่ยทางเวลาแทน และสังเกตว่าค่าสัมประสิทธิ์การคูณ w_k มิได้ถูกนำไปใช้การหาค่าเฉลี่ยด้วย เพราะจะสมมติว่าค่า w_k ที่ใช้อยู่เป็นค่าที่ได้รับการปรับจนเหมาะสมแล้วและไม่เปลี่ยนไปตามเวลา

การกำหนดค่าเวกเตอร์ p แทนสหสัมพันธ์ไขว้ (Cross Correlation) ระหว่างสัญญาณที่ต้องการกับสัญญาณอินพุต

$$p = E\left[x_k y_k\right] = E\left[x_k y_k \quad x_k y_{k-1} \quad x_k y_{k-2} \cdots x_k y_{k-N}\right]^T \tag{2.20}$$

และกำหนดให้เมตริกซ์ R แทนเมตริกซ์สหสัมพันธ์ของอินพุต (Input Correlation Matrix) ที่มีขนาดเท่ากับ $(N+1)\times(N+1)$ หรือบางที่จะเรียกว่า โคแวเรียนซ์เมตริกซ์ของอินพุต (Covariance Matrix)

$$\mathrm{R} = E\left[y_k y_k\right] = E\begin{bmatrix} y_k^2 & y_k y_{k-1} & y_k y_{k-2} & \cdots & y_k y_{k-N} \\ y_{k-1} y_k & y_{k-1}^2 & y_{k-1} y_{k-2} & \cdots & y_{k-1} y_{k-N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{k-N} y_k & y_{k-N} y_{k-1} & y_{k-N} y_{k-2} & \cdots & y_{k-N}^2 \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

ถ้าหาก x_k และ y_k มีคุณลักษณะที่ไม่แปรตามเวลา จะได้ว่าเทอมต่าง ๆ ใน p และ R ก็จะไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา จากสมการข้างต้นจะได้ว่า

$$Mean\,Square\,Error = \xi = E\left[x_k^2\right] + \mathrm{w}^T\,\mathrm{R}\mathrm{w} - 2p^T\,\mathrm{w} \tag{2.22}$$

จากสมการ (2.22) สามารถจะหาค่าเวกเตอร์ w ที่ทำให้ค่า MSE มีขนาดต่ำที่สุด (Minimum MSE หรือ MMSE) ได้โดยการหาค่าเกรเดียนต์ของ ξ

$$\nabla = \frac{\partial \xi}{\partial w} = \left[\frac{\partial \xi}{\partial w_0} \;\; \frac{\partial \xi}{\partial w_1} \cdots \frac{\partial \xi}{\partial w_N}\right]^T \tag{2.23}$$

เมื่อหาอนุพันธ์ของแต่ละเทอมโดยเทียบกับค่าสัมประสิทธิ์การคูณแต่ละค่าจนครบก็จะได้

$$\nabla = 2\,\mathrm{R}\mathrm{w} - 2\,\mathrm{P} \tag{2.24}$$

กำหนดให้ $\nabla = 0$ เพื่อหาค่าที่ต่ำที่สุดของ MSE ผลลัพธ์ที่ได้คือชุดสัมประสิทธิ์ $\hat{w}$ ที่เหมาะสม

$$\hat{w} = \mathrm{R}^{-1}\mathrm{p} \tag{2.25}$$

เมื่อนำค่าสัมประสิทธิ์ที่คำนวณได้ไปแทนลงในสมการ (2.22) จะได้

$$MMSE = \xi_{\min} = E\left[x_k^T\right] - \mathrm{p}^T\,\mathrm{R}^{-1}\,\mathrm{p} = E\left[x_k^2\right] - \mathrm{p}^T\,\hat{\mathrm{w}} \tag{2.26}$$