

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เนื้อหาในบทนี้จะแบ่งเนื้อหาออกเป็น 2 ส่วน คือ

1. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการหารูปแบบสัญญาณรบกวนของข้อมูลความถี่
2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการหารูปแบบสัญญาณรบกวนข้อมูลความถี่

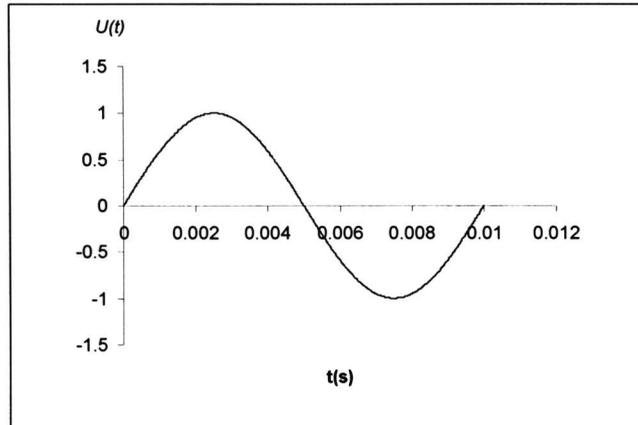
2.1.1 ความถี่ของวงจรรออสซิลเลเตอร์

ความถี่ที่วัดได้จากวงจรรออสซิลเลเตอร์ คือ ความถี่ที่เป็นสัญญาณทางไฟฟ้า ในรูปความต่างศักย์ มีองค์ประกอบสำคัญ 2 ส่วน คือ ความต่างศักย์สูงสุด (แอมพลิจูด) และมุมเฟสของสัญญาณ ซึ่งสามารถเขียนในรูปแบบสมการได้ดังนี้

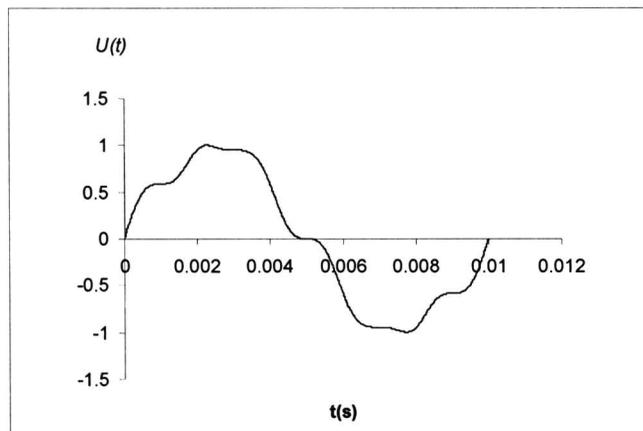
$$U(t) = [U_0 + \varepsilon(t)] \sin[2\pi f_0 t + \phi(t)] \quad (2.1)$$

เมื่อ	$U(t)$	คือ ความต่างศักย์ ณ เวลาใดๆ
	U_0	คือ ความต่างศักย์สูงสุด หรือ แอมพลิจูดของสัญญาณ
	$\varepsilon(t)$	คือ ความคลาดเคลื่อนของแอมพลิจูด
	f_0	คือ ความถี่ของสัญญาณ
	t	คือ เวลา
	$\phi(t)$	คือ ความคลาดเคลื่อนของเฟส

สัญญาณความถี่ที่ได้จากวงจรรออสซิลเลเตอร์ส่วนใหญ่จะเป็นรูปไซน์ (sin) ในการวัดค่าความถี่ตามทฤษฎีถ้าไม่มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น สัญญาณที่ได้จะมีลักษณะสัญญาณเป็นรูปไซน์โดยสมบูรณ์ ดังแสดงในรูปที่ 2.1 เป็นสัญญาณรูปไซน์ที่ความถี่ 100 เฮิรตซ์ ค่าความต่างศักย์สูงสุด 1 โวลต์ และในรูปที่ 2.2 จะแสดงสัญญาณรูปไซน์ที่มีความคลาดเคลื่อนในด้านเฟสรวมอยู่ด้วย ทำให้รูปแบบของสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงไปเล็กน้อย แต่ยังคงมีลักษณะรูปของสัญญาณไซน์อยู่ ต่างกันตรงที่ตำแหน่งเฟสต่างๆ มีการเปลี่ยนแปลงไปจากสัญญาณในรูปที่ 2.1

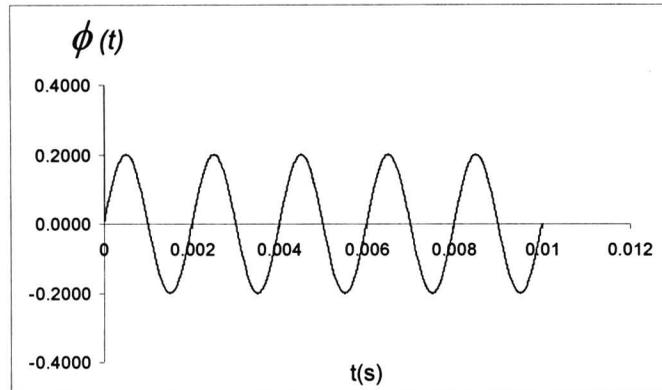


รูปที่ 2.1 สัญญาณรูปไซน์ที่ไม่มี ความคลาดเคลื่อนทางแอมพลิจูดและมุมเฟส



รูปที่ 2.2 สัญญาณรูปไซน์ที่มีความคลาดเคลื่อนทางมุมเฟส

การเปลี่ยนแปลงไปของสัญญาณรูปไซน์ที่มีความคลาดเคลื่อนทางมุมเฟส สามารถเขียนกราฟของค่าของความคลาดเคลื่อน ($\phi(t)$) ที่เกิดขึ้นเทียบกับเวลาดังรูปที่ 2.3 ซึ่งแสดงถึงรูปแบบของค่าความคลาดเคลื่อน ($\phi(t)$) ที่เป็นฟังก์ชันไซน์ ที่ความถี่ 500 เฮิรตซ์

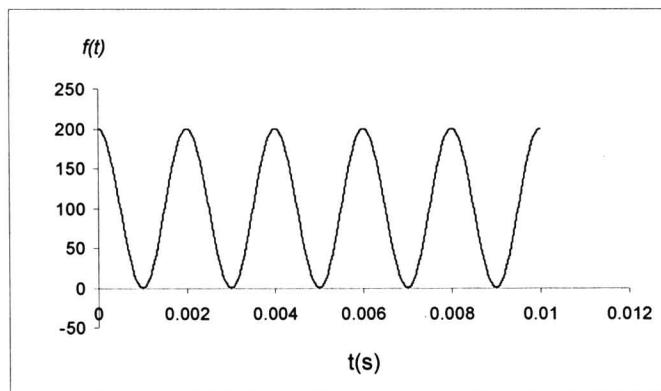


รูปที่ 2.3 รูปแบบของค่าของความคลาดเคลื่อน($\phi(t)$)

รูปแบบของค่าของความคลาดเคลื่อน($\phi(t)$) สามารถคำนวณค่าความถี่ในเวลาใดๆ $f(t)$ ได้ตามสมการ

$$f(t) = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi(t) \quad (2.2)$$

สมมติ สมการความคลาดเคลื่อนคือ $\phi(t) = 0.2\sin 1000\pi t$ ค่าความถี่ ณ ขณะเวลาใดๆ ที่สอดคล้องกับรูปแบบความคลาดเคลื่อน แสดงได้ดังรูปที่ 2.4 จากตัวอย่างรูปแบบของความคลาดเคลื่อนในเชิงเฟส ที่มีรูปแบบเป็นสมการไซน์ ทำให้ความถี่ ณ ขณะเวลาใดๆ ของสัญญาณอยู่ในรูปของสมการคอส (cos)



รูปที่ 2.4 ความถี่ $f(t)$ ที่ได้จากสมการความคลาดเคลื่อน $\phi(t) = 0.2\sin 1000\pi t$

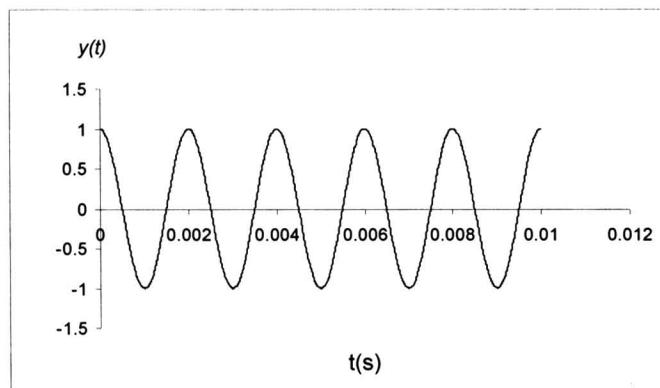
2.1.2 เสถียรภาพของความถี่ (Frequency Stability)

การพิจารณาเสถียรภาพของความถี่ของวงจรกำเนิดความถี่ มีพื้นฐานจากการพิจารณาค่าความคลาดเคลื่อนของเฟสสัญญาณความถี่ ความคลาดเคลื่อนในด้านความถี่นี้สามารถนำมาคำนวณค่า fractional frequency ได้ดังสมการ

$$y(t) = \frac{f(t) - f_0}{f_0} \quad (2.3)$$

- เมื่อ $y(t)$ คือ สัดส่วนเบี่ยงเบนของความถี่ (fractional frequency)
 $f(t) - f_0$ คือ ความถี่ที่เบี่ยงเบนไปจากค่าความถี่ปกติ
 f_0 คือ ความถี่ปกติ (nominal frequency)

การหาค่า fractional frequency ของสัญญาณความถี่ที่มีความคลาดเคลื่อนทางมุมเฟส ในรูปที่ 2.2 สามารถแสดงค่า fractional frequency ที่เวลาต่างๆ เป็นฟังก์ชันตรีโกณมิติรูปที่ 2.5 จากตัวอย่างข้างต้นได้แสดงให้เห็นว่า ถ้าความคลาดเคลื่อนทางเฟสอยู่ในรูปสมการตรีโกณมิติ ทำให้ค่าของ fractional frequency มีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะรูปสมการตรีโกณมิติเช่นเดียวกัน



รูปที่ 2.5 ค่า fractional frequency ณ เวลาต่างๆ

การเก็บข้อมูลอนุกรมเวลาของความถี่เพื่อนำมาศึกษาเสถียรภาพนั้น จะทำการสุ่มตัวอย่าง โดยการวัดค่าความถี่แล้วคำนวณค่า fractional frequency ตามสมการที่ 2.3 ในช่วงระยะเวลาจำกัดหนึ่งที่เรียกว่า sampling time (τ_0) ได้ค่าเฉลี่ยของข้อมูลอนุกรมเวลาที่เวลา τ_0 ซึ่งในการพิจารณาเสถียรภาพนั้น นอกจากสุ่มตัวอย่างในช่วง sampling time แล้ว อาจทำการสุ่มตัวอย่างในช่วงเวลาที่มากขึ้น เรียกว่า เวลาเฉลี่ย (τ) ค่าข้อมูลที่สุ่มได้ จะเป็นค่าเฉลี่ยของข้อมูลอนุกรมเวลาที่เวลา (τ) โดยเวลาเฉลี่ย(τ) นี้มีความสัมพันธ์กับค่า sampling time (τ_0) ดังสมการ

$$\tau = m \tau_0 \quad (2.4)$$

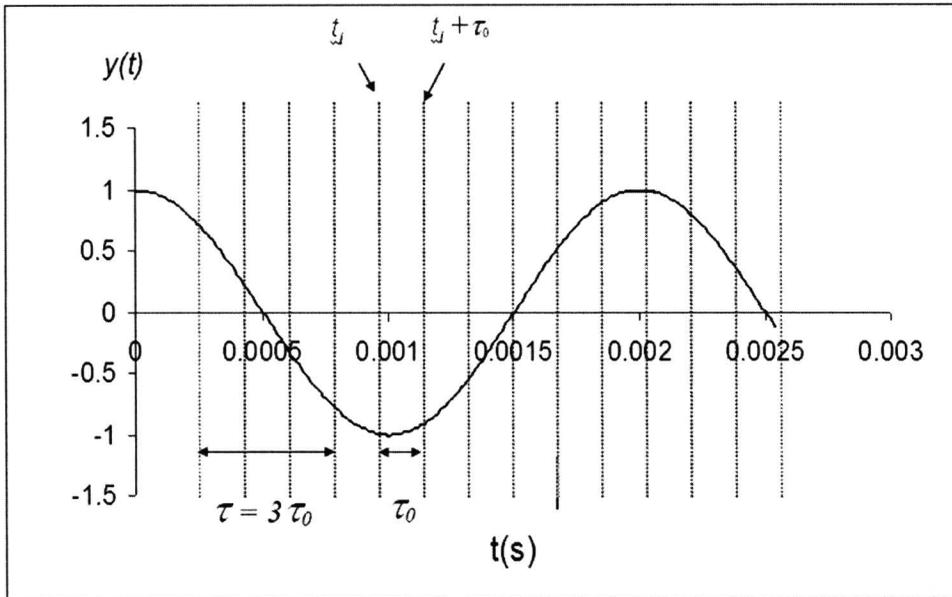
- เมื่อ m คือ averaging factor โดยที่ $m= 1, 2, 3, \dots$
 τ_0 คือ sampling time (measurement interval)
 τ คือ เวลาเฉลี่ย (averaging time)

การหาค่าเฉลี่ยของ fractional frequency $y(t)$ ในช่วงเวลาเฉลี่ย τ_0 เป็นไปตามสมการดังนี้

$$\bar{y}_i = \frac{1}{\tau_0} \int_{t_i}^{t_i + \tau_0} y(t) dt \quad (2.5)$$

- เมื่อ \bar{y}_i คือ ค่าเฉลี่ยของ fractional frequency ในช่วงเวลา ตั้งแต่ t_i ถึง $t_i + \tau_0$
 t_i คือ เวลา ณ จุดเวลาใดๆ

ความสัมพันธ์ระหว่างเวลา t_i และ τ_0 ในการหาค่าเฉลี่ย \bar{y}_i ตามสมการที่ 2.5 นั้น ถ้าพิจารณาในแต่ละช่วงห่างที่เท่าๆ กัน เท่ากับ τ_0 ค่าเฉลี่ย \bar{y}_i ในช่วงเวลาที่กว้างกว่า τ_0 สามารถทำได้โดยการขยายช่วงอินทิเกรตให้กว้างขึ้น เช่น $\tau = 3 \tau_0$ ที่แสดงในรูปที่ 2.6 คือ การขยายเวลาออกไป 3 เท่าของ τ_0 หรือ ค่า averaging factor เท่ากับ 3



รูปที่ 2.6 ความสัมพันธ์ของ t_j และ τ_0 ในการหาค่า \bar{y}_j

การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนของสัญญาณความถี่ที่เกิดขึ้นจากสัญญาณรบกวนในเชิงเฟส (phase noise) จะใช้เป็นแนวทางของการศึกษาเสถียรภาพของความถี่ โดยนำความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นมาใช้เป็นวิธีวิเคราะห์รูปแบบสัญญาณรบกวน (noise model) หากแหล่งกำเนิดใดพบรูปแบบสัญญาณรบกวนจะเป็นข้อบ่งชี้ถึงความไม่มีเสถียรภาพของความถี่ เพราะสัญญาณความถี่จะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามรูปแบบสัญญาณรบกวนที่พบ แต่ถ้าแหล่งกำเนิดความถี่ใด ไม่พบรูปแบบสัญญาณรบกวน แสดงว่า แหล่งกำเนิดนั้นมีเสถียรภาพดี สัญญาณความถี่จากแหล่งกำเนิดนั้นไม่โดนรบกวน ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปแบบไปจากสัญญาณปกติ

การวัดเสถียรภาพของข้อมูลความถี่จะพิจารณาจากความผันแปรไปของข้อมูลความถี่จากค่าความถี่ปกติ โดยจะใช้ค่าวัดการกระจายทางสถิติ ที่เรียกว่า ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) หรือ รากที่สองของความแปรปรวน ดังนั้น เสถียรภาพของความถี่มักจะพิจารณาได้จากขนาดของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยแหล่งกำเนิดความถี่ที่มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำ แสดงถึงการมีเสถียรภาพของแหล่งกำเนิดความถี่อยู่ในระดับสูง และในทางตรงกันข้าม แหล่งกำเนิดที่มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสูง แสดงถึงการมีเสถียรภาพต่ำ

2.1.3 ความแปรปรวน(Variance)

ความแปรปรวนเป็นค่าสถิติที่ใช้ในการพิจารณารูปแบบของความคลาดเคลื่อนในเชิงความถี่ของแหล่งกำเนิดสัญญาณความถี่ ความแปรปรวนที่ใช้แสดงความผันผวนของความถี่มีหลายชนิด เช่น ความแปรปรวนมาตรฐาน(S^2) ใช้ในการแสดงความผันแปรเทียบกับค่าเฉลี่ยของข้อมูล ความแปรปรวนถูกนำมาใช้เพื่อแสดงลักษณะของความผันแปรของแหล่งกำเนิดความถี่ ความแปรปรวนเป็นค่าโมเมนต์ที่ 2 รอบค่าเฉลี่ย นิยมใช้ในการวัดการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลรอบค่าเฉลี่ยของข้อมูล โดยหาจากผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่าง ข้อมูลแต่ละค่ารอบค่าเฉลี่ยของข้อมูล แล้วหารด้วยจำนวนข้อมูลลบด้วยหนึ่ง หรือค่าองศาแห่งความอิสระ (degree of freedom) โดยใช้สูตรการคำนวณดังนี้

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} \quad (2.6)$$

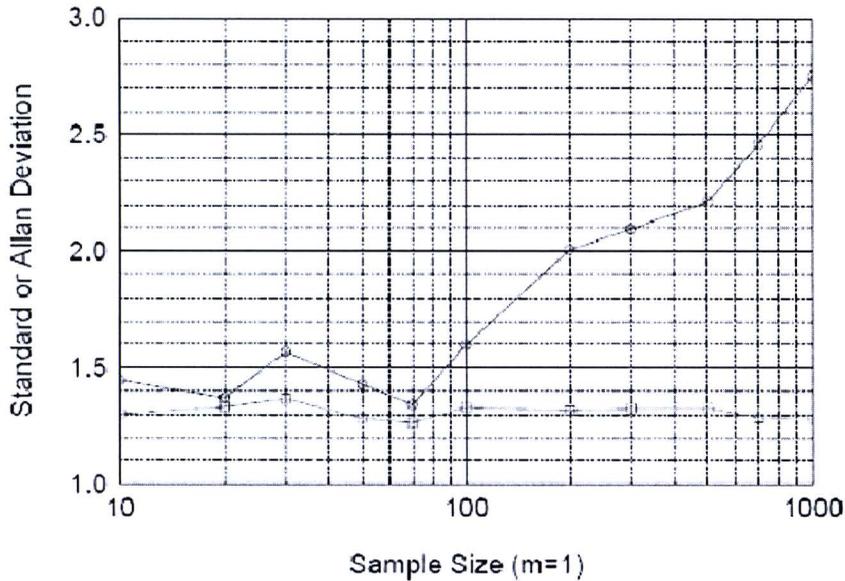
เมื่อ	y_i	คือ ค่า fractional frequency
	n	คือ จำนวนข้อมูล
	\bar{y}	คือ ค่าเฉลี่ยของ fractional frequency

การอธิบายความหมายของความแปรปรวน นิยมใช้ค่ารากที่สองของค่าความแปรปรวนหรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S) เป็นตัวอธิบาย เนื่องจากค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานจะมีหน่วยเดียวกับข้อมูลที่นำมาศึกษา แต่สำหรับการวิเคราะห์เสถียรภาพของความถี่นั้น จะไม่แนะนำให้หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานมาใช้ในการวัด เนื่องจากในบางรูปแบบของสัญญาณรบกวน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานนี้จะไม่ลู่เข้าเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่ามากขึ้น จากปัญหาดังกล่าว จึงมีผู้นำค่าวัดความผันแปรแบบอื่นๆ มาใช้ ซึ่งความแปรปรวนชนิดหนึ่งที่นิยมใช้มากในการวิเคราะห์ความเสถียรภาพของความถี่คือ Allan Variance

การเปรียบเทียบการลู่เข้าของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) และ Allan Deviation แสดงดังรูปที่ 2.7 โดยกราฟเส้นบนเป็นค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ส่วนกราฟเส้นล่างเป็น Allan Deviation (ADEV) สำหรับสัญญาณรบกวนแบบ Flicker Frequency Modulation จะเห็นว่า Allan Deviation จะมีความคงที่มากกว่า เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น (RILEY W. J.2007)



Convergence of Standard & Allan Deviation for F FM Noise



รูปที่ 2.7 การเปรียบเทียบการลู่เข้าสู่ค่าจำกัดของ Allan Deviation กับ Standard Deviation

2.1.4 Allan Variance

Allan Variance เป็นค่าสถิติที่นิยมใช้ในการวัดเสถียรภาพของความถี่ในโดเมนเวลา โดยจะวัดความผันแปรของ fractional frequency เช่นเดียวกับค่า standard variance (s^2) แต่มีข้อดีกว่าตรงที่ค่า Allan Variance จะลู่เข้าเกือบทุกรูปแบบของสัญญาณรบกวน Allan Variance แบบดั้งเดิมหรือที่เรียกว่า non-overlapped Allan เป็นการเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบไม่ใช้ข้อมูลซ้อนทับกัน โดยจะพิจารณาทีละ 2 ตัวอย่าง (two sample) มีสูตรการคำนวณดังสมการ

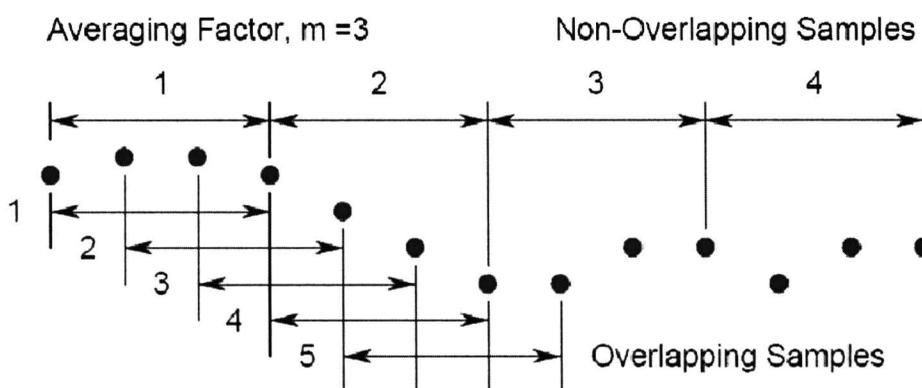
$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} [y_{i+1} - y_i]^2 \quad (2.7)$$

- เมื่อ $\sigma_y^2(\tau)$ คือ Allan variance
- M คือ จำนวน fractional frequency ทั้งหมด
- y_i คือ ค่าเฉลี่ยของ fractional frequency ในลำดับที่ i
- τ คือ ค่า sampling interval หรือ measurement interval



2.1.5 Overlapping Allan Variance

การคำนวณค่าความแปรปรวนโดยใช้ข้อมูลที่มีการซ้อนทับกัน (Overlapped data) ดังรูปที่ 2.8 จะได้จำนวนข้อมูลมากกว่า การใช้ข้อมูลแบบไม่ซ้อนทับ (Non Overlapped data) และเมื่อมีการซ้อนทับมากที่สุด คือ เลื่อนข้อมูลที่ซ้อนทับเพียงหนึ่งตำแหน่ง จะเป็นกรณีที่ได้จำนวนชุดข้อมูลสูงที่สุด (Fully Overlapping data)



รูปที่ 2.8 ความแตกต่างระหว่าง Overlapping และ Non Overlapping Allan

การหาค่า Allan Variance หากมีการใช้ข้อมูลซ้อนทับกัน จะได้ค่าความแปรปรวนที่ เรียกว่า Overlapping Allan Variance ดังสมการที่ 2.8

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2m^2(M-2m+1)} \sum_{j=1}^{M-2m+1} \left\{ \sum_{i=j}^{j+m-1} [y_{i+m} - y_i] \right\}^2 \quad (2.8)$$

- เมื่อ
- $\sigma_y^2(\tau)$ คือ Overlapping Allan Variance
 - M คือ จำนวน fractional frequency ทั้งหมด
 - m คือ averaging factor
 - y_i คือ ค่าเฉลี่ยของ fractional frequency ในลำดับที่ i
 - y_{i+m} คือ ค่าเฉลี่ยของ fractional frequency ในลำดับที่ i+m
 - τ คือ ค่า sampling interval หรือ measurement interval



2.1.6 รูปแบบสัญญาณรบกวน (Noise Model)

การพิจารณารูปแบบของสัญญาณรบกวนนี้ เดิมจะใช้แผนภาพความสัมพันธ์ของ Power Spectrum Density ($S_y(f)$) กับค่า Fourier Frequency (f) แบ่งประเภทสัญญาณรบกวน โดยค่า $S_y(f) \sim f^\alpha$ ความสัมพันธ์ของ ($S_y(f)$) และ f นี้สามารถบอกถึงประเภทของสัญญาณรบกวนได้ดังแสดงค่าในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบสัญญาณรบกวนและค่า α

รูปแบบสัญญาณรบกวน	α
White Phase Modulation	2
Flicker Phase Modulation	1
White Frequency Modulation	0
Flicker Frequency Modulation	-1
Random walk Frequency Modulation	-2

2.1.7 แผนภาพ Sigma-Tau (Sigma – Tau Plots)

การแสดงผลกราฟของความถี่นั้น นอกจากจะใช้ Power Spectrum Density หารูปแบบของสัญญาณรบกวนในโดเมนของความถี่แล้ว ยังสามารถใช้แผนภาพ Sigma-Tau พิจารณารูปแบบของสัญญาณรบกวนได้อีกด้วย ซึ่งแผนภาพนี้จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยรากของ ความถี่ $\sigma_y(\tau)$ กับ เวลา (τ) ดังนี้

$$\sigma_y^2(\tau) = h(\mu)\tau^\mu$$

$$\log \sigma_y(\tau) = \frac{\log h(\mu)}{2} + \frac{\mu}{2} \log \tau \quad (2.9)$$

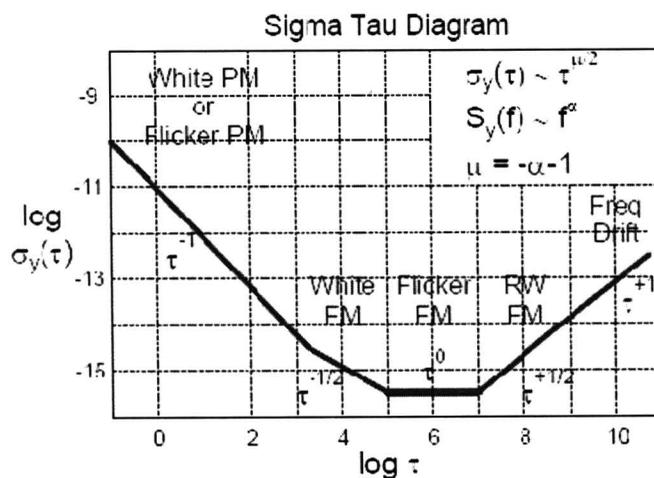
- เมื่อ
- $\sigma_y(\tau)$ คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ Allan
 - τ คือ ค่า sampling interval หรือ measurement interval
 - $h(\mu)$ คือ Transfer function

แผนภาพระหว่าง $\log \sigma_y(\tau)$ กับ $\log \tau$ ดังรูปที่ 2.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเสถียรภาพของความถี่ และรูปแบบของสัญญาณรบกวนในวงจรกำเนิดความถี่ ในลักษณะสมการเชิงเส้นตรง โดยค่าความชันของกราฟมีเท่ากับ $\frac{\mu}{2}$ ค่าความชันนี้ สามารถแสดงชนิดของสัญญาณรบกวนที่มีอยู่ในวงจรกำเนิดความถี่ได้พร้อมกันในหนึ่งแผนภาพ เนื่องจากในแต่ละรูปแบบของสัญญาณรบกวนมีค่าความชันของสมการเส้นตรงไม่เท่ากัน ทำให้แผนภาพแสดงรูปกราฟในลักษณะเส้นตรงที่มีความชันต่างๆ ต่อกัน ตามรูปแบบสัญญาณรบกวนภายในแหล่งกำเนิดความถี่ โดยความสัมพันธ์ระหว่างค่า μ และรูปแบบของสัญญาณรบกวนเป็นดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบสัญญาณรบกวน และค่า μ

รูปแบบสัญญาณรบกวน	μ
White Phase Modulation	-2
Flicker Phase Modulation	-2
White Frequency Modulation	-1
Flicker Frequency Modulation	0
Random walk Frequency Modulation	1

จากรูปแผนภาพของ $\log \sigma_y(\tau)$ กับ $\log \tau$ ในรูปที่ 2.9 จะไม่สามารถแยกความแตกต่างของสัญญาณรบกวนในรูปแบบ White Phase Modulation กับ Flicker Phase Modulation ได้ เนื่องจากค่า μ มีค่าใกล้เคียงกัน คือ -2 แต่แผนภาพสามารถบอกได้เพียงการมีของรูปแบบของสัญญาณรบกวนทั้งสองในแหล่งกำเนิด หรือ มีรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งเท่านั้น



รูปที่ 2.9 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\log \sigma_y(\tau)$ กับ $\log \tau$

2.1.8 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Method)

วิธีกำลังสองน้อยที่สุด เป็นเทคนิคในการหาตัวประมาณจากสมการเส้นตรงที่ให้ค่าผลรวมกำลังสองของค่าความคลาดเคลื่อน ($\sum e_i^2$) ต่ำที่สุด ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจะมีค่าเท่ากับศูนย์ และสมการที่ได้จะผ่านจุด \bar{X} และ \bar{Y} เสมอ โดยการประมาณสมการเส้นตรงจะอยู่ในรูปแบบ $\hat{y} = a + bx$ และสามารถหาค่าความชัน (b) จากสมการที่ 2.10 และจุดตัดแกน y จากสมการที่ 2.11

$$b = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}} \quad (2.10)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (2.11)$$

2.1.9 ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Mean Square Error: MSE)

เป็นค่าที่ใช้วัดความถูกต้องของการทำนาย โดยการหาค่าเฉลี่ยผลรวมกำลังสองของค่าความแตกต่างระหว่างค่าที่ได้จากการคำนวณและค่าตามทฤษฎี ถ้าค่า MSE ที่ได้มีค่าน้อย แสดงว่ามีความผิดพลาดในการทำนายต่ำ แต่ถ้าค่า MSE ที่ได้มีค่ามาก แสดงว่า มีความผิดพลาดในการทำนายสูง ค่า MSE คำนวณได้จากสูตรดังนี้

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n error^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \quad (2.12)$$

เมื่อ	n	คือ จำนวนค่าความคลาดเคลื่อน
	y_i	คือ ค่าจริง
	\hat{y}_i	คือ ค่าพยากรณ์
	error	คือ ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าจริงและค่าพยากรณ์

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ความถี่มีประโยชน์ในหลากหลายด้าน เช่น ด้านการสื่อสารผ่านดาวเทียม และเครือข่ายทางด้านการแพทย์ ด้านความบันเทิง ด้านสุขภาพ ด้านการเดินทาง เป็นต้น ดังนั้นความถี่มีความสำคัญสำหรับกิจกรรมต่างๆ ของมนุษย์เป็นอย่างยิ่ง ความถี่ที่ดีหรือความถี่ที่มีเสถียรภาพจะนำไปใช้ประโยชน์ได้อย่างสมบูรณ์ ในทางตรงข้ามความถี่ที่ไม่ดีหรือความถี่ที่ไม่มีเสถียรภาพอาจสร้างปัญหาในการนำไปใช้ได้ ความถี่ที่มีเสถียรภาพนั้น หมายถึง ความถี่ที่มีค่าเท่ากับค่าที่กำหนด เช่น ตัวเราท์เตอร์(Router) ในระบบเครือข่ายอินเทอร์เน็ต กำหนดความถี่ที่ 2.40 GHz ในการติดต่อสื่อสารระหว่างอุปกรณ์ลูกข่ายกับตัวเราท์เตอร์ จะต้องใช้ความถี่เท่ากับ 2.40 GHz แต่ในทางปฏิบัติย่อมมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น ความถี่ที่กำหนดจึงต้องยอมให้มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นได้ระดับหนึ่งที่ยังยอมรับได้ เช่น 2.40 ± 0.05 GHz ค่าความคลาดเคลื่อน ± 0.05 นี้ เป็นค่าที่ยอมรับได้สำหรับการสื่อสารในระบบเครือข่ายนี้ ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นเกิดจากสัญญาณรบกวนที่ผู้ผลิตไม่ได้เอามาให้เกิดขึ้นแต่ไม่สามารถกำจัดให้หมดไปได้ ผลของสัญญาณรบกวนที่ทำให้ความถี่เกิดการเปลี่ยนแปลงไปจากค่าที่กำหนด อาจเกิดจากหลายสาเหตุ เช่น อุณหภูมิ หรือการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ กระแสไฟฟ้าในวงจรกำเนิดความถี่ หรืออุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ในวงจร เป็นต้น ดังนั้นความถี่ที่มีเสถียรภาพสามารถพิจารณาได้จากสัญญาณรบกวนที่มีในวงจร ทั้งในด้านขนาดและชนิดของสัญญาณรบกวน

วิธีการที่นิยมใช้ในการพิจารณาสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้น วิธีหนึ่งที่ได้รับค่านิยม คือ Power Spectral Density ($S_y(f)$) ในโดเมนของความถี่ โดยการพิจารณากราฟ Power Spectral Density ของสัดส่วนความเบี่ยงเบนทางความถี่กับค่าความถี่ วิธีนี้สามารถระบุได้ทั้งชนิดและขนาดของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้น ตามทฤษฎีแล้ว Power Spectral Density สามารถจะบ่งชี้ชนิดของสัญญาณรบกวนได้ทั้งหมด 5 รูปแบบ คือ White Phase Modulation, Flicker Phase Modulation, White Frequency Modulation, Flicker Frequency Modulation และ Random walk Frequency Modulation นอกจากวิธี Power Spectral Density Law แล้ว การระบุรูปแบบสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นยังมีการนำค่า Allan Variance มาสร้างแผนภาพ Sigma-Tau เพื่อใช้ในการพิจารณารูปแบบสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในวงจรกำเนิดความถี่ของอุปกรณ์อีกด้วย ซึ่งจากการศึกษาของ J.A. Barnes (1971) พบว่า ทั้งสองวิธีให้ผลไม่แตกต่างกัน

Allan Variance เป็นค่าสถิติที่คำนวณโดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลา 2 ลำดับที่ต่อเนื่องกัน บางครั้งเรียกว่า Two Sample Variance ซึ่ง Allan Variance ได้พัฒนาขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหาของความแปรปรวนดั้งเดิม (Classic Variance: s^2) ที่นำมาใช้กับข้อมูลอนุกรมเวลาทางด้านการวัดค่าความถี่ เนื่องจากการใช้ s^2 จะมีปัญหาการเพิ่มขึ้นอย่างไม่จำกัดตามจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลา การเพิ่มขึ้นอย่างไม่จำกัดนี้ จะเกิดกับข้อมูลสัดส่วนความถี่ที่มีสัญญาณรบกวนแบบ flicker noise หรือ $1/f$ noise แฝงอยู่ (T.N.Siraya, 2001) ประโยชน์ของ Allan Variance นอกจากใช้พิจารณา รูปแบบสัญญาณรบกวนแล้ว ยังใช้บอกความคลาดเคลื่อนของความถี่ ตามคำแนะนำของ Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) อีกด้วย นอกจากนี้ยังมีการนำ Allan Variance ไปใช้ประโยชน์ในอีกหลายด้าน เช่น การสื่อสารผ่านดาวเทียม สามารถนำมาวิเคราะห์หาอัตราบัพของข้อมูล และระยะทางในการสื่อสารโดยการจำลองแบบข้อมูลความถี่จากวงจรออสซิลเลเตอร์ในดาวเทียม ใช้ Allan variance พิจารณาสัญญาณรบกวนเพื่อวิเคราะห์หาผลดังกล่าว (O. Baran และ M. Kasal, 2009) สำหรับการสื่อสารผ่านเครือข่าย Allan Variance สามารถวิเคราะห์สัญญาณรบกวนแบบเฟส และสัญญาณรบกวนที่เกิดจากอุณหภูมิได้อย่างถูกต้อง (O. Baran และ M. Kasal, 2010) ส่วนในด้านดาราศาสตร์มีการประยุกต์ Allan variance ในการปรับปรุงประสิทธิภาพกล้องดูดาว โดย R.Schieder และคณะ (2008) ทำการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของวงจรถ่ายภาพความถี่ซึ่งเป็นหัวใจหลักของกล้องดูดาว พบว่า สัญญาณรบกวนมีค่าต่ำลงเมื่อเวลาผ่านไป 50 วินาที ด้วยความคลาดเคลื่อน 1 MHz โดยความถี่หลักของวงจรถ่ายภาพที่ 3 GHz จากค่าพารามิเตอร์เวลาที่ได้ทดลองถ่ายภาพบนผิวดาวอังคาร ผลการถ่ายภาพแสดงให้เห็นลมบนดาวอังคารอย่างชัดเจน นอกจากการพิจารณาความถี่ของวงจรถ่ายภาพในกล้องดูดาวแล้ว J.Chen และคณะ (2011) ได้ทำการศึกษาการเลือกตัวกำเนิดความถี่ที่เหมาะสมของตัวรับรู้แสงแบบ Superconducting Hot Electron Bolometer ระหว่าง Gunn ออสซิลเลเตอร์ และ อินฟราเรดเลเซอร์ ผลการวิเคราะห์ พบว่า Gunn ออสซิลเลเตอร์ให้ประสิทธิภาพดีกว่าอินฟราเรดเลเซอร์ จากการพิจารณาในด้านระยะเวลา พบว่า สัญญาณรบกวนต่ำที่สุดที่เวลา 20 วินาที ส่วนในด้านมาตรวิทยา Allan variance ได้ถูกใช้ในงานมาตรฐานด้านความถี่ เช่น L. Arceo-Miquel และคณะ (2009) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับเครื่องกำเนิดความถี่แบบผลึกที่มีการควบคุมเสถียรภาพโดยสัญญาณ 1 Hz จากดาวเทียม GPS ทำการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ด้านเวลาของวิธีการกรองสัญญาณ 1 Hz เพื่อลดสัญญาณรบกวนแบบ finite-impulse-respond และ smoothing low pass พบพารามิเตอร์ที่เหมาะสมทำให้เสถียรภาพสูงขึ้นจนอยู่ระดับเดียวกับ Oven Crystal Oscillator ที่มีเสถียรภาพในระดับที่สูงกว่า นอกจากงาน

มาตรฐานความถี่แล้วในด้านมาตรฐานความต่างศักย์ Allan variance ยังสามารถพิจารณาประสิทธิภาพของแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ได้ โดยการจำลองแบบข้อมูลความถี่ที่ป้อนให้แก่แหล่งกำเนิดความต่างศักย์มาตรฐานโจเซฟสัน หลักของมาตรฐานความต่างศักย์นี้ คือการแปลงความถี่เป็นความต่างศักย์ จากการจำลองแบบตามทฤษฎีของโจเซฟสัน พบว่า มาตรฐานความต่างศักย์แบบโจเซฟสันมีสัญญาณรบกวนในรูปแบบ White noise และ Flicker noise (Yi-hua Tang และคณะ (2011)) และสำหรับในวิทยาการของหุ่นยนต์ที่มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องในปัจจุบัน Allan variance ยังถูกนำมาใช้ในการปรับปรุงประสิทธิภาพของการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ได้ Allan variance ใช้พิจารณาสัญญาณรบกวนในตัวรับรู้ความเฉื่อย ที่ใช้ในการตรวจจับการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ ทั้งตำแหน่ง ทิศทาง และความเร็ว ผลการวิเคราะห์สัญญาณรบกวนในตัวรับรู้ความเฉื่อยดังกล่าว พบรูปแบบ Random Walk และ bias ทำให้สามารถหาวิธีกำจัดสัญญาณรบกวนดังกล่าวเพื่อปรับปรุงการเคลื่อนที่ให้แม่นยำขึ้น (N. El-Sheimy และคณะ (2008)) จากตัวอย่างข้างต้น แสดงให้เห็นการนำ Allan Variance ไปประยุกต์ใช้งานในหลากหลายสาขา