บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการแปลงผกผัน วิธีการยอมรับและปฏิเสธ และวิธีการรวม โดยมีวัตถุประสงค์ คือ 1) เพื่อศึกษาการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธิการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) และ 2) เพื่อศึกษาว่าวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มวิธีใดที่ดีที่สุด เมื่อนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่องนั้น

สรุปผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์ในแต่ละข้อ ดังนี้

1. จากการศึกษาการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่องและตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม 3 วิธี คือ วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) พบว่า วิธีการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) ซึ่งเป็นวิธีที่ต้องทราบฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution) ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงตามที่ต้องการสร้างไม่ว่าจะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable Distribution) หรือตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution) แต่ถ้าต้องการสร้างตัวแปรสุ่มซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบที่ไม่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่แน่นอน เช่น การแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (Lognormal Distribution) จะไม่สามารถสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงดังกล่าวได้ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) แต่ถ้าเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution) ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นการแจกแจงที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม เช่น การแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) การแจกแจงแบบเบอร์นูลี่ (Bernoulli Distribution) เป็นต้น

สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) ซึ่งเป็นการแจกแจงที่ใช้ในการศึกษานี้ ถ้าค่าพารามิเตอร์แอลฟ่าไม่เป็นจำนวนเต็ม ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมจะไม่มีรูปแบบที่แน่นอน แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์แอลฟ่าเป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งมีรูปแบบของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมก็จะ

สามารถใช้วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) ในการสร้างตัวแปรสุ่มได้ ดังนั้น สำหรับการศึกษาในครั้งนี้จึงใช้วิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) เฉพาะที่ค่าพารามิเตอร์แอลฟ่าเป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งมีรูปแบบของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม โดยในการสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) ในที่นี้จะสร้างจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) โดยการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) ค่าพารามิเตอร์ (β) ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) จำนวน m ตัว เมื่อนำตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) ค่าพารามิเตอร์ (β) จำนวน m ตัวมารวมกัน จะได้ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ (m, β)

ส่วนตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) สร้างขึ้นจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) โดยการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) ด้วยวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) จำนวน s ตัว แล้วนำตัวแปรสุ่มเรขาคณิต (Geometric Distribution) ที่ได้จำนวน s ตัวดังกล่าวมารวมกัน โดยอาศัยคุณสมบัติของการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) คือ ถ้า $X_1,X_2,\ldots,X_s$ เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ p แล้ว $X_1+X_2+\ldots+X_s$ จะมีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่มีค่าพารามิเตอร์ s,p

สำหรับการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการรวม (The Convolution Method) จากวิธีการในการสร้างของวิธีนี้ คือ ถ้าตัวแปรสุ่ม $X_1,X_2,\ldots,X_n$ มีการแจกแจงแบบเดียวกันและเป็นอิสระต่อกันแล้ว เมื่อนำ $X_1+X_2+\ldots+X_n$ จะได้ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงตามที่ต้องการ ดังนั้นสำหรับวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการรวม (The Convolution Method) ในการศึกษานี้จึงใช้วิธีการเดียวกับวิธีการแปลงผกผัน (The Inverse Transform Method) ทั้งการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution)

ในส่วนของการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) นั้น เป็นวิธีการสร้างตัวแปรสุ่ม โดยที่ถ้ามีวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นแบบใดๆแบบหนึ่ง สามารถที่จะนำมาใช้ในการสร้างฟังก์ชันการแจกแจงอีกแบบหนึ่งตามที่ต้องการ โดยการสร้างจากฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นนั้นและยอมรับค่าที่สร้างขึ้นนี้ด้วยสัดส่วนความน่าจะเป็น ระหว่างฟังก์ชันใหม่ที่สร้างขึ้นกับฟังก์ชันที่สร้างขึ้นได้ โดยสัดส่วนความน่าจะเป็นนี้ต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ ค่าคงที่ใดๆค่าหนึ่งที่กำหนดขึ้น ซึ่งหลักการเหมือนกันทั้งการสร้างตัวแปรสุ่มที่

มีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution)

2. วิธีการสร้างตัวแปรสุ่มวิธีใดที่ดีที่สุด เมื่อนำไปประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง พบว่า จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 1,000 และ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) มีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) ยกเว้นการประมาณค่าพารามิเตอร์เบต้าและแอลฟ่าที่ค่าพารามิเตอร์ของการทดสอบ (1,1) และ (5,10) ที่วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) มีค่ามากกว่าวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ ขนาดตัวอย่าง และจำนวนรอบของการทดสอบ แต่เมื่อทดลองทดสอบประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าเฉลี่ย พบว่า ที่ขนาดตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 1,000 และ 2,000 รอบ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) มีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ ขนาดตัวอย่าง และจำนวนรอบของการทดสอบ แสดงว่า สำหรับในการศึกษานี้ ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) ที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) เป็นตัวแปรสุ่มที่มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) ที่สร้างด้วยการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)

ส่วนการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่ขนาดตัวอย่าง 40 80 200 500 และ 1,000 ตัวอย่าง จำนวนรอบของการทดสอบ 500 และ 1,000 รอบ (สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) (ไม่ได้ทดสอบที่จำนวนรอบของการทดสอบ 2,000 รอบ เนื่องจากขั้นตอนการทำงานในการสร้างตัวแปรสุ่มและระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของโปรแกรมซึ่งใช้เวลาค่อนข้างนานมาก) ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) มีค่าน้อยกว่าวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) ที่ทุกๆ ค่าพารามิเตอร์ ขนาดตัวอย่าง และจำนวนรอบของการ

ทดสอบ แสดงว่า สำหรับในการศึกษานี้ ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) เป็นตัวแปรสุ่มที่มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ที่สร้างด้วยการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)

ดังนั้น สำหรับการศึกษาในครั้งนี้สรุปได้ว่าตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวแปรสุ่มที่สร้างด้วยการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) ทั้งตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) ซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable Distribution)

อภิปรายผล

1. จากการศึกษาการสร้างตัวแปรสุ่มทั้ง 3 วิธี พบว่า วิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) เป็นวิธีที่ใช้สำหรับสร้างตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม หากตัวแปรสุ่มนั้นๆไม่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่แน่นอนก็ไม่สามารถใช้วิธีนี้ในการสร้างตัวแปรสุ่มได้ แต่ถ้านำมาใช้สร้างตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม ซึ่งการแจกแจงส่วนใหญ่จะมีฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่แน่นอนสามารถที่จะนำมาใช้สร้างตัวแปรสุ่มสำหรับวิธีการรวม (The Convolution Method) ได้ด้วย ส่วนวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) นั้น สร้างตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันการแจกแจงแบบหนึ่งตามที่ต้องการจากอีกฟังก์ชันการแจกแจงหนึ่งที่สร้างขึ้นได้ โดยยอมรับสัดส่วนความน่าจะเป็นระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงใหม่ที่ต้องการสร้างกับฟังก์ชันการแจกแจงเดิมที่สร้างขึ้นได้ โดยสัดส่วนความน่าจะเป็นนี้ต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าคงที่ใดๆค่าหนึ่ง

2. จากการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวแปรสุ่มที่สร้างขึ้นทั้ง 3 วิธี พบว่า วิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) ให้ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) น้อยกว่าวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method) ทั้งตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) และตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) อาจเนื่องมาจากวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) นั้นสร้างขึ้นจากสัดส่วนระหว่างสองฟังก์ชันการแจกแจงที่ต้องน้อยกว่าค่าคงที่ใดๆค่าหนึ่ง ในขณะที่การสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) นั้น สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจก

แจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) จากผลรวมของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) เช่นเดียวกับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) ซึ่งสร้างจากผลรวมของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometric Distribution) จึงทำให้ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) ของวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) มีค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) น้อยกว่าวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) และวิธีการรวม (The Convolution Method)

ข้อเสนอแนะ

จากวิธีการสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) ในที่นี้สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) จากผลรวมของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponential Distribution) และสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) จากผลรวมของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต (Geometrib Distribution) จึงอาจเป็นผลทำให้ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง RMSE (RMSE:Root of Mean Square Error) มีค่ามากกว่าวิธีการยอมรับและปฏิเสธ (The Acceptance-Rejection Method) ดังนั้น สำหรับในการนำไปเป็นแนวทางในการศึกษาต่อไปอาจสร้างตัวแปรสุ่มด้วยวิธีการแปลงผกผัน (Inverse-Transform Method) โดยสร้างจากฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma Distribution) และฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบทวินามลบ (Negative Binomial Distribution) หรืออาจศึกษาสำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงในรูปแบบอื่นๆ ต่อไป